

FUNCIONES ELEMENTALES

FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL.

Unha función relaciónanos dúas variables. Por ex.

$$A(x) = x^2$$

Esta función relaciona o lado dun cadrado, x , coa súa área, $A(x)$.



$$H(x) = \sqrt{2x^2}$$



Esta función relaciona o cateto dun triángulo rectángulo isósceles, x , coa súa hipotenusa, $H(x)$.

f é unha función de R en R , se a cada número real $x \in D$, lle fai corresponder outro número real, que representaremos por $f(x)$.

$$f: D \rightarrow R$$

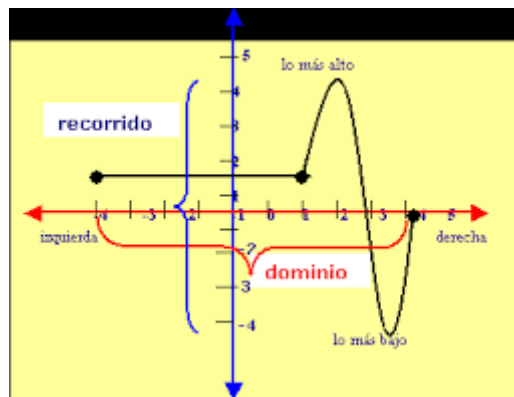
x variable independente

$$x \rightarrow f(x) = y \quad y = f(x) \text{ imaxe de } x \text{ variable dependente}$$

O conxunto D dos valores que pode tomar a variable independente, x , chámase **dominio** de f , e é o conxunto de valores onde está definida a función.

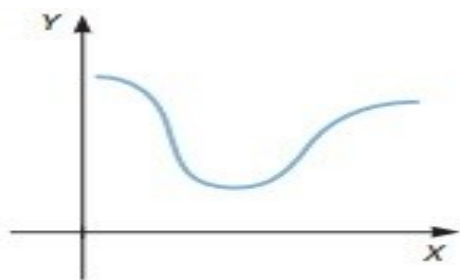
Para indicar que un número real, y , é a imaxe de $x \in D$ escríbese $y = f(x)$. É importante sinalar que a cada valor de $x \in D$ a correspóndelle un único valor de $f(x)$

O conxunto de valores que toma $f(x)$ chámase **percorrido ou rango** de f



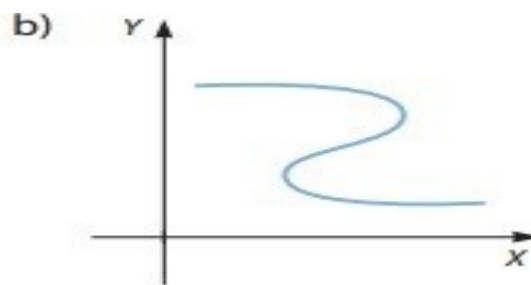
Como tanto a variable x como a $y = f(x)$ toman valores reais, estas función chámanse **función reais de variable real**.

Se representamos os pares de puntos $(x, f(x))$ obtemos a **gráfica** da función. Debemos ter en conta que a cada valor de $x \in D$, a función faille corresponder un único valor de $f(x)$, e polo tanto na gráfica dunha función a cada valor da x solo lle pode corresponder un $f(x)$



SIIIIIIIIIII! É a gráfica dunha **función** porque a cada x dunha imaxe.

correspóndelle unha única imaxe.
función.



NON!!!!!!!!!! Hai x que teñen máis

Entón **non** é a gráfica dunha

CÁLCULO DE DOMINIOS DE FUNCIÓNS DADAS POLA SÚA EXPRESIÓN ALXÉBRICA E POLA SÚA GRÁFICA.-

OBSERVACIÓN:

- O dominio das función polinómicas son todos os números reais, é dicir, $\mathbb{R}$.
- O dominio das función racionais son todos os números reais agás aqueles que anulan o denominador.
- O dominio das funcións radicais de índice par son todos os números reais agás aqueles que fan negativo o radicando.
- O dominio das funcións logarítmicas son todos os números reais agás aqueles que fan negativo ou cero o argumento.

DOMINIOS

$$\text{Dom } f(x) = \{x \in \mathbb{R} / \exists f(x)\}$$

$$\exists \frac{g(x)}{f(x)} \quad \text{si } f(x) \neq 0$$

$$\exists \sqrt[\text{par}]{f(x)} \quad \text{si } f(x) \geq 0$$

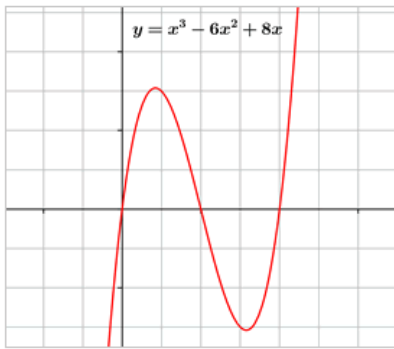
$$\exists \log_b f(x) \quad \text{si } f(x) > 0$$

$$\exists \arcsen f(x) \quad \text{si } -1 \leq f(x) \leq 1$$

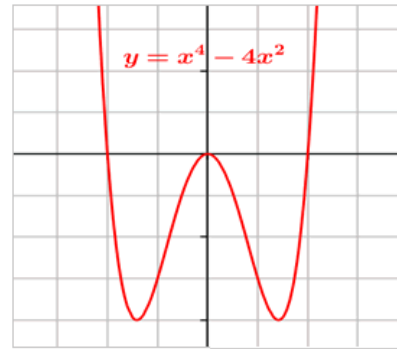
$$\exists \arccos f(x) \quad \text{si } -1 \leq f(x) \leq 1$$

Si no aparece alguna de esas funciones, el dominio es $\mathbb{R}$.

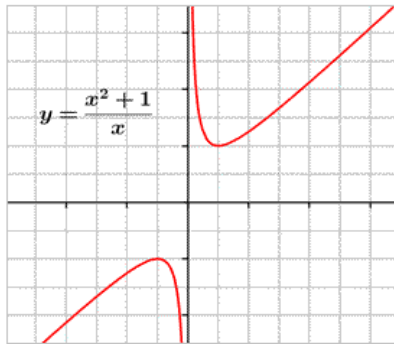
Exemplos.-REPASAR CONTINUIDADE, CRECEMENTO-DECRECEMENTO, MÍNIMOS E MÁXIMOS RELATIVOS (nos puntos nos que a función é continua son os puntos nos que pasa de crecente a decrecente ou viceversa), MÍNIMOS E MÁXIMOS ABSOLUTOS (puntos da función coa menor e maior ordenada), CONCAVIDADE-CONVEXIDADE (recta tanxente queda por riba – por debaixo da función), PUNTOS DE INFLEXIÓN (puntos nos que a función pasa de cóncava a convexa ou viceversa).



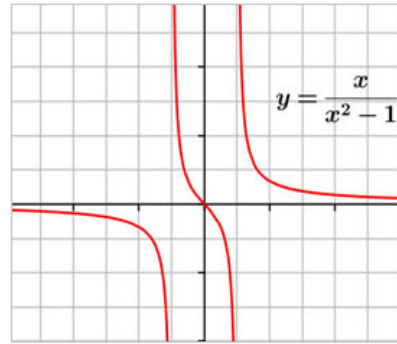
Dom $f(x) = \mathbb{R}$,
Recorrido $= \mathbb{R}$,



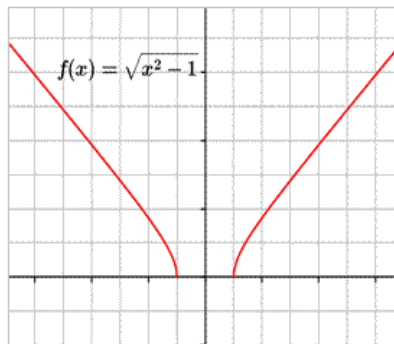
Dom $f(x) = \mathbb{R}$
Recorrido: $[-4, +\infty)$



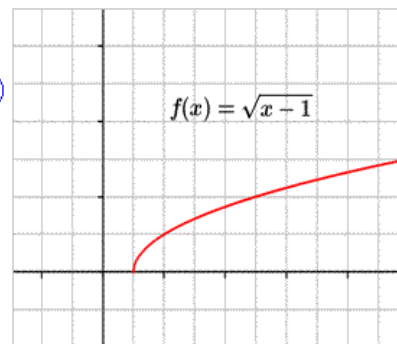
Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$
Recorrido: $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$



Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{1, -1\}$
Recorrido: $\mathbb{R}$



Dom $f(x) = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Recorrido $= \mathbb{R}^+$ ó $[0, \infty)$



Dom $f(x) = [1, \infty)$
Recorrido: $(0, \infty)$

COMPOSICIÓN DE FUNCIÓNS. FUNCIÓN INVERSA.-

Dadas dúas funcións f e g , chámase **función composta** de f e g , e represéntase por $g \circ f$ a función que transforma x en $g[f(x)]$. Esta expresión lese **f composta con g**.

A composición de funcións non é conmutativa.

Exemplo:

Se $f(x) = \text{sen } x$, $g(x) = x^2 + 5$, calcula $f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g$.

Solución:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 5) = \text{sen}(x^2 + 5)$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\text{sen } x) = (\text{sen } x)^2 + 5 = \text{sen}^2 x + 5$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(\text{sen } x) = \text{sen}(\text{sen } x)$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(x^2 + 5) = (x^2 + 5)^2 + 5 = x^4 + 10x^2 + 30$$

FUNCIÓN INVERSA.-

Chámase función inversa de f e represéntase por f^{-1} a función que cumpre que:

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

Nota:

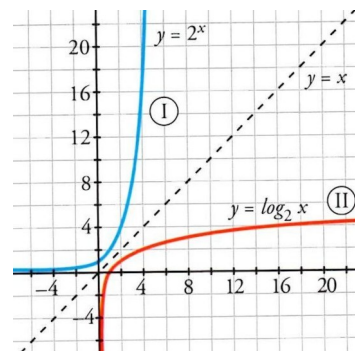
Para que una función teña inversa ten que ser inxectiva, é dicir, cada valor de y tense que corresponder con un único valor de x . Se non é así podemos falar da inversa nalgún tramo.

Por exemplo:

A inversa de $y = x^2$ pode ser $y = \sqrt{x}$ ou $y = -\sqrt{x}$ dependendo se x é maior ou menor que 0

As gráficas de dúas función inversas son simétricas respecto da bisectriz do primeiro e terceiro cuadrante $y = x$.

As funcións $y = 2^x$ e $y = \log_2 x$ son inversas.



Exemplo de como calcular a inversa dunha función:

$$f(x) = \frac{3x-2}{5}$$

Calcula a inversa de

Solución:

$$f(x) = \frac{3x-2}{5} \rightarrow y = \frac{3x-2}{5} \xrightarrow{\text{Intercambiamos papeles de } x \text{ e } y} x = \frac{3y-2}{5} \xrightarrow{\text{Despejamos } y} \frac{5x+2}{3} = y \xrightarrow{\text{E xa está}}$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{5x+2}{3}}$$

$$\text{Comprobamos } (f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{5x+2}{3}\right) = \frac{3 \cdot \frac{5x+2}{3} - 2}{5} = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}\left(\frac{3x-2}{5}\right) = \frac{5 \cdot \frac{3x-2}{5} + 2}{3} = x$$

FUNCIÓNS ELEMENTAIS I.

FUNCIÓNS POLINÓMICAS.-

Son funcións que están definidas por un polinomio: $f(x) = P(x)$

O dominio das funcións polinómicas é todo $\mathbb{R}$, e son continuas e derivables en todo $\mathbb{R}$.
Dentro das funcións polinómicas debemos coñecer en especial as lineais e cuadráticas.

FUNCIÓNS CONSTANTES, LINEAIS E AFÍNS.- $f(x) = mx + n$

Son funcións polinómicas de grao menor ou igual que un.

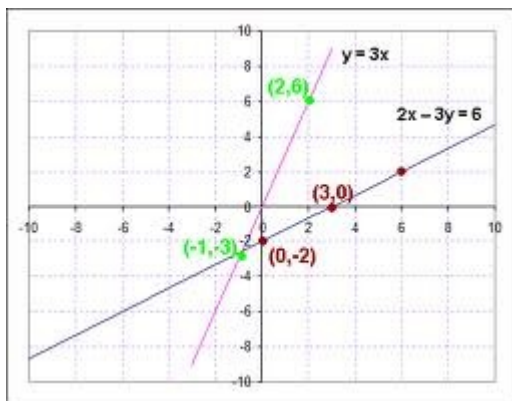
O dominio é todo $\mathbb{R}$.

A súa gráfica sempre é unha recta, cuxa posición con respecto aos eixos de coordenadas depende dos valores de m , pendente, e n , ordenada na orixe.

As rectas coa mesma pendente (mesmo coeficiente da x) son paralelas.

Se a pendente, m , é positiva $m > 0$ a recta é crecente, e se é negativa a recta é decrecente. As rectas que teñen por pendente 0, $m = 0$, son paralelas ao eixo das X

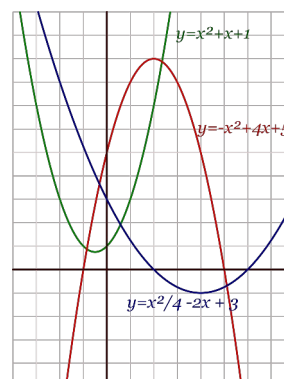
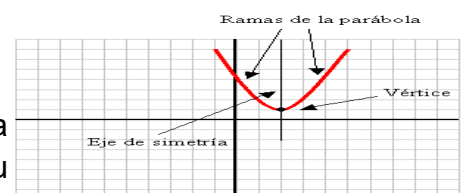
Tódalas rectas pasan polo punto $(0, n)$, é dicir, cortan ao eixo Y en n . Se $n = 0$ as rectas pasa polo orixe de coordenadas.



FUNCIÓNS CUADRÁTICAS.- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Son función polinómicas de grao dous.

As funcións cuadráticas teñen sempre por gráfica unha parábola, co eixo de simetría paralelo ao eixo Y . O seu dominio é todo $\mathbb{R}$ e son continuas.



PASOS A SEGUIR PARA REPRESENTAR UNHA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Para representar unha función cuadrática (parábola) :

1º.- Se $a > 0$ a parábola é convexa. Se $a < 0$ a parábola é cóncava.

2º.- Calculamos o vértice:

$V=(x_v, y_v)$, onde $x_v = \frac{-b}{2a}$ e y_v obtense substituíndo x_v na función.

3º.- Calculamos puntos de corte co eixo Y (facendo $x=0$) e co eixo X (facendo $y=ax^2+bx+c=0$)

4º.- Calculamos algún punto máis da parábola dando valores a x e calculando os respectivos y .

NOTA: Canto maior sexa $|a|$ a parábola é máis pechada.

Se en dúas funcións cuadráticas $|a|$ é o mesmo, as parábolas correspondentes son iguais aínda que situadas en distintas posicións respecto aos eixos.

Ex.- $y=x^2-x-2$.

A súa gráfica é unha PARÁBOLA.

1.-¿CURVATURA? Como $a=1>0 \Rightarrow$ CONVEXA

2.- CÁLCULO DO VÉRTICE : $V=(0,5;-2,25)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2} = 0,5; y_v = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-2-8}{4} = \frac{-9}{4} = -2,25 \Rightarrow V=(0,5;-2,25)$$

3.- CÁLCULO DOS PUNTOS DE CORTE COS EIXOS X E Y:

CO EIXO Y: $x=0 \Rightarrow y=0^2-0-2=-2 \Rightarrow$ PUNTO CORTE EJE Y: $(0,-2)$

CO EIXO X:

$y=0 \Rightarrow y=0=x^2-x-2 \xRightarrow{\text{Resolvendo ecuación 2º grao}} x=-1 \vee x=2 \Rightarrow$

PUNTOS DE CORTE CO EIXO X: $(-1,0)$ y $(2,0)$

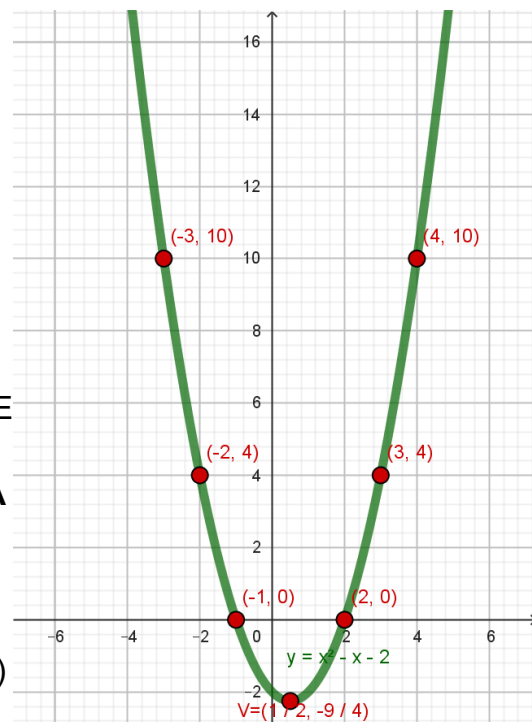
4.-CÁLCULO DE MÁIS PUNTOS DA PARÁBOLA:

$x=3 \Rightarrow y=3^2-3-2=4 \Rightarrow$ OUTRO PUNTO : $(3,4)$ E POR SIMETRÍA (PARÁBOLAS SIMÉTRICAS RESPECTO Á RECTA VERTICAL QUE PASA POLO VÉRTICE) ENTÓN OUTRO PUNTO SERÁ: $(-2,4)$

$$x=-2 \Rightarrow y=(-2)^2-(-2)-2=4+2-2=4$$

$x=4 \Rightarrow y=4^2-4-2=10 \Rightarrow$ OUTRO PUNTO : $(4,10)$

E POR SIMETRÍA OUTRO PUNTO SERÁ : $(-3,10)$



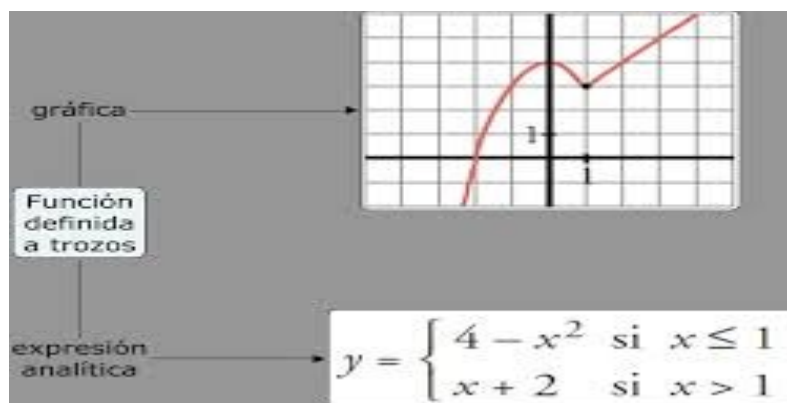
5.- REPRESENTO OS PUNTOS OBTIDOS E DEBUXO A PARÁBOLA:

FUNCIÓNs DEFINIDAS A ANACOS.-

Algunhas veces encontrámonos con funcións cuxas gráficas están formadas por anacos de funcións. Son funcións a anacos.

Para describir analiticamente unha función a anacos, danse as ecuacións de cada un dos anacos

indicando, en cada un deles, os valores de x para os que a función está definida. E para representalas, representamos cada función só no intervalo no que está definida.



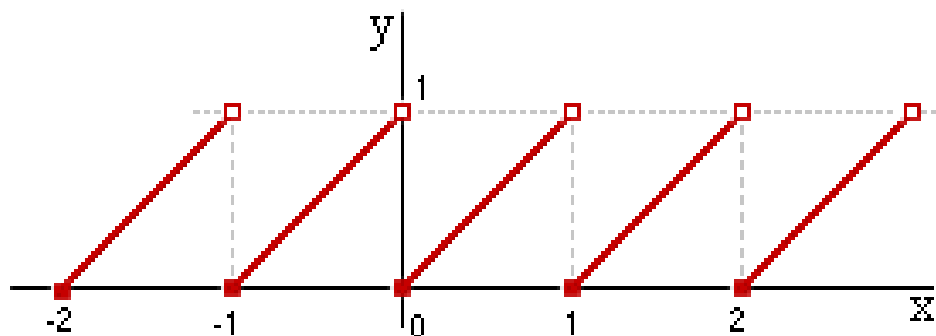
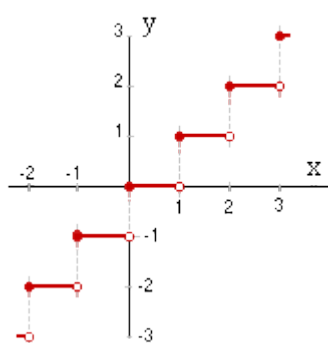
FUNCIÓN PARTE ENTEIRA E FUNCIÓN PARTE DECIMAL .-

A función parte enteira é aquela que lle asocia a cada número x , o maior número enteiro menor ca el.

A función mantisa é aquela que lle asocia a cada número x , $x - Ent(x)$.

$$y = Ent(x)$$

$$Mant(x) = x - Ent(x)$$

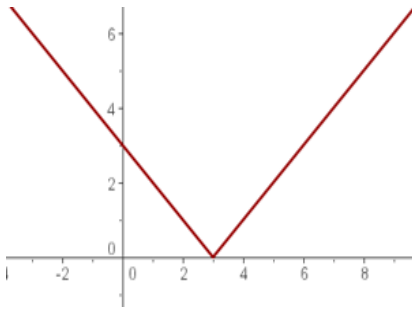


FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO.-

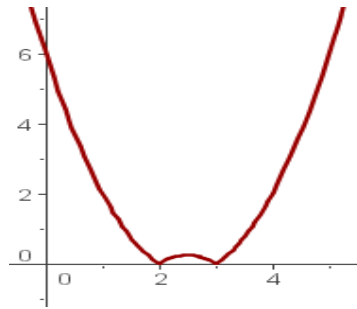
A función **valor absoluto** $y = |x|$ defínese: $y = |x| = \begin{cases} -x & \text{se } x \leq 0 \\ x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

En xeral o valor absoluto dunha función defínese: $y = |f(x)| = \begin{cases} -f(x) & \text{se } f(x) \leq 0 \\ f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \end{cases}$

$$f(x) = |x-3| = \begin{cases} x-3 & \text{si } x \geq 3 \\ -x+3 & \text{si } x < 3 \end{cases}$$



$$f(x) = |x^2 - 5x + 6| = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 5x - 6 & \text{si } 2 < x < 3 \\ x^2 - 5x + 6 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

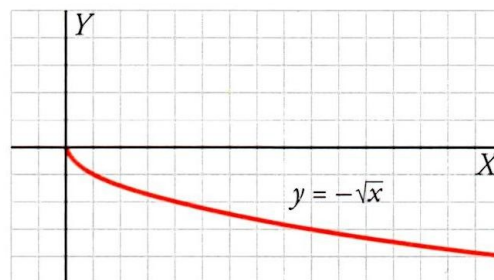
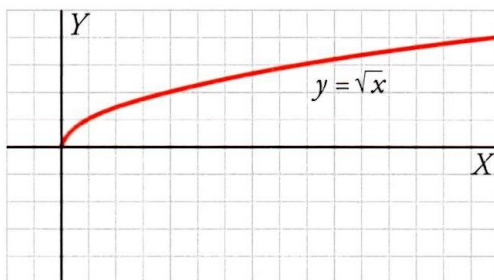


FUNCIÓNS RAÍZ.-

Son funcións nas que a x está baixo o signo da raíz.

O seu dominio son os números reais que fan o radicando maior ou igual que 0.

Ten por gráfica media parábola co eixo paralelo ao eixo x , cuxa posición con respecto aos eixos coordenados dependen do valor de k e do signo da raíz.



FUNCIÓNS DE PROPORCIONALIDADE INVERSA.-

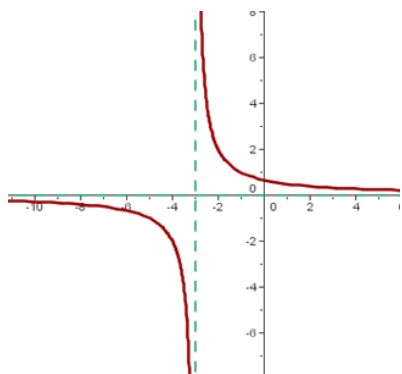
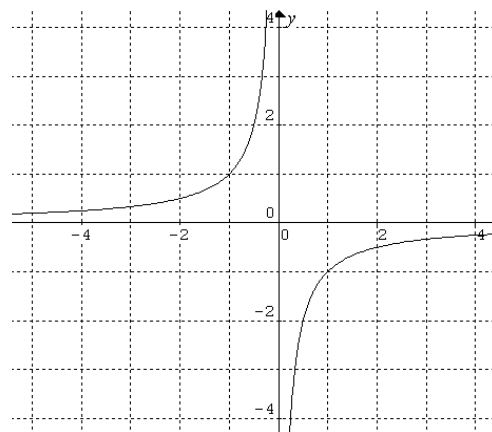
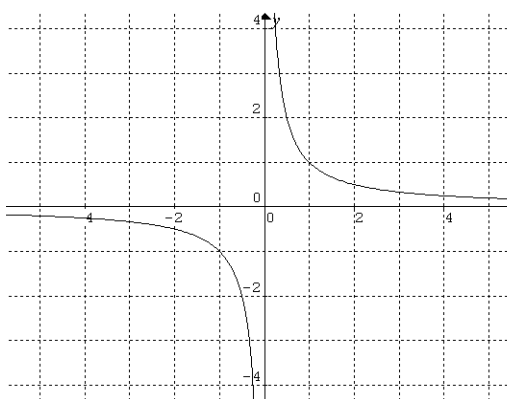
As funcións de **proporcionalidade inversa** están definidas pola expresión: $f(x) = \frac{k}{x}$

As funcións de proporcionalidade inversa están definidas en todo $\mathbb{R}$ menos no cero e son continuas no seu dominio. As súas gráficas son hipérbolas equiláteras.

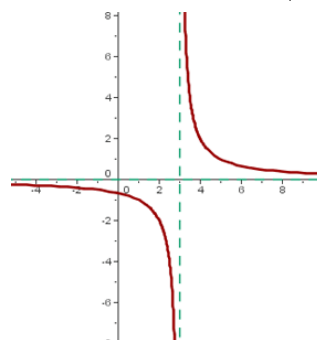
As súas asíntotas son os eixos, é dicir as rectas $x=0$ e $y=0$. O centro da hipérbola, que é o punto onde se cortan as asíntotas, é a orixe.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad D = \mathbb{R} - \{0\} \quad R = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$f(x) = \frac{-1}{x} \quad D = \mathbb{R} - \{0\} \quad R = \mathbb{R} - \{0\}$$

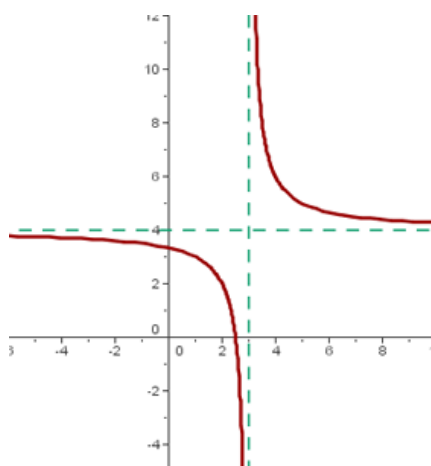


$$f(x) = \frac{2}{x+3}$$



$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{2}{x-3} + 4$$

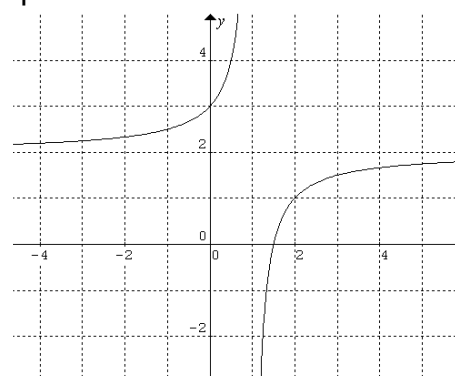


Tamén son hipérbolas as gráficas das funcións dadas pola expresión:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Non temos máis que facer a división para ver que son translacións das anteriores. A gráfica que tes á dereita é a da función:

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-1} = 2 + \frac{-1}{x-1}$$

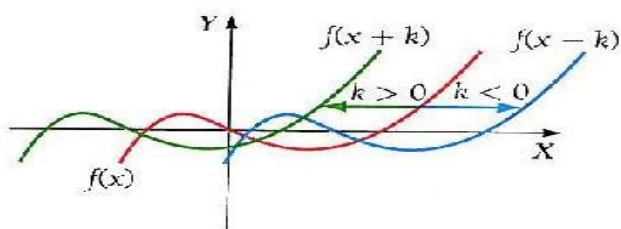
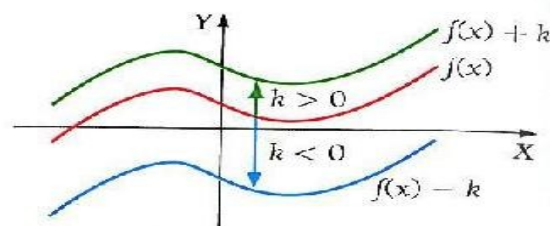


TRANSFORMACIÓNs ELEMENTAIS DE FUNCIÓNs.-

Si se conoce la gráfica de $y = f(x)$, se pueden obtener las gráficas de otras funciones a partir de ella.

Representación de $y = f(x) + k$

Si conocemos la gráfica de $y = f(x)$, la gráfica de la función $y = f(x) + k$ se obtiene trasladando $f(x)$ verticalmente k unidades hacia arriba, si $k > 0$, y k unidades hacia abajo, si $k < 0$.

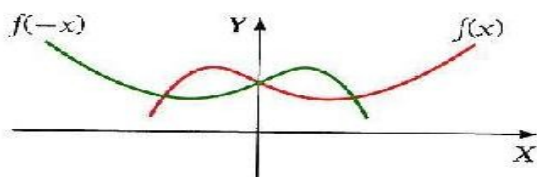
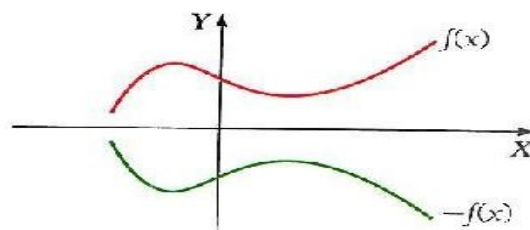


Representación de $y = f(x + k)$

A partir de la gráfica de $y = f(x)$, la gráfica de la función $y = f(x + k)$ se obtiene trasladando $f(x)$ horizontalmente k unidades hacia la izquierda, si $k > 0$, y k unidades hacia la derecha, si $k < 0$.

Representación de $y = -f(x)$

La gráfica de la función $y = -f(x)$ es la gráfica simétrica de $y = f(x)$ respecto del eje X.



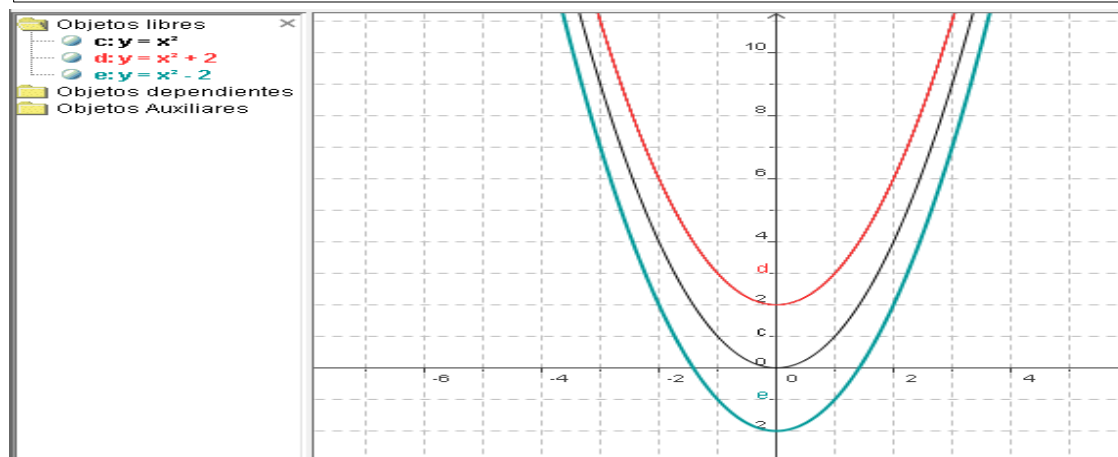
Representación de $y = f(-x)$

La gráfica de la función $y = f(-x)$ es la gráfica simétrica de $y = f(x)$ respecto del eje Y.

$y = f(x) + k$ e $y = f(x) - k$, a partir de $y = f(x)$

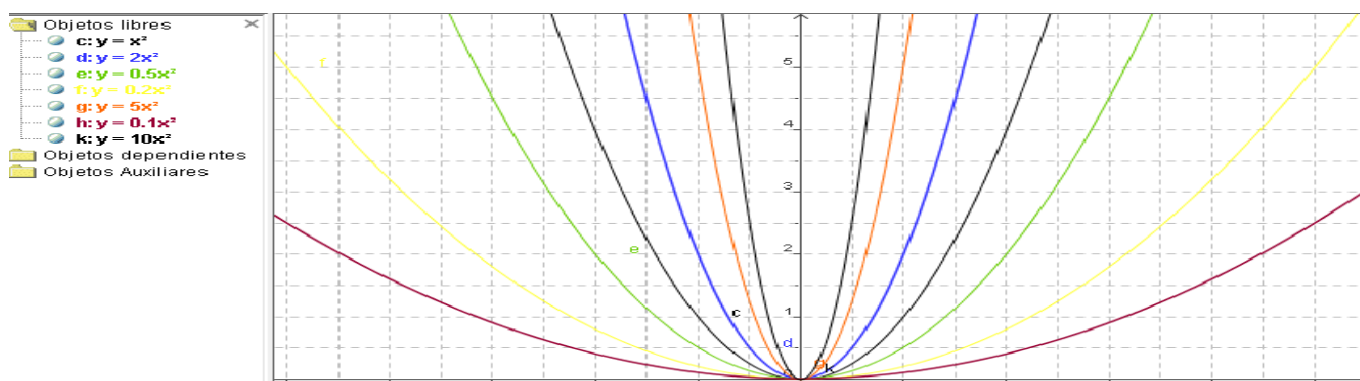
Se k é un número positivo a gráfica de $y = f(x) + k$ e $y = f(x) - k$ son coma de $y = f(x)$ desprazadas k unidades cara arriba ou cara abaixo, respectivamente.

Lembra as gráficas de $y = x^2 + 2$ e $y = x^2 - 2$ con respecto a de $y = x^2$



$y = kf(x)$, a partir de $y = f(x)$

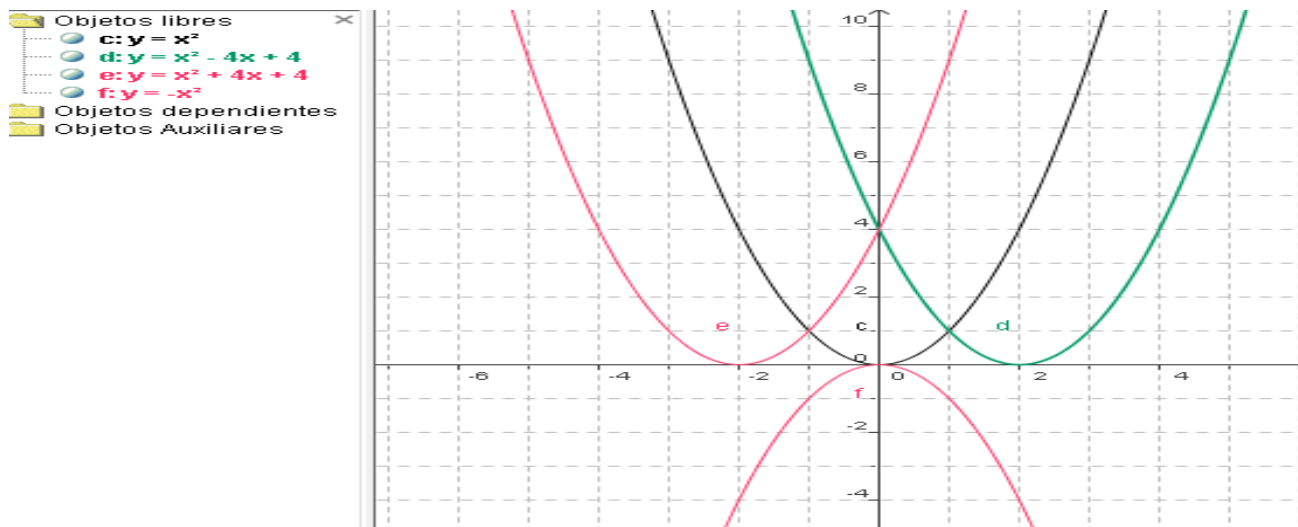
A gráfica de $y = kf(x)$ obtense multiplicando por k as ordenadas da gráfica de $y = f(x)$. Se k é positivo e maior ca 1, a gráfica é máis pechada. Se $0 < k < 1$ a gráfica é máis aberta "achátase".



$y = f(x-a)$ e $y = f(x+a)$, a partir de $y = f(x)$

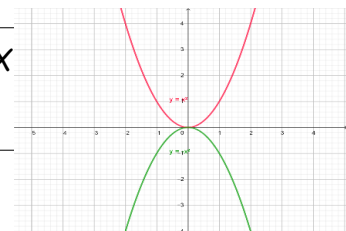
Se a é un número positivo a gráfica de $y = f(x-a)$ e $y = f(x+a)$ son coma a de $y = f(x)$ desprazadas a unidades a dereita ou a esquerda respectivamente.

Lembra as gráficas de $y = (x-2)^2$ e $y = (x+2)^2$ con respecto a de $y = x^2$



$y = -f(x)$, a partir de $y = f(x)$

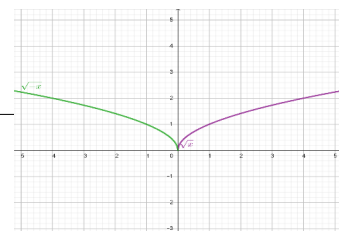
A gráfica de $y = -f(x)$ é a simétrica da de $y = f(x)$ respecto do eixo X como xa vimos nas gráficas de $y = x^2$ e $y = -x^2$.



$y = f(-x)$, a partir de $y = f(x)$

A gráfica de $y = f(-x)$ é a simétrica da de $y = f(x)$ respecto do eixo Y

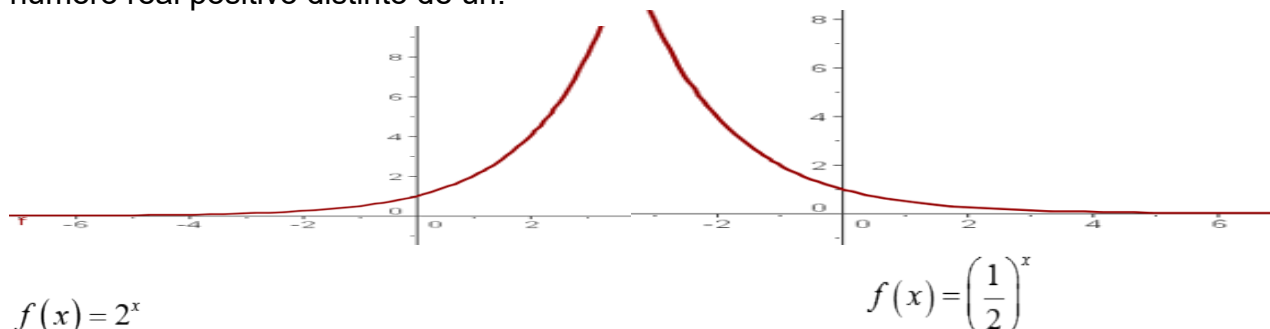
Lembra as gráficas de $y = \sqrt{x}$ e $y = \sqrt{-x}$ que xa estudamos.



FUNCIÓNS ELEMENTAIS II

FUNCIÓNS EXPONENCIAIS.-

Chámanse función exponenciais ás funcións que teñen por ecuación $y=a^x$, onde a é un número real positivo distinto de un.



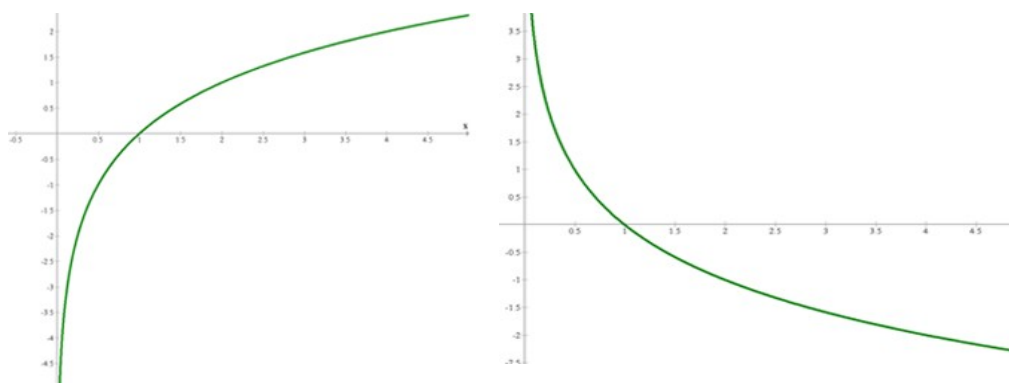
PROPIEDADES DA FUNCIÓN EXPONENCIAL

- Dominio: $\mathbb{R}$.
- Recorrido: $\mathbb{R}^+$ (A función é positiva, sempre por riba do eixo X)
- É continua en todo $\mathbb{R}$.
- Os puntos $(0, 1)$ e $(1, a)$ pertencen á gráfica.
- Crecente se $a > 1$, e crecen tanto máis rapidamente canto maior sexa a .
- Decrecente se $0 < a < 1$, e decrecen tanto máis rapidamente canto menor sexa a (máis próximo a 0)
- As curvas $y = a^x$ e $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ son simétricas respecto del eje OY.
- As dúas teñen por asíntota o eixo OX, pero solo por un lado: a de base maior que 1 pola lado negativo do eixo OX, e a de base menor que 1 polo lado positivo do eixo OX.

Cando falamos da función exponencial sen especificar base, referímonos á función exponencial que ten por base o número “e” e que ten as características das funciónsexponenciais de base maior que 1

FUNCIÓNS LOGARÍTMICAS.-

Chámanse funcións logarítmicas ás funcións que teñen por ecuación $y = \log_a x$ con $a > 0, a \neq 1$



$$f(x) = \log_2 x$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

PROPIEDADES DA FUNCIÓN LOGARÍTMICA:

- O seu dominio é polo tanto $(0, \infty)$. É continua en todo o seu dominio
- Toma tódolos valores reais (O seupercurrido son tódolos números reais).
- Pasa sempre polo punto $(1,0)$ e $(a,1)$.
- Se a base **a é maior que 1** a función é **crecente**. Se a base **a é menor que 1** a función é **decrecente**.
- As dúas teñen por asíntota o eixo OY, pero solo por un lado: a de base maior que 1 pola lado negativo do eixo OY, e a de base menor que 1 polo lado positivo do eixo OY.

Igual que no caso da exponencial, cando falamos da función logarítmica sen especificar base, referímonos á función logarítmica que ten por base o número e maior que 1.

RELACIÓN ENTRE AS FUNCIÓNS EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA.-

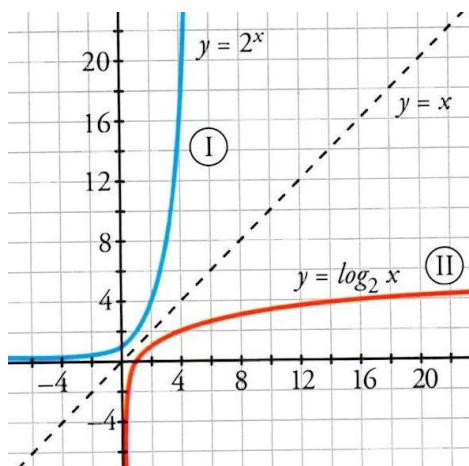
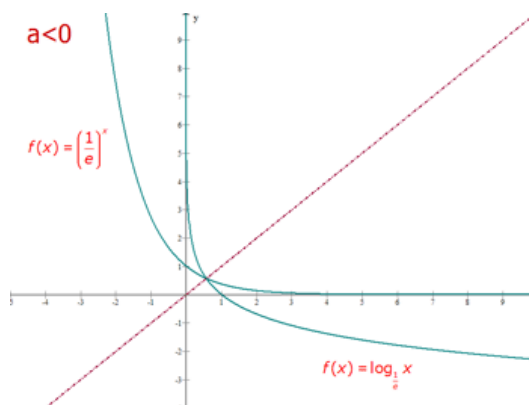
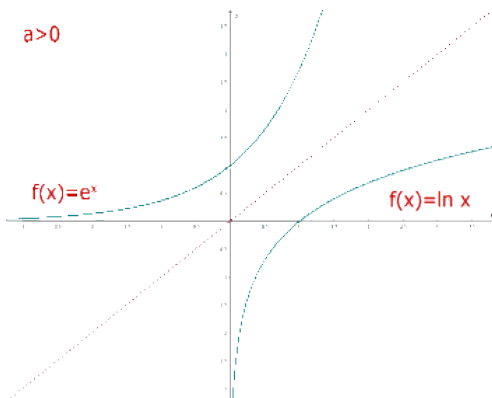
As funcións exponencial e logarítmica da mesma base son inversas, isto significa que a súa composición dá a función identidade. É dicir:

$$\ln e^x = x, \text{ e } e^{\ln x} = x.$$

Dende o punto de vista práctico isto significa, por exemplo, que:

$$\ln e^2 = 2 \qquad e^{\ln 2} = 2$$

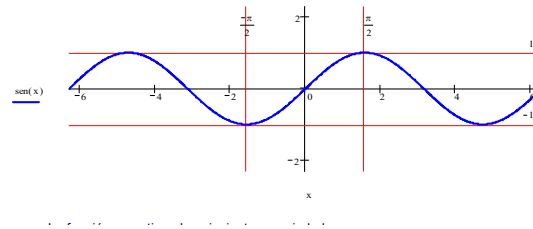
Graficamente as funcións inversas en xeral, son **simétricas respecto á bisectriz do primeiro e terceiro cuadrante**.



FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.-

FUNCIÓN SENO $y = \operatorname{sen} x$

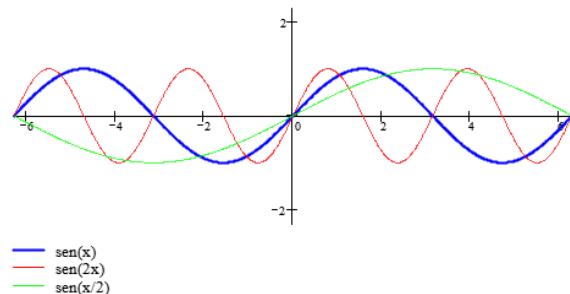
A súa gráfica entre -2π e 2π é:



PROPIEDADES FUNCIÓN SENO:

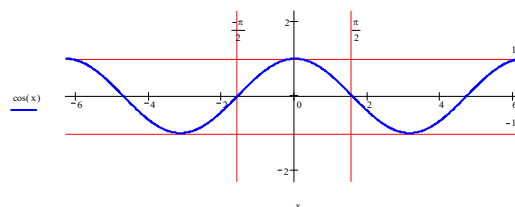
- ✓ Está definida para todos los números reales. O seu dominio é $\mathbb{R}$
- ✓ Toma valores entre -1 e 1. O seu recorrido é $[-1, 1]$.
- ✓ É periódica de período 2π
- ✓ Pasa polo orixe de coordenadas.
- ✓ Corta ao eixo OX nos puntos da forma $x = k\pi$ onde k é un número enteiro.
- ✓ É crecente en todos los intervalos da forma $(-\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ É decrecente en todos los intervalos da forma $(\pi/2 + 2k\pi, 3\pi/2 + 2k\pi)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos mínimos relativos nos puntos $(-\pi/2 + 2k\pi, -1)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos máximos relativos nos puntos $(\pi/2 + 2k\pi, 1)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos puntos de inflexión nos puntos da forma $x = n\pi$ onde n é un número enteiro.

Variación da función seno ao multiplicar x por un número.



FUNCIÓN COSENO $y = \operatorname{cos} x$

A súa gráfica entre -2π e 2π é:



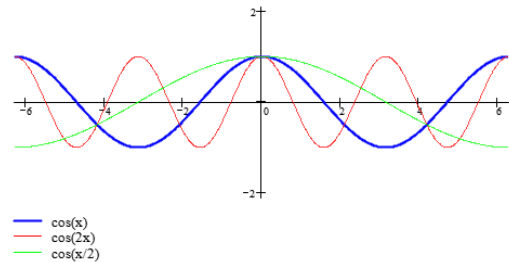
La función coseno tiene las siguientes propiedades:

PROPIEDADES FUNCIÓN COSENO:

- ✓ Está definida para todos los números reales. O seu dominio é $\mathbb{R}$
- ✓ Toma valores entre -1 e 1. O seu recorrido é $[-1, 1]$.
- ✓ É periódica de período 2π
- ✓ Pasa polo punto $(0, 1)$.

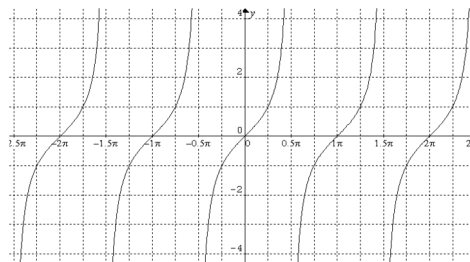
- ✓ Corta ao eixo OX nos puntos da forma $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ onde k é un número enteiro.
- ✓ É crecente en todos os intervalos da forma $(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ É decrecente en todos os intervalos da forma $(2k\pi, \pi + 2k\pi)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos mínimos relativos nos puntos $(-\pi + 2k\pi, -1)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos máximos relativos nos puntos $(2k\pi, 1)$ onde k é un número enteiro.
- ✓ Ten infinitos puntos de inflexión nos puntos da forma $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ onde n é un número enteiro.

Variación da función coseno ao multiplicar x por un número.



FUNCIÓN TANXENTE $y = \tan x$

A súa gráfica entre -2π e 2π é:



PROPIEDADES DA FUNCIÓN TANXENTE:

- ✓ $D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- ✓ Toma valores en todo $\mathbb{R}$. O seu percorrido é $\mathbb{R}$
- ✓ É periódica de período π
- ✓ Pasa polo punto $(0, 0)$.
- ✓ Corta ao eixo OX nos puntos da forma $x = k\pi$ onde k é un número enteiro.
- ✓ É crecente no seu dominio.
- ✓ Ten infinitos puntos de inflexión nos puntos da forma $x = k\pi$ onde k é un número enteiro.

FUNCIÓNS ARCO.-

Son as funcións inversas das funcións trigonométricas. Como as funcións trigonométricas son periódicas, e polo tanto cada valor da y é imaxe de infinitos valores da x , para que sexa función temos que quedarnos cun anaco de cada una delas.

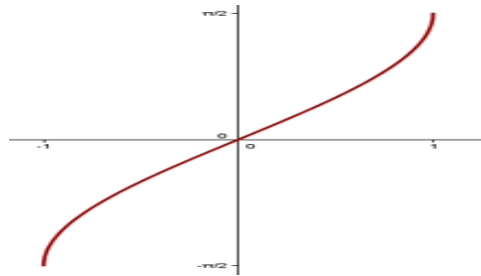
FUNCIÓN ARCOSENO $y = \arcsen x$

Esta definida no intervalo $[-1, 1]$ e toma valores en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

É unha función crecente, e verifica que:

$$\operatorname{sen}(\arcsen(x)) = x \quad \text{e} \quad \arcsen(\operatorname{sen} x) = x$$

A súa gráfica é simétrica respecto da recta $y = x$ da gráfica da función seno no intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

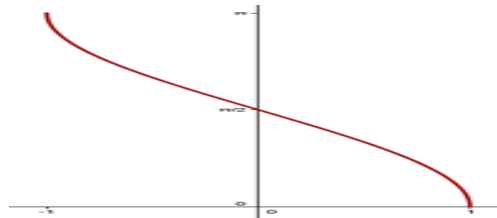
**FUNCIÓN ARCCOSENO** $y = \arccos x$

Esta definida no intervalo $[-1, 1]$ e toma valores en $[0, \pi]$.

É unha función decrecente, e verifica que:

$$\cos(\arccos(x)) = x \quad \text{e} \quad \arccos(\cos x) = x$$

A súa gráfica é simétrica respecto da recta $y = x$ da gráfica da función coseno no intervalo $[0, \pi]$.

**FUNCIÓN ARCOTANXENTE** $y = \arctan x$

Esta definida en todo $\mathbb{R}$ e toma valores en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

É unha función crecente, e verifica que:

$$\tan(\arctan(x)) = x \quad \text{e} \quad \arctan(\tan x) = x$$

A súa gráfica é simétrica respecto da recta $y = x$ da gráfica da función tanxente no intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

