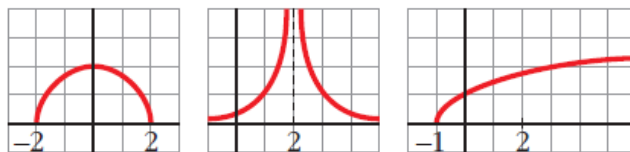


PROBLEMAS FUNCIÓNS ELEMENTAIS

DOMINIOS:

1.- Observando a gráfica destas funcións, indica cal é o seu dominio de definición e o percorrido:



2.- Indica o dominio de definición destas funcións:

a) $y = \frac{3}{x^2 + x}$

b) $y = \frac{x}{(x-2)^2}$

c) $y = \frac{x-1}{2x+1}$

d) $y = x^4 - 2x + 1$

e) $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 3}$

f) $y = \frac{2}{5x - x^2}$

g) $y = \frac{1}{x^2 - 2}$

h) $y = x^2 - 5x + 6$

i) $y = \sqrt{3-x}$

h) $y = \sqrt[4]{9-3x}$

i) $\sqrt[3]{7x-5}$

j) $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

k) $y = \sqrt{\frac{x-9}{x}}$

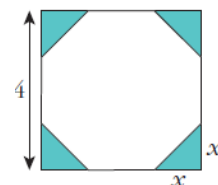
l) $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+5}}$

l) $y = \sqrt{(2x-1)(3x-6)x}$

3.- Dun cadrado de 4 cm de lado, córtansenas esquinas triángulos rectángulos isósceles cuxos lados iguais miden x .

a) Escribe a área do octógono que resulta en función de x .

b) Cal é o dominio desa función? E o seu percorrido?



4.- Determina o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

b) $y = \sqrt{x-1}$

c) $y = \sqrt{1-x}$

d) $y = \sqrt{4-x^2}$

e) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

g) $y = x^3 - 2x + 3$

h) $y = \frac{1}{x}$

i) $y = \frac{1}{x^2 + 4}$

k) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$

l) A área duncadrado de lado variable, l , é $A = l^2$

m) $y = \sqrt{\frac{x-3}{5-x}}$

n) $y = \sqrt{\frac{-2+x}{x+1}}$

o) $y = \sqrt[3]{\frac{x-3}{5-x}}$

p) $y = \sqrt{(x+1)(x-1)(x-3)}$

q) $y = \sqrt[4]{(x-2)(5-x)(x+1)}$

r) $y = \sqrt{x^3 - 9x}$

5.- Indica o dominio de definición destas funcións:

a) $y = \log(x^2 - 9)$

b) $y = x^2 + 3x + 4$

c) $y = \sqrt{12x - 2x^2}$

d) $y = \sqrt[3]{x^2 - 4x - 5}$

e) $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$

6.- Unha empresa fabrica envases con forma de prisma de dimensións x , $x/2$ e $2x$ cm.

a) Escribe a función que dá o volume do envase en función de x .

b) Indica o seu dominio sabendo que o envase máis grande ten 1 l de volume.

Cal é o seu percorrido?

FUNCIÓNS LINEAIS:

7.- A factura do gas dunha familia, en setembro, foi de 24,82 euros por 12 m³, e en outubro, de 43,81 por 42 m³.

a) Escribe a función que dá o importe da factura segundo os m³ consumidos e represéntaa.

b) Canto pagarán se consomen 28 m³?

8.- Medindo a temperatura a diferentes alturas, observouse que por cada 180 m de ascenso o termómetro baixa 1°C. Se na base dunha montaña de 800 m estamos a 10 °C, cal será a temperatura na cima? Representa graficamente a función *altura-temperatura* e busca tamén a súa expresión analítica.

FUNCIÓNS CUADRÁTICAS:

9.- Representa as seguintes parábolas logo de determinar o vértice, os puntos de corte coseixes de coordenadas e mais algún punto próximo ao vértice:

a) $y = x^2 + 2x + 1$

b) $y = \frac{x^2}{2} + 3x + 1$

c) $y = -x^2 + 3x - 5$

d) $y = \frac{x^2}{3} + 3x + 6$

10.- Unha pelota é lanzada verticalmente cara arriba desde o alto dun edificio. A altura que alcanza vén dada pola fórmula $h = 80 + 64t - 16t^2$ (t en segundos e h en metros).

a) Debuxa a gráfica no intervalo $[0, 5]$.

b) Calcula a altura do edificio.

c) En que instante alcanza a máxima altura?

11.- O custo de produción de x unidades dun produto é igual a $(1/4)x^2 + 35x + 25$ euros e o prezo de venda dunha unidade é $50 - (x/4)$ euros.

a) Escribe a función que nos dá o beneficio total se se venden as x unidades producidas, e represéntaa.

b) Indica o número de unidades que deben venderse para que o beneficio sexa máximo.

FUNCIONES DEFINIDAS A ANACOS:

12.- Representa esta función:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-3,0) \\ x^2-2x+1 & x \in [0,3] \\ 4 & x \in (3,7) \end{cases}$$

13.- Debuxa a gráfica das seguintes funcións:

a) $f(x) = \begin{cases} -x^2-4x-2 & x < -1 \\ x^2 & x \geq -1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2-2x & x \leq 2 \\ 3 & x > 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -x-1 & x \leq -1 \\ 2x^2-2 & -1 < x < 1 \\ x-1 & x \geq 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 1 \\ x^2-1 & x \geq 1 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} x^2+2x & x < 1 \\ 3 & 1 \leq x \leq 5 \\ x-2 & x > 5 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} -1-x & x < -1 \\ 1-x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$

14.- A dose dun medicamento é 0,25 g por cada quilo de peso do paciente, ata un máximo de 15 g. Representa a función *peso do paciente-cantidade de medicamento* e indica a súa expresión analítica.

15.- Helena vai visitar a súa amiga Ana e tarda 20 minutos en chegar á súa casa, que está a 1 km de distancia. Está alí media hora e no camiño de volta emprega o mesmo tempo ca no de ida.

- a) Representa a función *tempo-distancia*.
b) Busca a súa expresión analítica.

16.- Representa as seguintes funcións e defíneas por intervalos:

a) $y = |4-x|$
c) $y = \left| \frac{x-3}{2} \right|$

b) $y = |x-3|$
d) $y = |2-3x|$

17.- Representa estas funcións:

a) $y = |x^2-1|$

b) $y = |-x^2+4x|$

c) $y = |-x^2+3x+10|$

d) $y = |x^2+2x-3|$

e) $y = |x^2-2x+1|$

f) $y = |4-x^2|$

TRANSFORMACIÓNS ELEMENTAIS :

18.- Representa e indica as asíntotas de cada unha das seguintes funcións de proporcionalidade inversa.

a) $y = \frac{2}{x}$

b) $y = 1 + \frac{2}{x}$

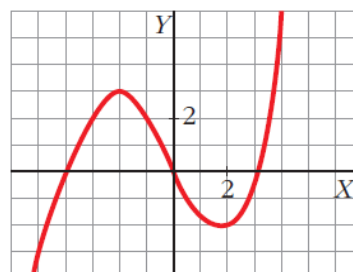
c) $y = \frac{2}{x-2}$

19.- Esta é a gráfica da función $y = f(x)$:

Representa, a partir dela, as funcións:

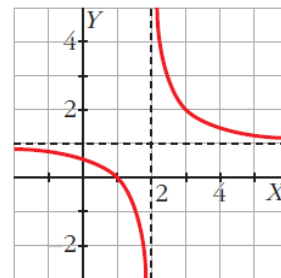
a) $y = f(x-1)$

b) $y = f(x) + 2$



20.- A partir da gráfica de $f(x) = 1/x$, representa:

- a) $g(x) = f(x) - 2$ b) $h(x) = f(x - 3)$
 c) $i(x) = -f(x)$ d) $j(x) = |f(x)|$



21.- A expresión analítica desta función é do tipo $y = \frac{1}{x-a} + b$

Observa a gráfica e di o valor de a e b .

22.- Utilizando a relación $\frac{\text{dividendo}}{\text{divisor}} = \text{cociente} + \frac{\text{resto}}{\text{divisor}}$ podemos escribir a función $y = \frac{2x+3}{x+1}$ desta forma $y = 2 + \frac{1}{x+1}$. Comproba que a súa gráfica coincide coa de $y = 1/x$ trasladada 1 unidade cara á esquerda e 2 cara arriba.

23.- Representa as seguintes funcións utilizando o procedemento do problema anterior.

- a) $y = \frac{3x}{x-1}$ b) $y = \frac{x-2}{x-4}$ c) $y = \frac{3x+2}{x+1}$ d) $y = \frac{x+1}{x-1}$

24.- Representa as seguintes funcións:

- a) $y = \sqrt{x-1}$ b) $y = -\sqrt{x+3}$
 c) $y = 2 + \sqrt{x}$ d) $y = 1 - \sqrt{x}$

FUNCIÓNS EXPONENCIAIS, LOGARÍTMICAS, TRIGONOMÉTRICAS.-

25.- Representa as funcións:

- a) $y = 2^x + 1$ b) $y = 3^x - 3$ c) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$ d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

26.- Representa as seguintes funcións:

- a) $y = 2^{x-1}$ b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$ c) $y = 1 - 2^x$ d) $y = 2^{-x}$

27.- A gráfica dunha función exponencial do tipo $y = ka^x$ pasa polos puntos (0; 0,5) e mais (1; 1,7).

- a) Calcula k e a .
 b) Representa a función.

28.- A masa de madeira dun bosque aumenta nun 40% cada 100 anos. Se tomamos como unidade de masa vexetal (*biomasa*) a que había no ano 1800, que consideramos instante inicial, e como unidade de tempo 100 anos, a función $M = 1,4^t$ dá-nos a cantidade de masa vexetal, M , nun instante calquera, t expresado en séculos *a partir de 1800* (razoa por que).

- a) Indica cando haberá unha masa de madeira tripla que en 1800 ($1,4^t = 3$) e cando había a terceira parte. Observa que os dous períodos de tempo son iguais.
 b) Calcula a cantidade de madeira que haberá, ou había, en 1900, 1990, 2000, 1600 e 1550.

29.- Comproba que, no exemplo anterior referente á desintegración dunha certa substancia radioactiva, $M = m \cdot 0,76^t$ (t expresado en miles de anos), o período de semidesintegración (tempo que tarda en reducirse á metade a substancia radioactiva) é de, aproximadamente, 2 500 anos. Para iso, comproba que unha cantidade inicial calquera se reduce á metade (aproximadamente) ao cabo de 2 500 anos ($t = 2,5$).

30.- Un cultivo de bacterias comeza con 100 células. Media hora despois hai 435. Se ese cultivo segue un crecemento exponencial do tipo $y = ka^t$ (t en minutos), calcula k e a e representa tamén a función. Canto tardará en chegar a 5 000 bacterias?

31.- Un negocio no que investimos 10 000 €, perde un 4% mensual. Escribe a función que nos dá o capital que teremos segundo os meses transcorridos, e represéntaa. Canto tempo tardará o capital inicial en reducirse á metade?

32.- Dada a función $y = a^x$, contesta:

- Pode ser negativo o y ? E o x ?
- Para que valores de a é crecente?
- Cal é o punto polo que pasan todas as funcións do tipo $y = a^x$?
- Para que valores de x se verifica $0 < a^x < 1$ se $a > 1$?

33.- Representa estas funcións a partir da gráfica de $y = \log_2 x$

- $y = 2 + \log_2 x$
- $y = -\log_2 x$
- $y = \log_2(x-1)$
- $y = \log_2(-x)$

34.- Debuxa a gráfica das seguintes funcións:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & x < -2 \\ -x^2 + 4 & -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} & x > 2 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 0 \\ \frac{2}{x-3} & 0 < x \leq 4 \\ \sqrt{x} & x > 4 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 2^x & x \leq 1 \\ \log x & x > 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x < 0 \\ 2x - 4 & 0 \leq x < 3 \\ \frac{6}{x} & x \geq 3 \end{cases}$$

35.- Rodea cun círculo a expresión analítica que lle corresponde a seguinte gráfica xustificando a resposta:

$$y = 2 \sin x$$

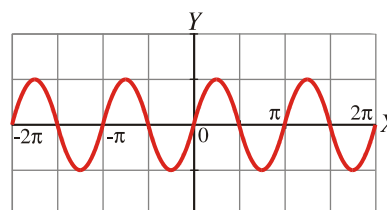
$$y = \tan(2x)$$

$$y = \cos(2x)$$

$$y = \sin(2x)$$

¿É periódica?

¿Cal é o seu período?



- 36.- Un coche que custou 20.000 euros perde un 10% do seu valor cada ano.
- Escrebe a función que nos da o prezo do coche en función dos anos q pasan, t anos. Que tipo de función é?
 - Calcula dentro de cantos anos o prezo do coche é a metade.
- 37.- Depositamos nun banco 5 000 € ao 6% anual.
- Escrebe a función que nos di como evoluciona o capital ao longo do tempo. Que tipo de función é?
 - En canto tempo se duplicará o capital?

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES. FUNCIÓN INVERSA:

- 38.- Se $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$, cal é a función $(f \circ g)(x)$? E $(g \circ f)(x)$?
- 39.- Considera as función f e g definidas polas expresións $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \frac{1}{x}$. Calcula:
- a) $(f \circ g)(2)$ b) $(g \circ f)(-3)$
- c) $(g \circ g)(x)$ d) $(f \circ g)(x)$
- 40.- Se $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e $g(x) = x^2$, obtén as expresións de $f[g(x)]$ e $g[f(x)]$. Indica $f[g(4)]$ e $g[f(4)]$.
- 41.- Comproba que $f(x) = 2x$ e $g(x) = x/2$ son inversas.

- 42.- Indica a función inversa destas funcións:
- a) $y=3x$ b) $y=x+7$ c) $y=3x-2$
- d) $y=3 \cdot 2^{x-1}$ e) $y=1+3^x$ f) $y=2\log_3 x + 1$

- 43.-Dadas as funcións $f(x)=2^{x+1}$ e $g(x)=\frac{1}{x-3}$ acha:
- a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$
- d) $(g \circ g)(x)$ e) $f^{-1}(x)$ f) $(f \circ f^{-1})(x)$

ACTIVIDADES DE REPASO:

1. Representa as seguintes funcións:
a) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 8$
b) $y = -3x^2 + 6x + 3, x \in \left[0, \frac{5}{2}\right]$
2. Os costes de produción (en euros) dunha empresa veñen dados por:
 $C(q) = 40000 + 20q + q^2$ q : número de unidades producidas
O prezo de venda de cada unidade é de 520 euros.
a) Expressa en función de q o beneficio da empresa e represéntao graficamente.
b) Cantas unidades hai que producir para que o beneficio sexa máximo? Cal é ese beneficio máximo?

3. Representa as hipérbolas seguintes:

a) $y = \frac{2}{x-3}$

b) $y = \frac{3x-5}{x-2}$

c) $y = \frac{2x+1}{x+1}$

4. A dose dun fármaco comeza con 10 mg e cada día debe aumentar 2mg ata chegar a 20mg. Debe seguir 15 días con esa cantidade e despois ir diminuindo 4mg cada día.

a) Representa a función que describe este enunciado e determina a súa expresión analítica.

b) Di cal é o seu dominio e o seu recorrido.

5. Representa graficamente as seguintes funcións e defíneas como funcións “a trozos”.

a) $y = |2x+5|$

b) $y = |4-x^2|$

c) $y = x^2 - 4|x|$

d) $y = |x+1| - |1-x|$

6. Representa, a partir da gráfica de $f(x) = x^2 - 2x - 3$, as funcións:

a) $g(x) = f(x) + 3$

b) $h(x) = f(x+2)$

c) $i(x) = -f(x)$

d) $j(x) = |f(x)|$

7. Dadas as funcións: $f(x) = \frac{1}{3x-6}$, $g(x) = 2 + \sqrt{x}$. Calcula:

a) $(f \circ g)(x)$

c) $g^{-1}(x)$

b) $(g^{-1} \circ g)(x)$

d) $(g \circ g)(x)$

8. Calcula a función inversa de $y = 1 - 3^{x-1}$.

9. Unha taza de café está a 75°C. Despois de 3 minutos nunha habitación a 21°C, a temperatura do café descendeu a 64°C. Se a temperatura, T, do café en cada instante t vén dada pola expresión $T = Ae^{kt} + 21$, calcula A e k e representa a función. Canto teremos que esperar para que a temperatura do café sexa 45°C?

10. O prezo en euros dun artigo perecedeiro que empeza a venderse o primeiro día dun determinado mes, varía co tempo, en días, segundo a función:

$$P(t) = \begin{cases} \frac{t}{4} + 8 & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ -\frac{t^2}{4} + 2t + 5 & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Cal é o prezo inicial do artigo?

b) Debuxa a gráfica de P(t).

11. Unha ONG estimou que o número de persoas ingresadas nos hospitais tras un tsunami segue aproximadamente a fórmula:

$$P(t) = 1 + \frac{110}{t^2 + 10} \text{ se } 0 < t < 30, \text{ onde } P \text{ é o número de persoas hospitalizadas, en milleiros, e } t$$

é o número de días transcurridos dende o tsunami.

a) Cantas persoas haberá hospitalizadas o primeiro día?

b) E, cantas ao cabo de 3 semanas?

- c) Se a capacidade hospitalaria dunha illa da área afectada é de 2000 camas, ata que día estivo desbordada a capacidade?

12. Segundo Newton, a temperatura dun obxecto segue a función:

$$f(t) = T + (C - T)e^{-kt}$$

T temperatura ambiente ; C temperatura inicial; t tempo transcurrido; k tasa de enfriamento do obxecto por unidade de tempo

Un obxecto cunha temperatura de 40°C déixase ao aire libre onde a temperatura é de 25°C e despois de 10 minutos a temperatura do obxecto é de 34°C. Canto tempo ten que pasar para que o obxecto se enfríe ata ter unha temperatura de 30°C?

FUNCIÓNS ELEMENTAIS. MATEMÁTICAS I.

1.- Acha o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $y = x^3 - x$

b) $y = \frac{1}{x^3 - x}$

c) $y = \sqrt{x^3 - x}$

2.- O **prezo de venda dun artigo** vén dado pola expresión $p(x) = 12 - 0,01x$ (x = número de artigos fabricados; p = prezo, en centos de euros).

- a) Representa a función *nº de artigos vendidos-ingresos obtidos*.
b) Cantos artigos se deben fabricar para que os ingresos sexan máximos?. Cales serán os ingresos neste caso?

3.- a) Dada a función $f(x) = |2x + 2|$ defínea como unha función a anacos, represéntaa graficamente e di cal é o seu dominio e o seu percorrido. Fai táboa de valores !!!

.- b) Dada a función $f(x) = |9 - x^2|$ defínea como unha función a anacos, represéntaa graficamente e di cal é o seu dominio e o seu percorrido.

c) Representa a hipérbole $y = \frac{3x - 5}{x - 1}$ e indica as súas asíntotas. Indica dominio e percorrido. Fai táboa de valores !!!

d) Representa $f(x) = 2^x - 3$ e indica as asíntotas. Indica dominio e percorrido. Fai táboa de valores !!!

e) Representa $f(x) = \log_2(x + 1)$ e indica as asíntotas. Indica dominio e percorrido. Fai táboa de valores !!!

f) Representa $f(x) = 2\cos x$

¿É periódica?

¿Cal é o seu periodo?.....

g) Representa $f(x) = \sin(4x)$

¿É periódica?

¿Cal é o seu periodo?.....

4.-

a) Representa graficamente a función $f(x) = \begin{cases} -x^2+3 & \text{se } x < -2 \\ x+1 & \text{se } -2 \leq x < 5 \\ 5 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$ e di cal é o seu dominio e o seu percorrido. ¿É continua? Se non o é, ¿en que puntos é descontinua?

b) Representa graficamente a función e di cal é o seu dominio e o seu percorrido. ¿É continua?

Se non o é, ¿en que puntos é descontinua? $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2-5x+6 & \text{se } 0 < x < 3 \\ x-3 & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$

5.- a) Dadas as funcións $f(x) = \sqrt{2x+3}$ e $g(x) = \frac{x^2-1}{4}$ acha:

i) $(f \circ g)(x)$

ii) $(g \circ f)(x)$

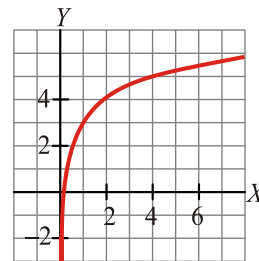
iii) $(f \circ f)(x)$

iv) $(g \circ g)(x)$

v) $f^{-1}(x)$

vi) $(f \circ f^{-1})(x)$

b) A gráfica adxunta é dunha función $y = f(x)$. A partir dela, calcula $f^{-1}(3)$ e $f^{-1}(5)$ e representa nos mesmos eixos $f^{-1}(x)$.



6.- Un coche que custou 30.000 euros perde un 15% do seu valor cada ano.

a) Escribe a función que nos da o prezo do coche en función dos anos q pasan, t anos. Que tipo de función é?

b) Calcula dentro de cantos anos o prezo do coche é a metade.

7.- Depositamos nun banco 52 000 € ao 10% anual.

a) Escribe a función que nos di como evoluciona o capital ao longo do tempo. Que tipo de función é?

b) En canto tempo se duplicará o capital?

8.- As gráficas que tes a continuación correspóndense con seis das seguintes funcións:

a) $y = x+2$ b) $y = \frac{1}{x-2} - 1$ c) $y = -\sqrt{x+3}+2$ d) $y = x^2+1$

e) $y = 2^x - 2$ f) $y = -x+2$ g) $y = -\sqrt{x+2}+3$ h) $y = (x+1)^2$

i) $y = \log_2(x-1)$ j) $y = 2^{x-2}$ k) $y = \frac{1}{x}+2$ m) $y = \log_2 x - 1$

Di que función lle corresponde a cada gráfica xustificando a túa resposta, e indica para cada unha o seu dominio e o seu percorrido.

