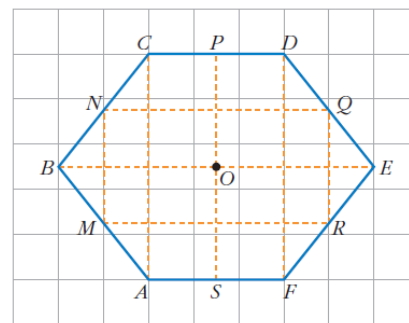


PROBLEMAS VECTORES

- 1.- A figura $ABCDEF$ é un hexágono. Compara o módulo, a dirección e o sentido dos seguintes pares de vectores:

a) $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{BM}$ e $\overrightarrow{DE}$ d) $\overrightarrow{OS}$ e $\overrightarrow{OE}$



- 2.- Substitúe os puntos suspensivos por un número, de forma que estas igualdades sexan verdadeiras para o hexágono do exercicio 1

a) $\overrightarrow{CD} = 2 \overrightarrow{CP}$ b) $\overrightarrow{MN} = \dots \overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{OP} = \dots \overrightarrow{OS}$ d) $\overrightarrow{NB} = \dots \overrightarrow{BC}$

Solución: $\frac{1}{2}; -1; \frac{-1}{2}$

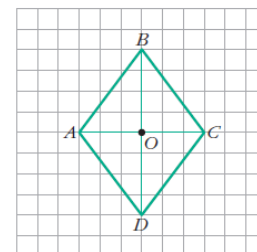
- 3.- Completa as igualdades seguintes coas letras que faltan para que, no hexágono do exercicio 1, sexan verdadeiras:

a) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{AE}$ b) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{\dots C} = \overrightarrow{SF}$ c) $\overrightarrow{O\dots} + \overrightarrow{SO} = \overrightarrow{FD}$ d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{A\dots} = \overrightarrow{AB}$

Solución: C, C, P, M

- 4.- Observa o rombo da figura e calcula:
Exprésalos resultados utilizando os vértices do rombo.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$ d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ f) $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CA}$



$\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AA}, \overrightarrow{AC}, 2\overrightarrow{DC}$

Solución:

- 5.- Se $B = \{\vec{a}, \vec{b}\}$ é unha base dos vectores do plano, sinala cales dos seguintes pares de vectores poden ser outra base:

a) $(3\vec{a}, -2\vec{b})$ b) $(-\vec{a}-\vec{b}, \vec{a}+\vec{b})$ c) $(\vec{a}-\vec{b}, \vec{a}+\vec{b})$ d) $(\vec{a}-\vec{b}, \vec{b}-\vec{a})$

Solución: $Si; Non; Si; Non.$

- 6.- Se $\vec{u} = (-2, 5)$ e $\vec{v} = (1, -4)$ son as coordenadas de dous vectores respecto dunha base, determina as coordenadas respecto da mesma base de:

a) $2\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} - \vec{v}$ c) $3\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$ d) $\frac{-1}{2}\vec{u} - 2\vec{v}$

Solución: $(-3, 6); (-3, 9); \left(-\frac{17}{3}, \frac{41}{3}\right); \left(-1, \frac{11}{2}\right)$

7.- Se as coordenadas dos vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son $(3, -5)$ e $(-2, 1)$, obtén as coordenadas de:

a) $-2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

b) $-\vec{u} - \frac{3}{5}\vec{v}$

c) $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{2}{3}(\vec{u} - \vec{v})$

8.- Indica o vector $\vec{b}$ tal que $\vec{c} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, onde $\vec{a}(-1, 3)$ e $\vec{c}(7, -2)$.

Solución: $\vec{b} = (-20, 22)$

9.- Cales dos seguintes pares de vectores forman unha base?

a) $\vec{u}(3, -1), \vec{v}(1, 3)$

b) $\vec{u}(2, 6), \vec{v}\left(\frac{2}{3}, 2\right)$

Solución: *Non; Si.*

10.- Dados os vectores $\vec{a}(3, -2), \vec{b}(-1, 2)$ e $\vec{c}(0, -5)$, calcula m e n de modo que: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$

Solución: $m = \frac{-5}{4}, n = \frac{-15}{4}$

11.- Expresa o vector $\vec{a}(-1, -8)$ como combinación lineal de $\vec{b}(3, -2)$ e $\vec{c}\left(4, -\frac{1}{2}\right)$

Solución: $\vec{a} = 5\vec{b} - 4\vec{c}$

12.- Nunha base ortonormal as coordenadas dun vector son $\vec{v}(2, -5)$. Determina as coordenadas de $\vec{v}$ na base $B = \{(1, -1), (0, -1)\}$.

Solución: $(2, 3)$

13.- Dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ cumpren que: $|\vec{u}|=4, |\vec{v}|=\frac{3}{2}$ e o ángulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 30° . Calcula:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $\vec{v} \cdot \vec{u}$

c) $(-\vec{u}) \cdot \vec{v}$

d) $3\vec{u} \cdot (-5\vec{v})$

e) $\vec{u} \cdot \vec{u}$

f) $\vec{v} \cdot (-\vec{v})$

Solución: $3\sqrt{3}; 3\sqrt{3}; -3\sqrt{3}; -3\sqrt{3}; -45\sqrt{3}; 16; \frac{-9}{4}$

14.- Se $|\vec{u}|=3, |\vec{v}|=5$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$, determina o ángulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ (Usa a calculadora).

Solución: $\alpha = 97^\circ 39' 44''$

15.- Indica $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{u})$ e $\vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{u})$ se sabes que $|\vec{u}|=3, |\vec{v}|=5$ e o ángulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 120° .

Solución: $\frac{3}{2}; \frac{65}{2}$

- 16.- Sexan $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dous vectores non nulos. Indica o ángulo que forman nos seguintes casos:
 a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| |\vec{b}|$ d) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0,5 |\vec{a}| |\vec{b}|$
- 17.- Indica se o resultado das seguintes operacións é un número ou un vector:
 a) $2\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$ c) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{c}$ d) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$
- 18.- Dados os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ mediante as súas coordenadas respecto a unha base ortonormal, $\vec{u} = (3, -4)$, $\vec{v} = (-1, 3)$, indica:
 a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $\vec{v} \cdot \vec{u}$
 b) $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ e ángulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$
 c) O valor de k para que $(4, k)$ sexa perpendicular a $\vec{v}$.
 d) Un vector unitario perpendicular a $\vec{u}$.
- 19.- Dados os vectores $\vec{x}(5, -2)$, $\vec{y}(0, 3)$, $\vec{z}(-1, 4)$, calcula:
 a) $\vec{x} \cdot \vec{y}$ b) $\vec{x} \cdot \vec{z}$ c) $\vec{y} \cdot \vec{z}$
- 20.- Calcula k para que o produto $\vec{u} \cdot \vec{v}$ sexa igual a 0 nos seguintes casos:
 a) $\vec{u}(6, k)$, $\vec{v}(-1, 3)$ b) $\vec{u}\left(\frac{1}{5}, -2\right)$, $\vec{v}(k, 3)$ c) $\vec{u}(-3, -2)$, $\vec{v}(5, k)$
- 21.- Dados $\vec{u}(2, 3)$, $\vec{v}(-3, 1)$ e $\vec{w}(5, 2)$, calcula:
 a) $(3\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot \vec{w}$ b) $\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w}$ c) $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$ d) $\vec{u}(\vec{v} \cdot \vec{v})$
- 22.- Determina o módulo de cada un dos seguintes vectores:
 $\vec{u}(3, 2)$ $\vec{v}(-2, 3)$ $\vec{w}(-8, -6)$ $\vec{z}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\vec{t}(5, 0)$ $\vec{r}(1, 1)$
- 23.- Calcula o valor de m para que o módulo do vector $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, m\right)$, m sexa igual a 1.
- 24.- Calcula x , de modo que o produto escalar de $\vec{a}(3, -5)$, $\vec{b}(x, 2)$ sexa igual a 7. Que ángulo forman os vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$?
- 25.- Calcula o ángulo que forman os seguintes pares de vectores:
 a) $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(1, -5)$ b) $\vec{m}(4, 6)$, $\vec{n}(3, -2)$ c) $\vec{a}(1, 6)$, $\vec{b}\left(\frac{-1}{2}, -3\right)$
- 26.- Calcula x , para que os vectores de $\vec{a}(7, 1)$ e $\vec{b}(1, x)$ formen un ángulo de 45°
- 27.- Calcula x , para que $\vec{a}(3, x)$ e $\vec{b}(5, 2)$ formen un ángulo de 60°
- 28.- Determina as coordenadas de certo vector $\vec{x}$, sabendo que forma un ángulo de 60° con $\vec{a}(2, 4)$ e que os módulos dos dous son iguais.
- 29.- Determina un vector $\vec{a}$ que forme con $\vec{b}(-1, -2)$ un ángulo de 30° e tal que $|\vec{a}| = \sqrt{3}|\vec{b}|$.
- 30.- Dado o vector $\vec{u}(-5, k)$ calcula k de modo que:
 a) $\vec{u}$ sexa ortogonal a $\vec{v}(4, -2)$.

- b) O módulo $\vec{u}$ de sexa igual a $\sqrt{34}$.
- 31.- Se $\vec{u}(5, -b)$ e $\vec{v}(a, 2)$, determina a e b , sabendo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son ortogonais e que $|\vec{v}| = \sqrt{13}$
- 32.- Indica as coordenadas dun vector $\vec{v}(x, y)$, ortogonal a $\vec{u}(3, 4)$ e que mida o dobre ca $\vec{u}$.
- 33.- Dado o vector $\vec{u}(6, -8)$ determina:
 a) Os vectores unitarios (módulo 1) da mesma dirección ca $\vec{u}$.
 b) Os vectores ortogonais a $\vec{u}$ que teñan o mesmo módulo ca $\vec{u}$.
 c) Os vectores unitarios e ortogonais a $\vec{u}$.
- 34.- Proba que se $\vec{a} \perp \vec{b}$ e $\vec{a} \perp (\vec{b} + \vec{c})$ daquela verificase que $\vec{a} \perp \vec{c}$.
- 35.- De dous vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sabemos que $|\vec{a}| = 3$ e $|\vec{b}| = 5$ e que forman un ángulo de 120° . Calcula $|\vec{a} - \vec{b}|$.
- 36.- Sabendo que : $|\vec{u}| = 5$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 9$, calcular $|\vec{v}|$.
- 37.- Calcular $\vec{a} \cdot \vec{b}$, sabendo que: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ e $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$. ¿Qué ángulo forman $\vec{a}$ e $\vec{b}$?
- 38.- Dados os vectores $\vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$ e $\vec{b} = -3\vec{u} + k\vec{v}$, sendo $\vec{u} = (2, 3)$ e $\vec{v} = (-3, 0)$, calcula o valor de k para que o vector $\vec{a} + \vec{b}$ sexa ortogonal a $\vec{a} - \vec{b}$.
- 39.- De dous vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sabemos que $|\vec{a}| = 6$ e $|\vec{b}| = 9$ e que forman un ángulo de 120° . Calcula $|\vec{a} - \vec{b}|$.
- 40.- Demostra que se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ teñen o mesmo módulo, entón $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ son vectores ortogonais.
- 41.- Dados os vectores: $\vec{u} = (-1, 2)$ e $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$, calcula:
 a) Proxección do vector $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$.
 b) Os módulos de $\vec{u} + \vec{v}$ e de $2\vec{u} - \vec{v}$.
 c) O produto escalar: $(3\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - 2\vec{v}) = 9$.
 d) O valor de x para que o vector $\vec{c} = (x, 3)$ forme un ángulo de 60° co vector $\vec{v}$.
- 42.- Dado o vector $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$, calcula:
 a) Un vector unitario da mesma dirección e sentido oposto a $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$.
 b) Un vector ortogonal e de módulo 4 a $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$.
 c) Un vector do mesmo módulo $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$ e que forme con el un ángulo de 30° .
- 43.- Dados os puntos: A(1,0), B(-3,2), C(3,5), calcula:
 a) Medida dos lados a, b e ángulo C no triángulo ABC.
 b) Área do triángulo ABC.
 c) Un punto D tal que o cuadrilátero ABCD sexa un paralelogramo e calcula a súa área e perímetro.