XEOMETRÍA MÉTRICA (ángulos e distancias)

VECTORES
(módulo, dirección, sentido)

Operacións

Producto escalar

Definicións e cálculo

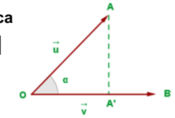
$\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cdot cos\alpha$

$\vec{v}\cdot\vec{w}=v_1w_1+v_2w_2+v_3w_3$

Interpretación xeométrica

$\vec{v}\cdot\vec{w}=prox_{\vec{w}}\vec{v}\cdot|\vec{w}|$

$\vec{v}\cdot\vec{w}=prox_{\vec{v}}\vec{w}\cdot|\vec{v}|$



Aplicacións

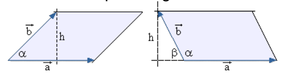
- Perpendicularidade:
- Cálculo de ángulos
- Proxecciónsortogonais

Producto vectorial

$$\vec{v}\wedge\vec{w}=\begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ v_1 & v_2 & v_3\\ w_1 & w_2 & w_3\end{vmatrix}$$

$|\vec{v}\wedge\vec{w}|=|\vec{v}|\cdot|\vec{w}|\cdot sen\,\alpha$

Área do paralelogramo

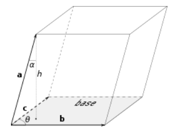


- Cálculo de áreas
- Obtención dun vector perpendicular a 2 dados
- Distancia de punto a recta

Producto mixto

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]=\vec{u}\cdot(\vec{v}\wedge\vec{w})=\begin{vmatrix}u_1 & u_2 & u_3\\ v_1 & v_2 & v_3\\ w_1 & w_2 & w_3\end{vmatrix}$$

Volume do paralelepípedo:



- Cálculo de volumes
- Distancia entre rectas que se cruzan

DISTANCIAS

2 PUNTOS P e Q

$$d(P,Q)=|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{(q_1-p_1)^2+(q_2-p_2)^2+(q_3-p_3)^2}$$

PUNTO E RECTA

Consecuencia da interpretación xeométrica do producto vectorial (altura=área/base)

$$d(P,r)=\frac{|\overrightarrow{QP}\wedge\vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

PUNTO E PLANO

$$d(P,\pi)=\left|\frac{Ap_1+Bp_2+Cp_3+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\right|$$

2PLANOS

$$d(\pi_1,\pi_2)=\begin{cases}0 \text{ se son coincidentes ou secantes}\\ d(P,\pi_2) \text{ sendo } P \text{ un punto calquera de } \pi_1 \text{ se son paralelos}\end{cases}$$

Se os planos están en forma xeral con *A=A´, B=B´e C=C:*

$$d(\pi,\pi')=\left|\frac{D-D'}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\right|$$

RECTA E PLANO

$$d(r,\pi)=\begin{cases}0 \text{ se son coincidentes ou secantes}\\ d(P,\pi) \text{ sendo } P \text{ un punto calquera de } r \text{ se son paralelos}\end{cases}$$

2 RECTAS

(só interesa o **caso no que se cruzan,**se son secantes a distancia é 0, e se son paralelas eliximos un punto dunha e facemos d(P,s) con P punto de r)

Forma 1: Co producto mixto (non necesitamos estudar posicións relativas, é **MELLOR**). Altura=volume/base

$$d(r,s)=\left|\frac{[\overrightarrow{QP},\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}]}{|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{v_s}|}\right|$$

Forma 2: Obter un plano contendo a r e paralelo a s con (P, v_r, v_s) sendo P punto de r e v_r e v_s os vectores directores das rectas

Necesitamos estudar posicións relativas e facemos a distancia RECTA E PLANO

ÁNGULOS

2 PLANOS SECANTES

Ángulo dos vectores característicos (arccos)

$$cos(\pi,\pi')=\left|\frac{AA'+BB'+CC'}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}\right|$$

2 RECTAS SECANTES

Ángulo dos vectores directores (arccos)

$$cos(r,r')=\left|\frac{v_1\cdot v_1'+v_2\cdot v_2'+v_3\cdot v_3'}{\sqrt{{v_1}^2+{v_2}^2+{v_3}^2}\cdot\sqrt{{v_1'}^2+{v_2'}^2+{v_3'}^2}}\right|$$

RECTA E PLANO

Complementario do ángulo do vector característico e do vector director (calculamos con *arcsen*ou con *90º - arccos*)

$$sen(r,\pi)=|\cos(90-(\vec{v},\vec{n}))|=\left|\frac{Av_1+Bv_2+Cv_3}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{{v_1}^2+{v_2}^2+{v_3}^2}}\right|$$

Esquema de Xeometría
Matemáticas II (2º BACH)
Alberto José Fuentes García
Departamento de Matemáticas
IES Sofía Casanova
alberto.fuentes@edu.xunta.es