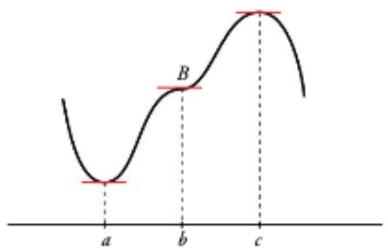
APLICACIÓN DERIVADAS: MONOTONÍA (crecimiento y decrecimiento) Y PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Una de las primeras y principales aplicaciones de la derivación es la **obtención de máximos y mínimos** de funciones (**optimización**).

Si la derivada nos proporciona la pendiente de la tangente a una curva en cada punto, **en los puntos donde hay máximos o mínimos la pendiente tendrá que ser 0.** Pero existen puntos de pendiente 0 que no son máximos o mínimos.

Así, los puntos x donde f'(x)=0 se llaman **puntos singulares**, y pueden ser **máximos relativos** (cambia de creciente a decreciente), **mínimos relativos** (cambia de decreciente a creciente) o **puntos de inflexión** (no cambia el crecimiento, sino la curvatura cóncava a convexa o viceversa).



El punto *B* es singular, pero no es máximo ni mínimo relativo. A estos puntos se les llama "**puntos de inflexión**".

Obtención de los puntos singulares de una función

Esta es una aplicación directa del caso anterior: la obtención de los puntos de derivada cero.

> Se llaman **puntos singulares** de una función a los puntos de tangente horizontal, es decir, a los puntos en los que **la derivada es cero.** Entre ellos están los máximos y mínimos relativos, pero puede haber otros.
>
> Las abscisas de los puntos singulares son las soluciones de $f'(x) = 0$.

La identificación de los puntos singulares es crucial para la **representación de la gráfica de la función,** como veremos más adelante. Con ellos podemos, además, determinar los intervalos en los que la curva crece o decrece.

Empezamos calculando máximos y mínimos de funciones sin contexto real. De paso estudiaremos **crecimiento** y **decrecimiento** (**estudio de la monotonía**). Si la derivada es positiva en un punto (f'(x)>0), la pendiente positiva significa que estamos creciendo. Si la derivada es negativa (f'(x)<0, estaremos decreciendo.

Vamos con ejemplos para entenderlo mejor:

Ejemplo 1 explicado: *Estudiar la monotonía de* $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

El dominio de una función polinómica es todo R.

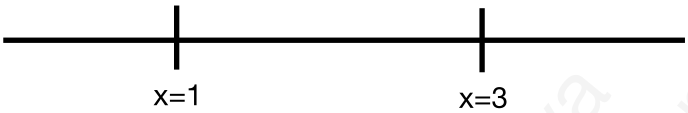
1. Calcular puntos singulares (f'(x)=0)

1.a. Derivar la función: $y' = 3x^2 - 12x + 9$

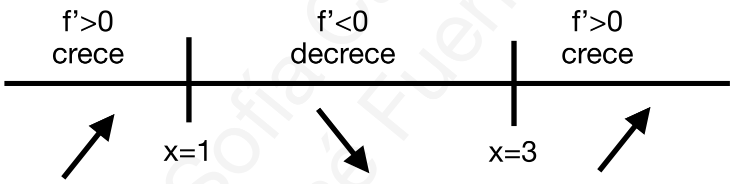
1.b. Igualar la derivada a cero:

$$y' = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0 \iff x^2 - 4x + 3 = 0 \iff \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Estudiamos los intervalos de crecimiento y el decrecimiento con el signo de la derivada, señalamos puntos críticos, y, si los hubiere, puntos de discontinuidad como asíntotas verticales (no los hay en una polinómica):



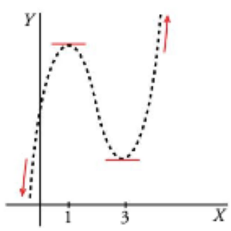
Damos valores en los casos $\begin{cases} si\ \ x < 1 & \Longrightarrow f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0 + 9 = 9 > 0 \Longrightarrow f\ crece \\ si\ \ 1 < x < 3 & \Longrightarrow f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9 = -3 < 0 \Longrightarrow f\ decrece \\ si\ \ 3 < x & \Longrightarrow f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 12 \cdot 4 + 9 = 9 > 0 \Longrightarrow f\ crece \end{cases}$



Concluimos que en x=1 hay un máximo relativo y en x=3 hay un mínimo relativo, e indicamos los intervalos de monotonía tal y como hacíamos en el boletín de repaso de 4º:

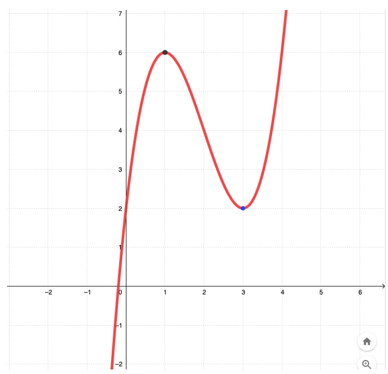
Intervalos de monotonía:

- Crecimiento: $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
- Decrecimiento: $(1, 3)$



Extremos:

- Máximos: relativos en x = 1 ($y = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 2 = 6$)
- Mínimos: relativos en x = 3 ($y = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 2 = 2$).



(el estudio de la monotonía, prácticamente permite representar gráficamente la función, lo veremos con detalle más adelante, pero dejo la gráfica para que entendáis lo sencillo que es representar aproximadamente una polinómica solo con esto)

Escribo el ejemplo sin las explicaciones detalladas:

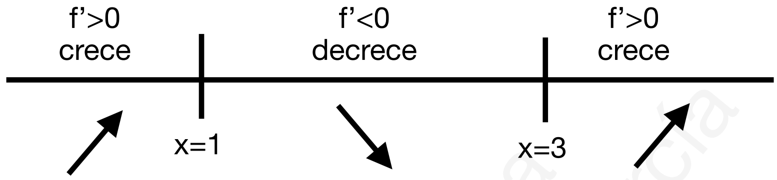
Ejemplo 1 resuelto: *Estudiar la monotonía de* $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

El dominio de una función polinómica es todo R.

Derivamos la función: $y' = 3x^2 - 12x + 9$ y calculamos los puntos singulares (f'(x)=0):

$$y' = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0 \iff x^2 - 4x + 3 = 0 \iff \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Estudiamos los intervalos de monotonía de la función teniendo en cuenta los puntos singulares:



$$\text{valores dados:}\begin{cases} si\ \ x < 1 & \Longrightarrow f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0 + 9 = 9 > 0 \Longrightarrow f\ crece \\ si\ \ 1 < x < 3 & \Longrightarrow f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9 = -3 < 0 \Longrightarrow f\ decrece \\ si\ \ 3 < x & \Longrightarrow f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 12 \cdot 4 + 9 = 9 > 0 \Longrightarrow f\ crece \end{cases}$$

Intervalos de monotonía:

- Crecimiento: $(-\infty,1) \cup (3, +\infty)$
- Decrecimiento: $(1,\ 3)$

Extremos:

- Máximos: relativos en x = 1 ($y = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 2 = 6$)
- Mínimos: relativos en x = 3 ($y = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 2 = 2$).

Ejemplo 2: *Estudiar la monotonía de* $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-2x}$.

Estudiamos el dominio de la función. Hay asíntotas verticales donde se anula el denominador: x = 0 y x = 2.

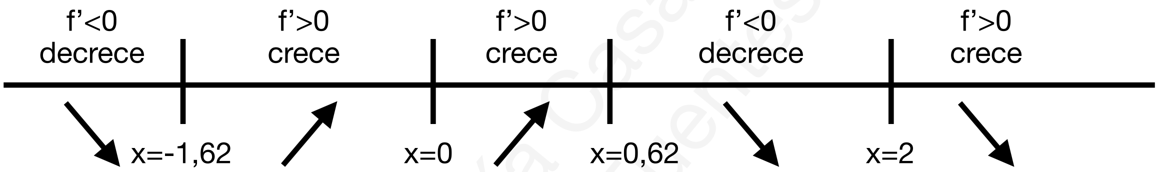
<u>Derivamos la función</u>:

$$y' = \frac{2x(x^2-2x)-(2x-2)(x^2+1)}{(x(x-2))^2} = \frac{2x^3-4x^2-2x^3-2x+2x^2+2}{x^2(x-2)^2} = \frac{-2x^2-2x+2}{x^2(x-2)^2} = \frac{2(x^2-x+2)}{x^2(x-2)^2}$$

y <u>calculamos los puntos singulares</u> (f'(x)=0):

$$y'=0 \Longleftrightarrow \frac{2(x^2-x+2)}{x^2(x-2)^2} = 0 \Longleftrightarrow x^2-x+2=0 \Longleftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \approx -1{,}62 \\ x_2 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0{,}62 \end{cases}$$

Estudiamos los <u>intervalos de monotonía de la función teniendo en cuenta los puntos singulares y las asíntotas</u>, dando valores intermedios:



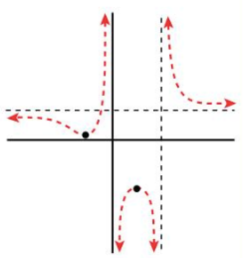
Intervalos de monotonía:

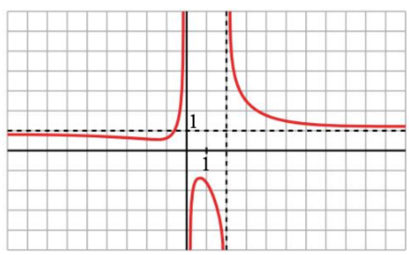
- Crecimiento: $(-1{,}62,\ 0) \cup (0,\ 0{,}62)$
- Decrecimiento: $(-\infty, -1{,}62) \cup (0{,}62,\ 2) \cup (2, +\infty)$

Extremos:

- Máximos: relativos en x = 0,62 $(y = -1{,}62)$
- Mínimos: relativos en x = –1,62 $(y = 0{,}62)$ (*valores de y obtenidos con calculadora*)

Señalar, para finalizar, que con esta información ya podemos esbozar bastante bien la gráfica completa de esta función (convendría completar con el estudio de las asíntotas verticales y horizontales (los límites)).





PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Comenzamos ya con ejemplos de ejercicios de optimización consistentes en encontrar los valores máximos y mínimos para diferentes situaciones en las que existe un modelo matemático.

Son problemas muy útiles, permiten minimizar costes de producción y ahorrar materiales y energía, maximizar beneficios, identificar los picos en distintas situaciones, y solucionar muchos otros problemas. Los pasos para enfrentarse a estos problemas son:

PASOS PARA RESOLVERLOS:

1º. Lo primero es **leer el enunciado e interpretarlo correctamente.**

2º. **Encontrar la función a optimizar.** Unas veces vendrá dada directamente o casi directamente, otras veces exigirá un razonamiento o aplicar fórmulas de geometría o de economía sencillas. Para algunas personas es la parte que más cuesta, por falta de entrenamiento en resolución de problemas.

3º. **Calcular los máximos o los mínimos pedidos** igualando la derivada a 0 y estudiando los intervalos de crecimiento o la curvatura en el punto (C”).

4º. **Responder a lo que se pregunta interpretando adecuadamente la solución matemática.**

Ejemplo 3: Problema de números.

Encontrar dos números que sumen 20 y cuyo producto sea máximo.

Solución detallada:

Llamamos x e y a los dos números. Sabemos que $x + y = 20$ (1)

Tenemos que maximizar su producto. Sería la función:

- $$P(x, y) = x \cdot y \quad (2)$$

(se escribe P(x,y) porque de momento usa dos variables, tenemos que conseguir que sea una sola, ya que solo sabemos derivar funciones con una sola variable)

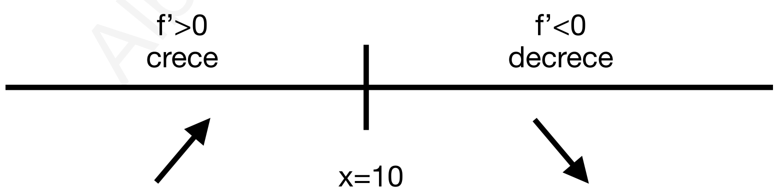
Usando (1), despejamos y: $y = 20 - x$. Sustituimos en (2) y obtenemos la función objetivo: $P(x) = x(20 - x) = 20x - x^2$, quedando:

- $$P(x) = 20x - x^2$$
(función a optimizar)

Por lo que sabemos de funciones elementales, se trata de una parábola cóncava que tiene que tener un solo máximo absoluto. Lo **calculamos** a través de la **derivada**:

$$P'(x) = 20 - 2x \qquad P'(x) = 0 \Longleftrightarrow 20 - 2x = 0 \Longleftrightarrow x = 10$$

Aunque sabemos que es un máximo por ser parábola cóncava, en general necesitaremos verlo con los intervalos de crecimiento o decrecimiento (o con f”).



- Por lo tanto, hay un máximo en x=10. Calculamos y: $y = 20 - 10 = 10$

Y finalizamos respondiendo que **los dos número buscados son 10 y 10, ambos suman 20 y el producto máximo es 10·10=100.**

Ejemplo 4: Problema donde ya nos dan la función objetivo.

El nivel de concentración de un fármaco en sangre viene dado por la función $C(t) = 2^{-t+2} - 2^{-2t+2}$*, siendo t el tiempo en horas. Es necesario saber en qué momento se produce la concentración máxima para diseñar adecuadamente la posología del fármaco y evitar concentraciones excesivas en el organismo. Calcula cuánto tiempo pasa hasta que la concentración del fármaco alcanza su nivel máximo en la sangre del paciente.*

Solución:

En este caso ya nos dan la **función objetivo**:

$$C(t) = 2^{-t+2} - 2^{-2t+2}$$

(es irrelevante que la variable sea t y no x, podríamos usar x en vez de t si quisiéramos y no cambiaría nada, pero prefiero acostumbraros a manejar otras letras como variables)

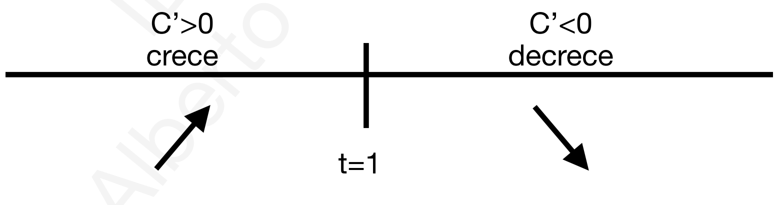
Derivamos y obtenemos puntos singulares:

$$\begin{aligned} C'(t) &= 2^{-t+2} \cdot \ln 2 \cdot (-1) - 2^{-2t+2} \cdot \ln 2 \cdot (-2) = \\ &= -2^{-t+2} \cdot \ln 2 + 2 \cdot 2^{-2t+2} \cdot \ln 2 \end{aligned}$$

Igualamos a cero y resolvemos (es una ecuación exponencial, conviene hacer un cambio $s = 2^{-t}$) hasta llegar a que $C'(t) = 0 \iff t = 1$

(*) (se resuelve en la página siguiente)

Estudiamos los intervalos de monotonía alrededor del punto singular:



Por lo tanto, hay un máximo en t=1.

Concluimos respondiendo que **el fármaco alcanza su nivel de concentración máximo en sangre transcurrida una hora desde la inoculación de la dosis**.

(*) Resolución de $C'(t) = 0$:

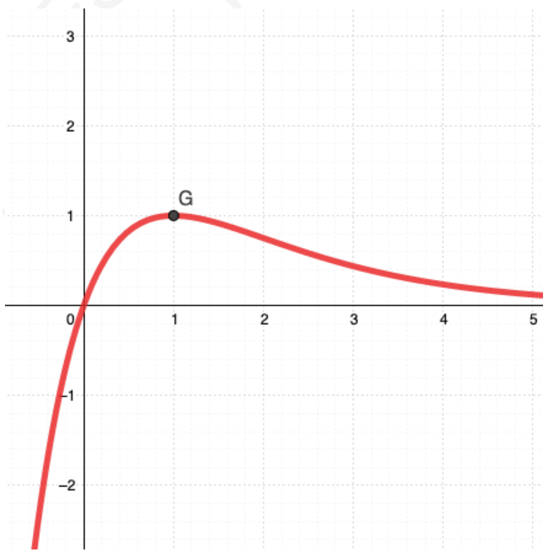
OPCIÓN 1: Agrupando exponentes e igualando potencias de 2:

$$-2^{-t+2} \cdot \ln 2 + 2 \cdot 2^{-2t+2} \cdot \ln 2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \text{(simplificar } \ln 2)$$
$$\Longleftrightarrow -2^{-t} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^{-2t+2} = 0 \quad \Longleftrightarrow \text{(prop. potencias)}$$
$$\Longleftrightarrow 2^{-2t+2} = 2^{-t+2} \quad \Longleftrightarrow \text{(inyectividad)}$$
$$\Longleftrightarrow -2t + 3 = -t + 2 \quad \Longleftrightarrow$$
$$\Longleftrightarrow t = 1$$

OPCIÓN 2: Separando exponentes y con cambio de variable

$$-2^{-t+2} \cdot \ln 2 + 2 \cdot 2^{-2t+2} \cdot \ln 2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \text{(simplificar } \ln 2)$$
$$\Longleftrightarrow -2^{-t} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^{-2t+2} = 0 \quad \Longleftrightarrow \text{(prop. potencias)}$$
$$\Longleftrightarrow -4 \cdot 2^{-t} + 2 \cdot 2^2 \cdot (2^{-t})^2 = 0 \quad \Longleftrightarrow \text{(cambio } s = 2^{-t})$$
$$\Longleftrightarrow -4s + 8s^2 = 0 \Longleftrightarrow s(-4 + 8s) = 0 \quad \Longleftrightarrow$$
$$\Longleftrightarrow \begin{cases} s = 0 \text{ imposible solución pues } 2^{-t} \neq 0 \ \forall t \\ s = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow 2^{-t} = \frac{1}{2} \implies t = 1 \end{cases}$$

(**) Representación gráfica de la función estudiada:



Ejemplo 5: Problema economía (Beneficio = Ingresos - Costes).

Una cadena de montaje está especializada en la producción de un modelo de motocicleta. Los costes de producción en euros, C(x), se relacionan con el número de motocicletas fabricadas, x mediante la expresión: $C(x) = 10x^2 + 2000x + 250\ 000$

Si el precio de venta de cada motocicleta es de 8000 euros y se venden todas las fabricadas, se pide:

a) *Define la función de ingresos que obtiene la cadena de montaje en función de las unidades vendidas.*
b) *¿Qué función expresa los beneficios de la cadena?*
c) *¿Cuántas motocicletas debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán los mismos?*

Solución:

Como se venden todas las motocicletas fabricadas, *x* es el número de motocicletas fabricadas y vendidas.

a) La función de ingresos vendrá dada por la expresión: $I(x) = 8000x$

b) En estos ejercicios siempre hay que tener en cuenta la relación Beneficio = Ingresos - Costes, de modo que la **función beneficios** será:

$$B(x) = I(x) - C(x) = -10x^2 + 6000x - 250\ 000$$

c) Calculamos el máximo mediante la **derivada de B(x)**:

$$B'(x) = -20x + 6000$$

Resolvemos $B'(x) = 0 \implies -20x + 6000 = 0 \implies x = 300$

Sabemos que B(x) es una función cuadrática con a<0, parábola cóncava, así que el punto singular es un máximo absoluto. Se puede asegurar con los intervalos de crecimiento, **o también con la segunda derivada que nos indica la curvatura**: $B''(x) = -20 \implies B''(300) = -20 < 0 \implies$ cóncava, el extremo es máximo (un extremo en región cóncava es necesariamente un máximo, en región convexa necesariamente un mínimo)

$$B(300) = -10 \cdot 300^2 + 6000 \cdot 300 - 250\ 000 = 650\ 000\ €$$

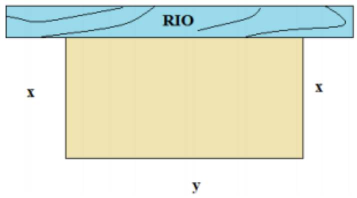
Se maximizan beneficios fabricando 300 unidades. Los beneficios ascienden a 650 000 €.

Ejemplo 6: Problema planteamiento geométrico (aplicado).

Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El pastizal debe tener 180.000 m2 para producir suficiente forraje para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de forma que utilice la mínima cantidad de valla, si el lado que da al río no necesita ser vallado?

Solución:

Siempre conviene dibujar la situación para analizarla:



y: lado paralelo al río *x: lados que llegan al río*

Sabemos que el área tiene que ser 180 000 m^2, luego $x \cdot y = 180\ 000$. (1)

Queremos minimizar la cantidad de valla (perímetro): $V(x) = 2x + y$ (2)

Sustituimos (1) en (2) para obtener la **función objetivo**:

$$V(x) = 2x + \frac{180\ 000}{x}$$

Derivamos: $V'(x) = 2 - \dfrac{180\ 000}{x^2}$ y **calculamos** x en $V'(x) = 0$.

$$0 = 2 - \frac{180\ 000}{x^2} \implies x^2 = 90\ 000 \implies x = \pm\, 300$$

No tiene sentido la solución negativa, así que queda

$$x = 300,\ y = \frac{180\ 000}{300} = 600$$

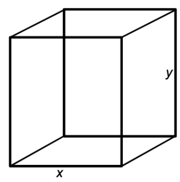
El terreno tendrá que tener unas dimensiones de 600 m en el lado paralelo al río y 300 m en los lados que llegan al río, y se usarán 1200 m de valla.

Ejemplo 7: Problema planteamiento geométrico (aplicado a costes)

ABAU Xuño 2017. Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm3. Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2 €/dm2 e para a base outro que custa 3 €/dm2. Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo

<u>Solución:</u>

Dibujamos la caja: x: lado de la base y: altura.



El volumen $80\ dm^3$ es la multiplicación de las tres dimensiones de la caja: $80 = x^2 \cdot y$

Despejamos y: $y = \dfrac{80}{x^2}$ (*)

Tenemos que calcular el coste mínimo. Para ello analizamos el problema:

$$\cdot\, 2\ €/dm^2 \left\{\begin{array}{l}\text{Superficie lateral: } 4 \cdot xy \\ \text{Superficie tapa: } x^2\end{array}\right\} \implies \text{cuesta: } 2 \cdot (4xy + x^2) = 8xy + 2x^2$$

$$\cdot\, 3\ €/dm^2 \left\{\text{Superficie base: } x^2\right\} \implies \text{cuesta: } 3x^2$$

La función coste será, sumando ambas: $C(x, y) = 5x^2 + 8xy$ (**)

Sustituyendo (*) en. (**) obtenemos la **función objetivo:**

$$C(x) = 5x^2 + 8x\frac{80}{x^2} \implies C(x) = 5x^2 + \frac{640}{x}$$

Derivamos: $C'(x) = 10x - \dfrac{640}{x^2}$ y **resolvemos** $C'(x) = 0$

Obtenemos $x = \sqrt[3]{64} = 4$ y comprobamos que se trata de un mínimo con los intervalos de monotonía o con la segunda derivada:

$C''(x) = 10 + \dfrac{1280}{x^3} \implies C''(4) > 0 \implies$ convexa en 4, es un mínimo

Por lo tanto, las dimensiones para coste mínimo son 4 dm de base y 5 dm de altura.

EJERCICIOS PROPUESTOS: (* los realizados en clase este curso)

BOLETÍN 3ºTRIMESTRE

1*. Se desea construir una caja con forma de paralelepípedo rectangular de 9 litros de volumen y tal que un lado de la base sea doble que el otro. Determinar las longitudes de sus lados para que el área total de sus 6 caras sea mínima.

a) Obtén la función S(x) (superficie total de la caja en función del lado menor de la base). (0,5) $S(x) = 4x^2 + \dfrac{27}{x} \implies S'(x) = 8x - \dfrac{27}{x^2}$
b) Obtén el valor mínimo de la función S(x) $x = 3/2 = 1'5\ dm$
c) Indica las dimensiones que minimizan el coste de construcción de la caja. $1'5x3x2\ dm$
d) Indica cuál será la superficie de la caja con esas dimensiones. $27\ dm^2$

2. Se quiere construir un depósito de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 m³, sin cubierta superior. El material será una chapa de grosor uniforme. El objetivo es calcular las dimensiones del depósito para que el gasto sea el menor posible.

a) Obtén la función S(x) (superficie de chapa necesaria para la construcción del depósito en función del lado de la base).$S(x) = x^2 + \dfrac{54}{x} \implies S'(x) = 2x - \dfrac{54}{x^2}$
b) Obtén los máximos o mínimos necesarios de la función S(x).
c) Calcula las dimensiones que minimizan el coste de construcción del depósito. $3x3x1'5\ m \implies 27\ m^2$
d) Calcula el precio del depósito si la chapa cuesta 15 €/m².405€

3*. Se desea construir el marco para una ventana rectangular de 6 m² de superficie de modo que sea lo más barato posible. Los tramos horizontales del marco cuestan 2,5 €/m y los tramos verticales 3 €/m.

a) Obtén la función C(x) (coste del marco en función de la longitud de la base).
b) Obtén el valor mínimo de la función C(x) $C(x) = 5x + \dfrac{36}{x} \implies S'(x) = 5 - \dfrac{36}{x^2}$
c) Indica las dimensiones que minimizan el coste de construcción del marco. $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}x\sqrt{5} = 2'68x2'24m$
d) Indica cuál será el coste del marco con esas dimensiones. $12\sqrt{5} = 26{,}83€$

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/derivadas/optimizacion.html

4. De todos los triángulos isósceles de 12 m de perímetro, hallar los lados del que tome área máxima.

5*. Recortando convenientemente en cada esquina de una lámina de cartón de dimensiones un cuadrado de lado 80 m x 50 m, y doblando convenientemente (véase figura), se construye una caja. Calcular x para que el volumen de dicha caja sea máximo.

6*. Una hoja de papel debe tener 18 cm2 de texto impreso, márgenes superior e inferior de 2 cm de altura y márgenes laterales de 1 cm de anchura. Obtener razonadamente las dimensiones que minimizan la superficie del papel.

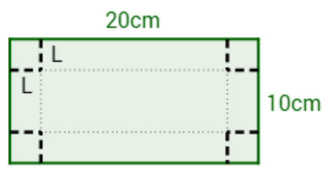
7*. Una boya, formada por dos conos rectos de hierro unidos por sus bases ha de ser construido mediante dos placas circulares de 3 m de radio. Calcular las dimensiones de la boya para que su volumen sea máximo.

8. Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica (con tapa) de 1 litro de capacidad. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que se utilice el mínimo posible de metal?

9. Se tiene un alambre de 1 m de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima.

https://www.matesfacil.com/BAC/optimizar/problemas-resueltos-optimizar-extremos-maximo-minimo-derivada-creciente-decreciente-monotonia.html

10*. Se quiere construir una caja sin tapa a partir de una hoja de cartón de 20x10cm. Para ello, se corta un cuadrado de lado L en cada esquina y se dobla la hoja levantando los cuatro laterales de la caja.



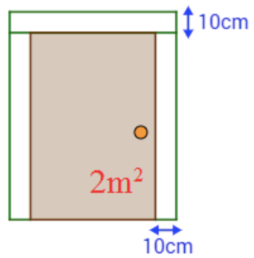
Determinar las dimensiones de la caja para que su volumen sea máximo si el lado L debe medir entre 2 y 3 cm.

11*. Una empresa vende 0.7 toneladas de zumo y 0.3 toneladas de sobrante por cada tonelada de materia prima. El coste de la materia prima es de 0.8€/kg, los precios de venta del zumo y del sobrante son 2.5€/kg y 0.05€/kg, respectivamente, y el coste de producción viene dado por la función $Coste(x) = 0{,}05x^3$, donde x representa las toneladas de materia prima.

a) Obtener una expresión para calcular las ganancias netas en función de las toneladas de materia prima.

b) La cantidad de zumo que se debe fabricar para que las ganancias netas sean máximas.

12*. Una empresa de fabricación de puertas de madera utiliza un tablón rectangular para la hoja y tres listones de 10cm de ancho para el marco (lados laterales y lado superior). El precio del tablón es de 128 € por metro cuadrado y el de los listones es de 87 € por metro lineal.



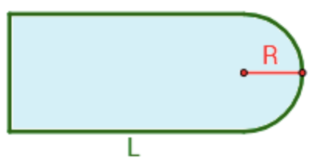
a) Calcular las dimensiones de una puerta de 2 m2 de superficie de hoja para que el coste sea mínimo. ¿Cuál será su precio?

b) Si la puerta es de 2.5 metros de ancho y 0.8 metros de alto, ¿cuál es su precio?

13*. Para fabricar un depósito cilíndrico de agua se necesitan materiales distintos para las bases y el lateral. El precio por metro cuadrado del material de las bases es de 2 € y el del lateral es de 15 €.

Calcular la altura h y el diámetro d = 2r para que el coste de un depósito de 10 mil litros de capacidad sea mínimo. ¿Cuál es el precio del depósito?

14*. Se desea construir una mesa con la siguiente forma, siendo L la longitud del ancho del rectángulo y R el radio del extremo semicircular.



El precio del cristal a medida con forma rectangular es de 90 € por metro cuadrado. Sin embargo, el precio del cristal con corte circular viene dado por la función $Coste(x) = 150 \cdot R^2$

Calcular las medidas de la mesa de $6\ m^2$ para que el coste sea mínimo bajo la condición $1 \leq R \leq 2$ y comentar el resultado obtenido.

Figuras sobre puntos en gráfica de función:

15*. Considera la función $f(x) = 3 - x^2$ y un punto de su gráfica, M, situado en el primer cuadrante ($x \leq 0,\ y \leq 0$). Si por el punto M se trazan paralelas a los ejes de coordenadas, su intersección con OX y OY determina dos puntos, A y B, respectivamente.

a) Haz una gráfica de los elementos del problema.

b) Halla las coordenadas del punto M que hace que el rectángulo OAMB tenga área máxima.

ABAU GALICIA

16*. 2019 JUL B - De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y, obtén los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

17*. 2018 XUN B - 2b) Calcula os vértices do rectángulo de área máxima que se pode construir, se un dos vértices é o (0,0), outro está sobre o eixe X, outro sobre el eixe Y e o outro sobre a recta $2x + 3y = 8$.