Resoluciones Manuscritas

Página 1 (Ejemplo 3)

O TABLA DE CONTINGENCIA

H: "seguro hogar"
$\overline{H}$: "sin seguro hogar"
M: "seguro mascota"
$\overline{M}$: "sin seguro mascota"

	H	$\overline{H}$	
M	30		
$\overline{M}$	30		
	60	40	100

$\xrightarrow{(*)}$

	H	$\overline{H}$	
M	30	20	(50) 5
$\overline{M}$	30	20	50
	60	40	100

(*) DATO: $\frac{3}{5}$ con seguro mascota, **tiene hogar** $\Longrightarrow 0,6 = P(H/M) = \frac{P(H \cap M)}{P(M)} = \frac{0,3}{P(M)} \Longrightarrow$ $P(M) = 0,5$

1 $\boxed{P(M) = 0,5}$ DIRECTO TABLA

2 $\boxed{P(\text{ALGÚN SEGURO}) = P(H \cup M) = P(H) + P(M) - P(H \cap M) = 0,8} \Longleftrightarrow$ $\boxed{\text{UN 80 \% TIENE ALGÚN SEGURO}}$
$0,6 + 0,5 - 0,3 = 0,8$

3 $\boxed{P(M \cap \overline{H}) = 0,2}$ DIRECTO TABLA

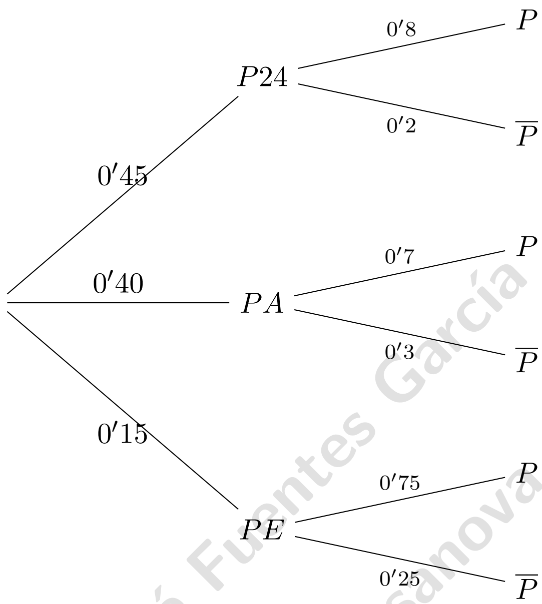
4 ¿H y M INDEPENDIENTES? $\Longleftrightarrow P(H \cap M) = P(H) \cdot P(M)$? $\Longrightarrow$ $\boxed{\text{SÍ, H Y M SON INDEP.}}$
$(0,3 = 0,6 \cdot 0,5)$

5 SIN CÁLCULOS, ES LÓGICO.

NO SON INDEPENDIENTES. PARA TENER SEGURO DE MASCOTA, DEBES TENER MASCOTA. DE LO CONTRARIO, LA PROBABILIDAD ES 0

Página 2 (Ejemplo Extra)

PRIMER PÁRRAFO ES CONTEXTO
DIAGRAMA DE ÁRBOL
$P24$: "PRÉSTAMO 24H"
PA: "PRÉSTAMO AUTO"
PE: "PRÉSTAMO ESTUDIA"
P: "PAGA" $\overline{P}$: "NO PAGA"



1 PROB TOTALES

$$P(\overline{P}) = 0'45 \cdot 0'2 + 0'4 \cdot 0'3 + 0'15 \cdot 0'25 = 0'2475$$

2 $$P(PA/\overline{P}) = \frac{P(PA \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \frac{0'4 \cdot 0'3}{0'2475} = 0'4848$$

3 $$P(PE/P) = \frac{P(PE \cap P)}{P(P)} = \frac{0'15 \cdot 0'75}{1 - 0'2475} = 0'1495$$

4 DISTINTOS TIPOS DE PRÉSTAMO SON INCOMPATIBLES, POR EJEMPLO, "PRÉSTAMO 24H" Y "PRÉSTAMO ESTUDIA"

Página 3 (Ejemplo 1)

PRIMERAS LÍNEAS SON SÓLO CONTEXTO. EMPIEZA EN "ESTABLECEUSE"
→ TABLA DE CONTINGENCIA. NO CONFUNDIR CON BINOMIAL POR "POLO MENOS 2"
· IDENTIFICAR BIEN LOS SUCESOS Y EXPRESIONES "POLO MENOS 2" "COMO MÁXIMO 1" "MENOS DE 2" "2 O MÁS"...

TABLA DE CONTINGENCIA
SUCESOS:
P: "SUSTITUIR POR LO MENOS 2 CONT. PAPEL" (= "MÁS DE 1" = "2 O MÁS")
$\overline{P}$: "SUSTITUIR MENOS DE 2 CONT. PAPEL" (= "COMO MÁXIMO 1")
L: "SUSTITUIR POR LO MENOS 2 CONT LIGEROS"
$\overline{L}$: "SUSTITUIR MENOS DE 2 CONT LIGEROS"

	L	$\overline{L}$	
P	$0'04$ $0'4 \cdot 0'1 =$	$0'06$	$0'1$
$\overline{P}$	$0'18$	$0'72$ INFO. DATO	$0'9$
	$0'22$	$0'78$	1

1. $\boxed{P(P \cap L) = 0'04}$ DIRECTO TABLA

2. $\boxed{P(L/\overline{P}) = \dfrac{P(L \cap \overline{P})}{P(\overline{P})} = \dfrac{0'18}{0'9} = 0'2}$

3. ¿P y L INDEPENDIENTES?

$$P(P \cap L) = 0'04$$
$$P(P) \cdot P(L) = 0'1 \cdot 0'22 = 0'022$$

$\Longrightarrow P(P \cap L) \neq P(P) \cdot P(L)$ $\boxed{\text{NO SON INDEPENDIENTES}}$

Pide la explicación sin cuentas. Simplemente buscad cualquier argumento lógico:
↪ EXPLICACIÓN SIN CUENTAS Y JUSTIFICACIÓN:
LOS CONTENEDORES SUELEN ESTAR JUNTOS. CUANDO SE ESTROPEAN, SUELEN HACERLO A LA VEZ POR DIVERSAS POSIBLES CAUSAS (VANDALISMO, TEMPORALES...)

Página 4 (Ejemplo 8)

- LEÍDO EL PROBLEMA, VEMOS QUE EXISTE UNA BINOMIAL CON APROX NORMAL

X: "nº de veces que los bomberos consiguen apagar en menos de dos días incendios > 1ha"

$\boxed{X \in B(150, 0'8)}$

1. EN DISTRIBUCIONES, MEDIA Y VALOR ESPERADO SON LO MISMO

   APROXIMAMOS A UNA NORMAL: $\begin{cases} n \cdot p = 150 \cdot 0'8 = 120 > 5 \checkmark \\ n \cdot q = 150 \cdot 0'2 = 30 > 5 \checkmark \end{cases}$ APROX MUY BUENA

   $\mu = n \cdot p = 120, \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{24} = 4'899$

   $\boxed{X \in N(120, 4'899)}$ $\boxed{\text{El valor esperado es 120 incendios grandes apagados.}}$

   $\boxed{\text{La desviación típica } \sigma = 4'899}$

2. DISTRIBUCIÓN NORMAL

   $$\boxed{P(115 \leq X \leq 125) = P(114'5 < X' < 125'5) = P\left(\frac{114'5 - 120}{4'899} < Z < \frac{125'5 - 120}{4'899}\right)}$$

   $(YATES)$ $\qquad (TIP)$

   $= P(-1'12 < Z < 1'12) = P(Z < 1'12) - P(Z < -1'12) = 2 \cdot P(Z < 1'12) - 1 = 2 \cdot 0'8686 - 1 =$ $\boxed{0'7372}$

3. A: "USAR TIPO 2"

   B: "USAR TIPO 1"

   C: "USAR TIPO 1 Y TIPO 2" $\Longrightarrow C = A \cap B \Longrightarrow \begin{cases} \text{SI A Y B INDEP } \boxed{P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)} \\ \text{SI A Y B INCOMP } \boxed{P(C) = P(A \cap B) = 0} \end{cases}$

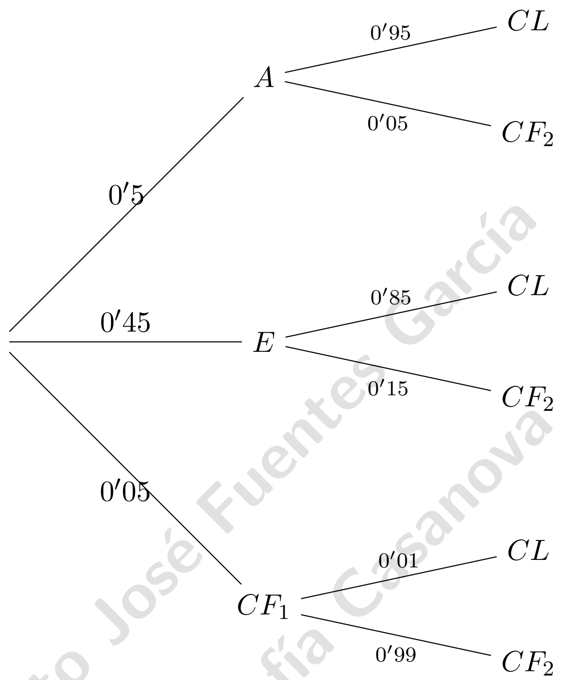
4. A Y B INCOMPATIBLES: NUNCA SALEN A LA VEZ AMBOS TIPOS DE AVIONES

   A Y B INDEPENDIENTES: UTILIZAR UN TIPO DE AVIÓN NO CONDICIONA O AFECTA AL HECHO DE UTILIZAR EL OTRO

Página 5 (Ejemplo 2)

- ORDENAMOS LOS DATOS EN ÁRBOL, IDENTIFICANDO BIEN LOS SUCESOS

DIAGRAMA DE ÁRBOL:
A: "PIENSA ASCENSOR"
E: "PIENSA ESCALERAS"
CF_1: "PIENSA CAFETERÍA"
CL: "FINALMENTE VA A CLASE"
CF_2: "FINALMENTE VA A CAFETERÍA"



1. PROBABILIDAD TOTALES

$$\boxed{P(CL) = 0'5 \cdot 0'95 + 0'45 \cdot 0'85 + 0'05 \cdot 0'01 = 0'858}$$

2. COMPLEMENTARIO

$$\boxed{P(CF_2) = 1 - P(CL) = 1 - 0'858 = 0'1420}$$

3. PROBABILIDAD A POSTERIORI / TEOREMA DE BAYES

$$\boxed{P(CF_1/CL) = \frac{P(CF_1 \cap CL)}{P(CL)} = \frac{0'05 \cdot 0'01}{0'858} = 0'0005828}$$

4. LECTURA Y RESPUESTA LÓGICA:
LA CLASE DE FÍSICA ES DESPUÉS DE LA DE ESTADÍSTICA, POR LO QUE ES POSIBLE Y COMPATIBLE QUE UN ESTUDIANTE VAYA A LA CAFETERÍA EN LA HORA DE ESTADÍSTICA Y DESPUÉS ASISTA A LA CLASE DE FÍSICA

Página 6 (Ejemplo 4 - Primera parte)

1 DISTRIBUCIÓN NORMAL

X: "TIEMPO ESPERA HASTA SER ATENDIDO (min)" $\boxed{X \in N(5, \sigma)}$

DESVIACIÓN TÍPICA DESCONOCIDA

$\rightarrow$ ¿$P(X < 4)$? NECESITO SABER σ

$\rightarrow$ DATO: $\boxed{P(X \leq 8) = 0'9} \Longrightarrow P(X \leq 8) \underset{\text{TIP}}{=} P\left(Z \leq \dfrac{8-5}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \dfrac{3}{\sigma}\right) = 0'9$

$\rightarrow$ USAMOS NOTA: $P(Z < -1'28) = 0'1 \Longrightarrow P(Z > 1'28) = 0'1 \Longrightarrow \boxed{P(Z \leq 1'28) = 0'9}$

- Por (1) y (2) $\Longrightarrow \dfrac{3}{\sigma} = 1'28 \Longrightarrow \boxed{\sigma = \dfrac{3}{1'28} = 2'34375} \Longrightarrow \boxed{X \in N(5, 2'34375)}$

Respondemos:

$$\boxed{P(X < 4) = P\left(Z < \dfrac{4-5}{2'34375}\right) = P(Z < -0'43) = P(Z > 0'43)}$$

$$\boxed{= 1 - P(Z \leq 0'43) = 1 - 0'6664 = \boxed{0'3336}}$$

Probabilidad de ser atendido antes de 4 minutos $= 0'3336$

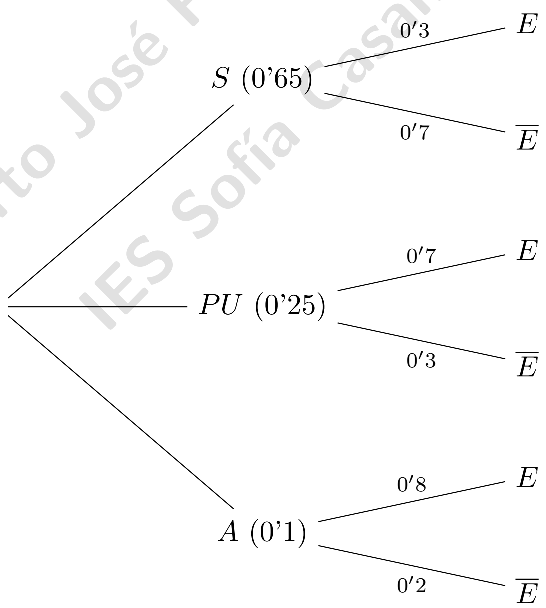
2 CONSTRUIMOS DIAGRAMA DE ÁRBOL CON LOS DEMÁS DATOS

S: "ESTUDIANTE"

PU: "PERSONAL UNIVERSIDAD"

A: "AJENOS"

E: "PAGO EFECTIVO"



$\rightarrow \boxed{P(\overline{E}) = 0'65 \cdot 0'7 + 0'25 \cdot 0'3 + 0'1 \cdot 0'2 = 0'55}$ PROBABILIDAD PAGO NO EFECTIVO

3 CALCULAMOS $P(S/E)$ y $P(PU/E)$ PARA COMPARAR.

$$P(S/E) = \frac{P(S \cap E)}{P(E)} = \frac{0'65 \cdot 0'3}{0'45} = 0'43$$

$$P(PU/E) = \frac{P(PU \cap E)}{P(E)} = \frac{0'25 \cdot 0'7}{0'45} = 0'39$$

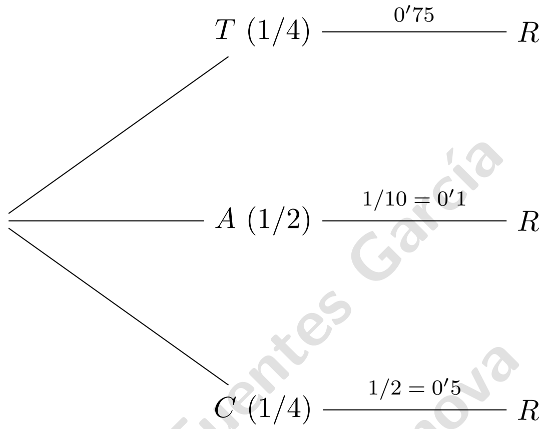
$\Longrightarrow$ $\boxed{\text{ES MÁS PROBABLE QUE SEA UN ESTUDIANTE}}$

Página 7 (Ejemplo 9)

EN ESTE PROBLEMA HAY DOS TIPOS:

- TRANSPORTE / MARKOV / RETRASO $\to$ DIAGRAMA ÁRBOL
- INDEMNIZACIÓN POR ATRASO $\to$ DISTRIBUCIÓN NORMAL

1 DATO: ÚLTIMA VEZ AVIÓN $\implies$ INTERPRETAMOS LA MATRIZ: T: "TREN"
A: "AVIÓN"
C: "COCHE"
R: "RETRASO / ATRASO"



$$\implies \boxed{P(R) = \frac{1}{4} \cdot 0'75 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 0'3625}$$

2 $$\boxed{P(T/R) = \frac{P(T \cap R)}{P(R)} = \frac{1/4 \cdot 0'75}{0'3625} = 0'5172}$$

3 CAMBIO A INDEMNIZACIÓN POR ATRASO $\to$ DISTRIBUCIÓN NORMAL

X: "Tiempo de atraso (min)" $\boxed{X \in N(20, 8)}$

$\to$ INDEMNIZAN AL 5 % DE MAYORES ATRASOS: $P(X > K) = 0'05$

OPCIÓN 1: CALCULAR EL K:

$P(X > K) = 0'05 \implies P\left(Z > \dfrac{K-20}{8}\right) = 0'05 \implies P\left(Z \leq \dfrac{K-20}{8}\right) = 0'95$ (TABLA INVERSA)

$\implies \dfrac{K-20}{8} = 1'645 \implies \boxed{K = 8 \cdot 1'645 + 20 = 33'16}$ $\to$ UMBRAL DE INDEMNIZACIÓN

COMO LLEGÓ 30 min TARDE, $30 < 33'16 \implies$ $\boxed{\text{NO TIENE DERECHO A INDEMNIZACIÓN}}$

Página 8 (Ejemplo 7)

PREVIO:

$O \to$ PRIMER PRINCIPIO FUNDACIONAL $\to$ PROPORCIÓN MUJERES $\geq 40\,\%$ $(0'4)$

$\to$ ACTUAL: 10 MUJ / 14 HOMB / 24 TOTAL $\Longrightarrow \dfrac{10}{24} = 0'4167 > 0'4$ (CUMPLE)

$\to$ NUEVA CONTRATACIÓN:

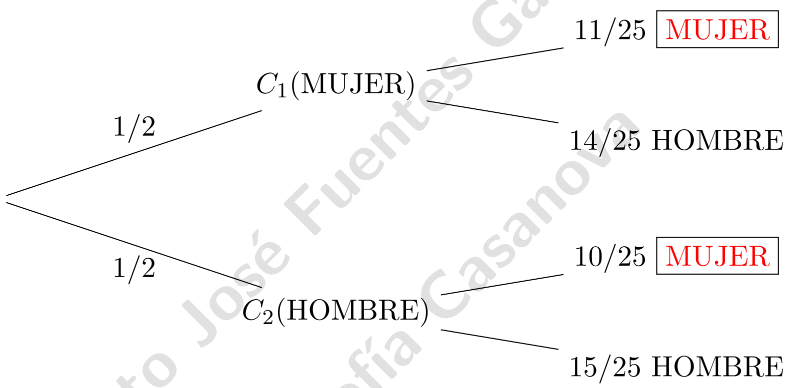
C_1: MUJER: $\dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{10} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2} = P(C_1) \Longrightarrow \dfrac{11}{25} = 0'44 \geq 0'4$

C_2: HOMBRE: $\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2} = P(C_2) \Longrightarrow \dfrac{10}{25} = 0'4 \geq 0'4$

CON LA NUEVA CONTRATACIÓN CUMPLE EL PRINCIPIO SEA MUJER U HOMBRE

1 SÍ, TANTO SI CONTRATA MUJER COMO SI CONTRATA HOMBRE, CUMPLE LA PROPORCIÓN MÍNIMA DEL 40 %

2 EN ESTOS EJERCICIOS, LA PROPORCIÓN ESPERADA COINCIDE CON LA PROBABILIDAD. DIAGRAMA ÁRBOL:



$P(\text{MUJER}) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{11}{25} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{10}{25} = 0'42$

PORCENTAJE ESPERADO: 42 % DE MUJERES

3 SIN IMPORTAR LAS PROBABILIDADES DE CONTRATACIÓN DE HOMBRE Y MUJER, EL MÁXIMO ALCANZABLE ES $0'44 = 44\,\% < 45\,\%$, POR LO TANTO, NO SERÍA POSIBLE

Página 9 (Ejemplo 6)

E: "CONOCE POR PRENSA ESCRITA" $P(E) = 0'3$
B: "CONOCE POR BUZONEO" $P(B) = 0'4$
L: "CONOCE POR CARTELES LUMINOSOS"
$\to E$ y B INDEP $\implies P(E \cap B) = P(E) \cdot P(B) = 0'12$

1. CALCULAMOS $P(E \cup B) = P(E) + P(B) - P(E \cap B) = 0'3 + 0'4 - 0'12 = 0'58 < 0'6 \implies$ $\boxed{\text{SÍ, LANZARÁ LA SEGUNDA CAMPAÑA}}$

2. LOS DATOS PARECEN INVITAR A DIAGRAMA DE ÁRBOL O TABLA DE CONTINGENCIA CON LOS SUCESOS B Y L. ¡NO PODEMOS INCLUIR EL DATO "ENTRE LOS QUE CONOCEN POR LUMINOSOS, EL 20 % CONOCE POR BUZONEO"!
   ESCRIBIMOS ESE DATO: $P(B/L) = 0'2 \implies \dfrac{P(B \cap L)}{P(L)} = 0'2 \implies 0'4 \cdot 0'25 = 0'2 \cdot P(L) \implies$
   $$\boxed{P(L) = \frac{0'1}{0'2} = 0'5}$$
   Como $P(L) = 0'5 > 0'3 = P(E)$ y $P(L) = 0'5 > 0'4 = P(B)$
   $\implies$ $\boxed{\text{CARTELES LUMINOSOS TUVO MÁS IMPACTO}}$

3. ¿E y B INCOMPATIBLES? $P(E \cap B) = 0'12 \neq 0 \implies$ $\boxed{\text{NO SON INCOMPATIBLES}}$

Página 10 (Ejemplo 5)

1. TABLA DE CONTINGENCIA
T: "TRADICIONALES"
$\overline{T}$: "DISEÑO" $\rightarrow$ (ELECCIÓN DE ABREVIATURA... MEJOR USAR $\overline{T}$ PARA DISEÑO)
B: "BUEN ESTADO"
$\overline{B}$: "MAL ESTADO"

	T	$\overline{T}$	
B	40	15	55
$\overline{B}$	40	5	45
	80	20	100

$\boxed{P(T \cup B) = P(T) + P(B) - P(T \cap B) = 0'80 + 0'55 - 0'40 = 0'95}$

2. OJO, LEER BIEN. ¿CÓMO SÍ QUIERE SALIR DE CASA? EN BUEN ESTADO (B) Y DISEÑO ($\overline{T}$)
$\boxed{P(B \cap \overline{T}) = 0'15}$

3. INTRODUCIMOS SUCESO "COLOR BLANCO". COMO YA HEMOS USADO B, BUSCAR OTRA SOLUCIÓN; PODEMOS LLAMARLE W (WHITE) o $\underline{BLANCA}$.
DATO: **8** PARES TRADICIONALES DE COLOR BLANCO. PREG ¿Nº ZAPAS BLANCAS Y DISEÑO?

NUEVA TABLA DE CONTINGENCIA:

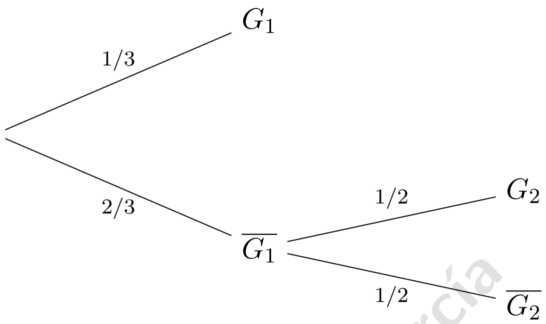
	T	$\overline{T}$	
W	8	x	
$\overline{W}$	40		
	48	12	60

(*) W y $\overline{T}$ INDEP ($\Longrightarrow$ $W y T$ INDEP)
DEF: $P(W/T) = P(W) \implies P(W/T) = \frac{8}{48}; \quad P(W/\overline{T}) = \frac{x}{12}$
Igualando: $\frac{8}{48} = \frac{x}{12} \implies \boxed{x = \frac{8 \cdot 12}{48} = 2} \rightarrow$ DOS PARES DE ZAPAS BLANCAS Y DE DISEÑO

Página 11 (Ejemplo 11)

PRIMERA FASE ES DIAGRAMA DE ÁRBOL CONVENCIONAL, SEGUNDA FASE MONTY HALL

1 FASE DIAGRAMA ÁRBOL.
G_1: "GANA 1º CONCURSANTE"
G_2: "GANA 2º CONCURSANTE"



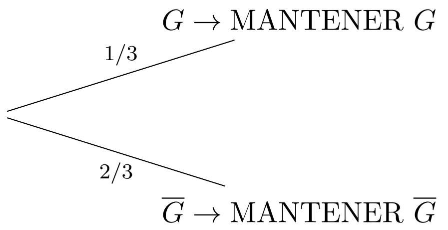
$P(G_1) = \frac{1}{3}$; $\quad P(G_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \implies$ G1 y G2 EQUIPROBABLES. LA SUPOSICIÓN NO ES CIERTA, AMBOS CONCURSANTES TIENEN LAS MISMAS PROBABILIDADES

2 G_1 y G_2:
¿INCOMPATIBLES? SÍ NO PUEDEN OCURRIR A LA VEZ, SON EXCLUYENTES ($P(G_1 \cap G_2) = 0$).
¿INDEPENDIENTES? $P(G_1 \cap G_2) = 0, \quad P(G_1) \cdot P(G_2) = 1/9 \implies 0 \neq 1/9 \implies$ DEPENDIENTES

3 SUCESOS INCOMPATIBLES DE PROBABILIDAD NO NULA NO PUEDEN SER INDEPENDIENTES. SI $P(A \cap B) = 0 \implies P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ (si $P(A)$ y $P(B) \neq 0$)

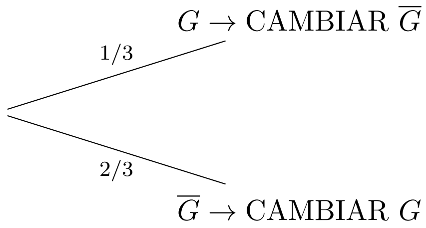
4 MONTY HALL 2º FASE:

ESTRATEGIA: MANTENER ELECCIÓN



$P(G) = 1/3$
$\to$ Por tanto, demostramos que cambiar puerta gana con probabilidad $2/3$, doble de la probabilidad de ganar sin cambiar $(1/3)$.

ESTRATEGIA: CAMBIAR ELECCIÓN



SI LA ELECCIÓN INICIAL ERA INCORRECTA, Y EL PRESENTADOR ELIMINA LA OTRA INCORRECTA, CAMBIAR GARANTIZA PREMIO

Página 12 (Ejemplo 10)

EJERCICIO MUY CRITICADO POR:

- REDACCIÓN CUESTIONABLE, DELIBERADAMENTE CONFUSA, MEZCLANDO DATOS INCÓMODOS, FÓRMULAS QUE NO SE USAN E IDEAS DISTINTAS EN EL MISMO PÁRRAFO.
- SIN FACTOR SORPRESA, LEER BIEN, FIJARSE EN LAS PREGUNTAS, E IR RESPONDIENDO.

1 SUCESOS: E: "PERSONA ENFERMA", $+$: "PRUEBA POSITIVA", $\overline{E}$: "PERSONA SANA", $-$: "PRUEBA NEGATIVA".
DATOS: $P_1 = P(E/+)$; $\quad P_2 = P(E/-)$
TABLA DE CONTINGENCIA: QUEDAN CIFRAS MUY PEQUEÑAS, USAMOS DOS VERSIONES, UNA ×1,000,000 POR COMODIDAD.

VERSIÓN DIRECTA

	E	$\overline{E}$	
$+$	0'000098	0'009999(*)	0'010097
$-$	0'000002	0'989901	0'989903
	0'0001	0'9999	1

$\longrightarrow$

VERSIÓN ×1,000,000

	E	$\overline{E}$	
$+$	98	9999	10097
$-$	2	989901	989903
	100	999900	1000000

(*) 1 de cada 100 sanas son positivas

$P_1 = P(E/+) = \dfrac{P(E\cap +)}{P(+)} = \dfrac{98}{10097} = 0'009706 \approx \boxed{0{,}97\,\%}$ (SÓLO UN 1 % DE LOS POSITIVOS ESTÁN ENFERMOS)

$P_2 = P(E/-) = \dfrac{P(E\cap -)}{P(-)} = \dfrac{2}{989903} = \boxed{0'00000202}$

$\rightarrow$ CON P_3 CAMBIAMOS A BINOMIAL.

2 $P_3 : X$: "nº de ríos cuyo primer dígito empieza por 9"

$\boxed{X \in B(2000, 0'0458)}$ $\rightarrow$ BUSCAR BIEN LOS DATOS EN EL ENUNCIADO

¿$P(X \geq 219)$? $\rightarrow$ APROXIMACIÓN BINOMIAL-NORMAL

COMPROBAR:
$n \cdot p = 2000 \cdot 0'0458 = 91'6 \geq 5$ ✓
$n \cdot q = 2000 \cdot (1 - 0'0458) = 1908 \geq 5$ ✓
APROXIMACIÓN MUY BUENA

$X \in N(91'6, 9'349) \quad (\mu = np, \sigma = \sqrt{npq})$

$\rightarrow P(X \geq 219) \underset{\text{YATES}}{=} P(X' \geq 218'5) \underset{\text{TIP}}{=} P\left(Z \geq \dfrac{218'5 - 91'6}{9'349}\right) \approx P(Z \geq 13'57) \approx \boxed{0}$

(UN VALOR EXTREMO, CASI IMPOSIBLE)

$\rightarrow$ INTERPRETACIÓN LÓGICA

3 EL VALOR DE 219 RÍOS HACE LA PROBABILIDAD CASI IMPOSIBLE, ES INVEROSÍMIL. EL TEST NO ESTÁ BIEN PLANTEADO, SÓLO UN 1 % DE LOS POSITIVOS TIENEN LA ENFERMEDAD.