

Ejercicio 1. PUNTUACIÓN: 0,5+0,25+0,75 cada apartado. 1,25 puntos en total.

a) Simplifica:
$$\sqrt{8 \frac{\sqrt[3]{16\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{12}}} - \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + 1 \right)^2}$$

b) Desarrolla mediante la fórmula del binomio $(2x^2 + x)^3$

c) Calcula el valor del siguiente límite $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 2n} \right)$

Ejercicio 2. PUNTUACIÓN: 0,5 cada apartado. 1 punto en total.

a) Resuelve la siguiente ecuación: $\log(2x + 5) + \log(2x - 5) = 2 \cdot \log x + \log 3$

b) Resuelve el triángulo ABC usando el teorema del seno o del coseno según sea necesario:

$$A = 45^\circ, B = 60^\circ, b = 12 \text{ m}$$

Ejercicio 3. PUNTUACIÓN: 0,5 cada apartado. 1 punto en total.

a) Demuestra la identidad: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

b) Resuelve la siguiente ecuación: $\sin 2x = \tan x$

Ejercicio 4. PUNTUACIÓN: 1 punto.

Resuelve la siguiente operación con números complejos:

$$\sqrt[3]{\left(\frac{1+i}{i^8 \cdot (-1+i)} \right)^2}$$

Ejercicio 5. PUNTUACIÓN: 1,25 puntos en total. (0,75 rectas | 0,25 centro)

Sean A(-1, 2), B(1, 0), C(1, 1) los vértices de un triángulo. Obtén su ortocentro.

Ejercicio 6. PUNTUACIÓN: 1 punto en total.

Dadas las cónicas:

$$a : 3x^2 - y^2 + 24x + 2y + 44 = 0$$

$$b : y^2 - 8x + 8 = 0$$

$$c : x^2 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$d : x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$$

a) Determina el tipo de cónica en cada caso. (0,25)

b) Obtén la ecuación reducida de la cónica c. (0,25)

c) Describe todos los elementos característicos de la cónica c. (0,5)

d) Realiza una representación gráfica aproximada de la cónica c. (0,25)

Ejercicio 7. PUNTUACIÓN: 1 punto en total (0,5+0,5)

a) Deriva: $f_1(x) = \ln \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$

b) Deriva: $f_2(x) = 5^{\sin(\tan x)}$

Ejercicio 8. PUNTUACIÓN: 1,5 puntos en total. 0,5 puntos cada apartado.

Buscamos dos números que sumen 20 y cuyo producto sea máximo.

- a) Obtén la función objetivo a optimizar con una sola variable. (0,25)
- b) Obtén los números buscados (usando derivadas) y el valor del producto (0,25)

c) Obtén la ecuación de la recta tangente a $y = x^2 - 1$ en el punto $x=2$

Ejercicio 9. PUNTUACIÓN: 1 punto en total.

Realiza una representación gráfica de la siguiente función estudiando las características básicas necesarias que se indican en el resumen de puntuación:

$$f(x) = \frac{-x^2}{x^2 - 1}$$

(reparto de puntuación: dominio, simetría y puntos de corte (0,25), asíntotas (0,25), monotonía, máximos y mínimos (0,25), representación gráfica 0,25)