

BOLETÍN DE PROBLEMAS

COMPETENCIALES DE PROBABILIDAD

NIVEL COMPETENCIAL INTRODUCTORIO

(Énfasis en interpretación, filtrado de información en contextos y aplicación de un tipo de problema básico o combinación simple)

1. Ventas diarias nun restaurante (Iniciación)

O total de vendas diarias nun pequeno restaurante é unha variable que segue unha distribución normal de media 1220€ ao día e desviación típica 120€ ao día. a) Calcula a probabilidade de que nun día elixido ao azar as vendas excedan de 1400€. b) Se o restaurante debe vender polo menos 980€ ao día para cubrir os gastos, ¿cal é a probabilidade de que un día elixido ao azar, o restaurante non cubra gastos?

- **Tipos de problemas básicos incluídos:** Normal (cálculo de $P(X > k)$ y $P(X < k)$).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Interpretación del lenguaje:** Traducir expresiones como "excedan de" o "non cubra gastos" (a partir de "polo menos") a desigualdades matemáticas para la probabilidade.

2. Temperatura máxima en julio (Iniciación)

En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C. Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

- **Tipos de problemas básicos incluídos:** Normal (cálculo de $P(a < X < b)$), Proporcionalidad.

- **Dificultades competenciales:**

- **Combinar estrategias (ligero):** Calcular una probabilidad con la Normal y luego aplicar esa proporción al número total de días del mes (31) para obtener un número esperado de días por lógica proporcional.

3. Notas PAU

La nota de la PAU del alumnado que se ha preinscrito en la carrera A sigue una distribución normal de media 6,8 y desviación típica 0,6. Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en la carrera B sigue una distribución normal de media 7 y desviación típica 0,5. Si en ambos casos solo se puede admitir al 25% del alumnado preinscrito, ¿cuál de las dos carreras requerirá una nota mínima más baja?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (uso inverso de la tabla para hallar k dado un porcentaje/percentil).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Interpretación del lenguaje:** Entender que "admitir al 25% del alumnado preinscrito" se refiere al 25% con las notas más altas (buscar el percentil 75).
 - **Comparación de resultados:** Requiere realizar dos cálculos similares y luego compararlos.

4. Móviles y Garantía

El 20% de todos los móviles de cierto tipo son llevados a servicio técnico mientras se encuentran dentro de la garantía. De estos, el 60% pueden ser reparados, mientras el 40% restante deben reemplazados con unidades nuevas. Si una empresa adquiere 10 de estos teléfonos, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 sean reemplazados en la vigencia de su garantía?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Binomial, Probabilidad condicionada (para hallar p).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Presentación indirecta de datos:** La probabilidad p de la Binomial ("ser reemplazado") no se da directamente, sino que debe calcularse a partir de probabilidades condicionadas ($P(\text{Reemplazado}) = P(\text{Reemplazado}|\text{Servicio Técnico}) * P(\text{Servicio Técnico})$).

5. Plantas de maíz

Cultivar maíz es rentable si se le proporciona suficiente espacio, calor y agua. Sin embargo,

el cultivo del maíz es muy sensible al clima y a las condiciones del campo, no existe una respuesta única para todos los casos. Con la tecnología disponible hoy en día, las ventajas de sembrar maíz radican en un proceso que se puede ajustar rápidamente para obtener el máximo rendimiento, controlando diversos factores del campo, como el clima, los datos de humedad del suelo, las potenciales amenazas, incluidas la maleza y las plagas y mucho más. Un mínimo de 6-8 horas de luz solar al día es el requisito común de luz para el cultivo del maíz. Es necesario cultivar el maíz lejos de árboles grandes que puedan proyectar sombra y plantar las variedades más altas al norte o al este del campo, para que las plantas más cortas reciban suficiente sol durante el día. Las temperaturas de 20-22°C (68-73°F) son ideales para el desarrollo del cultivo del maíz durante todo el periodo vegetativo. Sin embargo, si el suelo está suficientemente húmedo, el maíz puede crecer con temperaturas de hasta 38°C (100°F). Se entiende como humedad suficiente para el cultivo de maíz un suministro constante de agua en forma de precipitaciones suaves y periódicas o riego en todo el campo, con un total de no menos de 15" (38 cm) durante la temporada de crecimiento. La cantidad ideal de precipitaciones para una temporada de cultivo de alto rendimiento se sitúa entre 45 y 50 cm (18 y 20"). En la finca experimental La Poveda (Arganda del Rey, Madrid) durante mayo de 2016 se ha llevado a cabo un estudio sobre el maíz. En dicho estudio se concluye que la altura de un cierto tipo de plantas de maíz sigue una distribución Normal de media 145 cm y desviación típica 22 cm. a) ¿Qué porcentaje de plantas tiene una altura comprendida entre 135 cm y 155 cm? b) ¿Qué altura, como mínimo, debe tener una planta para estar entre el 50% de las más altas? (*Apartado c original sobre muestreo de medias omitido*)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (cálculo de $P(a < X < b)$, percentil).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información introductoria sobre el cultivo del maíz.
 - **Datos innecesarios:** Gran parte de la información sobre condiciones de cultivo es irrelevante para los cálculos de probabilidad basados en la distribución Normal dada al final; la competencia es filtrar esta información.

6. Examen MIR

Médico interno residente (MIR) es el sistema de formación de especialistas médicos que existe en España, desde el año 1976, al que se accede a través de pruebas selectivas de convocatoria anual y que consiste en una relación laboral especial de residencia. En la actualidad, el término "mir" se puede usar o para referirse al médico que está formándose como especialista, o al sistema de especialización médica o al examen de acceso. La formación especializada médica mediante un contrato laboral tiene sus precedentes en el Hospital Clínico de Barcelona, en los años 60, que logró el primer contrato de trabajo para los médicos de aquel hospital. Desde 1976 se trata de un programa de formación con

adquisición de responsabilidades y capacidad de forma progresiva y tutelada, y solo es posible realizarlo en aquellos centros debidamente acreditados por el Ministerio de Sanidad y Consumo de España para asegurar una adecuada formación especializada. La duración del programa de formación depende de la especialidad concretamente pero oscila entre cuatro y cinco años. Se accede a través de un concurso-oposición, conocido como examen MIR, en el que el expediente académico se pondera a un 10% mientras que el examen contabiliza el 90%. Actualmente existe una sola convocatoria anual para acceder a la formación especializada en el mes de enero, mediante un examen previo. La convocatoria de examen y plazos de selección e incorporación a la plaza elegida se publican anualmente en el parte del Ministerio de Sanidad, Consumo y Servicios Sociales. En los últimos años, se realiza el examen un sábado, a finales de enero o principios de febrero, entre aproximadamente las 16:00 y las 21:00h. Los examinados disponen de 4 horas (hasta 2019 eran 5 horas) para completar la prueba. Actualmente, el examen consiste en 200 preguntas tipo test (hasta 2019 eran 225), con 4 opciones, y 10 preguntas de reserva, haciendo un total de 210 preguntas (hasta 2019 eran 235). Desde el año 2011, las primeras preguntas del examen llevan asociada una imagen. En la última convocatoria son 35 las preguntas que han incluido imágenes. En un examen de acceso a Médico Interno Residente se realiza un test y se supera la prueba si se obtiene al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones de los candidatos sigue una distribución normal de media 70 y desviación típica 10, calcule: a) La probabilidad de que la calificación de una persona esté en el intervalo [75, 85]. b) Tras resolver las reclamaciones realizadas por los candidatos se observa que la desviación típica se mantiene pero la probabilidad de obtener más de 90 puntos es 0.05. Decide si la media de calificaciones ha aumentado, ha disminuido o se ha mantenido.

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (cálculo de $P(a < X < b)$, uso inverso de la tabla para hallar μ).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información sobre el sistema MIR.
 - **Datos innecesarios:** Prácticamente toda la descripción del MIR es irrelevante para los cálculos; la competencia es filtrar esta información.
 - **Dificultad para identificar preguntas/estrategias (apartado b):** Requiere pensar en despejar la media a partir de una probabilidad dada.

7. Alquiler de pisos

El Índice de Precios de la Vivienda en Alquiler (IPVA) tiene como objetivo la medición de la evolución anual de los precios de la vivienda alquilada como residencia habitual de los hogares. La fuente de información utilizada para su cálculo es la base de datos proporcionada por la AEAT, que procede del modelo 100 de las declaraciones del IRPF. Cada año, se recoge la información declarada a efectos tributarios de los bienes inmuebles

sobre los que se han declarado ingresos por arrendamiento de vivienda para su uso habitual. Los índices publicados permiten obtener variaciones anuales de precios para distintos niveles de desagregación geográfica y según distintas características de las viviendas alquiladas. Así, se podrán establecer comparaciones de las evoluciones de los precios de alquiler entre comunidades autónomas, provincias, y algunos municipios y distritos, y según distintas características de las viviendas en alquiler tales como la superficie o el tipo de vivienda. Los últimos datos de septiembre de 2024 reflejan que el precio del alquiler ha aumentado más de un 80% respecto a 2014, un factor que dificulta el acceso a la vivienda a las personas más jóvenes (cuyos sueldos crecen por debajo de los alquileres). Conseguir una hipoteca tampoco es nada fácil: el precio de la vivienda de compraventa se ha incrementado más de un 63% en la última década, llegando a alcanzar precios de la burbuja inmobiliaria de 2008. El precio del alquiler en España casi se ha duplicado en los últimos diez años, el precio por metro cuadrado en septiembre de 2024 asciende a los 13 euros (un 80% más que en 2014, cuando apenas superaba los 7€/m²). Fue en agosto de 2023, cuando se superó la barrera de los 12 €/m² y, lejos de reducirse, se ha ido incrementando durante el último año. De hecho, el importe más elevado que han llegado a pagar los españoles en viviendas de alquiler se registró en junio de este año, cuando el precio por metro cuadrado se situó en los 13,4 euros. En una determinada ciudad, el precio del alquiler mensual de pisos de dos habitaciones sigue una distribución normal de media 725 euros con una desviación típica de 50 euros. a) ¿Cuál es la probabilidad de que alquilar uno de estos pisos cueste cada mes, a lo sumo, 700 euros? c) De los 25 pisos alquilados por la agencia en ese mes, ¿cuántos se puede esperar que cuesten menos de 710 euros cada mes? *(Apartado b original sobre muestreo de medias omitido)*

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (cálculo de $P(X \leq k)$), Proporcionalidad/Lógica de valor esperado.
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información sobre el IPVA y precios.
 - **Datos innecesarios:** La mayoría de los datos históricos son irrelevantes; competencia de filtrado.
 - **Combinar estrategias (ligero):** Para el apartado c), se calcula una probabilidad con la Normal y luego se aplica esa proporción al número de pisos para obtener una cantidad esperada.

8. Zonas de bajas emisiones

La Ley del Cambio Climático y Transición Energética obligó a que todas aquellas ciudades y municipios de España que superasen los 50.000 habitantes (más del 50% de la población española), tuviesen que establecer una Zona de Bajas Emisiones antes de 2023. Sin embargo, la realidad es que la mayoría de las localidades no han hecho los deberes. La Ley del Cambio Climático y Transición Energética, en el artículo 14.3, define la ZBE como un

ámbito delimitado por una “administración pública, en ejercicio de sus competencias, dentro de su territorio, de carácter continuo, y en el que se aplican restricciones de acceso, circulación y estacionamiento de vehículos para mejorar la calidad del aire y mitigar las emisiones de gases de efecto invernadero, conforme a la clasificación de los vehículos por su nivel de emisiones de acuerdo con lo establecido en el Reglamento General de Vehículos vigente”. Por tanto, todas las Comunidades tienen que seguir esta normativa. En una determinada población residen 5000 personas en el centro y 10000 en la periferia. Se sabe que el 95% de los residentes en el centro y que el 20% de los que viven en la periferia opina que el Ayuntamiento debería restringir el acceso de vehículos privados al centro urbano. Se elige al azar un residente de la población. a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro de la ciudad? b) ¿Cuál es la probabilidad de que de que resida en el centro y esté a favor de la restricción de acceso? c) Si la persona elegida opina que se debería restringir el acceso, ¿cuál es la probabilidad de que de que resida en el centro de la ciudad?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol (o tabla de contingencia), Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Información sobre la ley de ZBE.
 - **Datos innecesarios:** La descripción detallada de la ley.
 - **Estructurar información:** Los datos deben organizarse ($P(\text{Centro})=5000/15000$, $P(\text{Periferia})=10000/15000$) para aplicar Probabilidad Total y Bayes.

NIVEL COMPETENCIAL INTERMEDIO

(Mayor complejidad en la estructura de datos, necesidad de deducir información, combinación más elaborada de estrategias)

9. Vehículos

La Comunidad de Madrid está realizando un estudio sobre los medios de locomoción que utilizan sus ciudadanos, para intentar mejorar los servicios públicos de transporte. Las características de la demanda de transporte se determina extrayendo la información disponible en las Encuestas Domiciliarias de Movilidad que realiza y publica el Consorcio Regional de Transportes de Madrid, siendo la más reciente la del año 2018 (EDM2018). La información estadística recogida por esas encuestas incluye múltiples aspectos de la movilidad y pone a disposición pública la información para que los resultados puedan

explotarse para llevar a cabo estudios como el presente. Los datos que recogen estas encuestas se refieren a cada una de las 1.259 zonas de transporte en las que se ha dividido el territorio de la Comunidad de Madrid.

Gracias a este estudio se sabe que el 7% de los habitantes de la Comunidad no tienen ni coche ni moto. De entre los que tienen coche el 36% tienen moto y de entre los que no tienen coche el 28% no tienen moto. Se elige al azar un habitante de esa Comunidad.

a) Calcule la probabilidad de que solo tenga uno de los dos vehículos. b) Calcule la probabilidad de que al menos tenga uno de los dos vehículos. c) Si tiene coche, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga moto? d) ¿Son independientes los sucesos "tener coche" y "no tener moto"? ¿Son incompatibles?

(a) 0.66 b) 0.93 c) 0.64 d) No son independientes. Los sucesos no son incompatibles)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Sucesos (álgebra), Tabla de contingencia (muy útil aquí) o Diagrama de árbol, Probabilidad Condicionada.
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Información sobre el estudio de movilidad y sus fuentes.
 - **Datos innecesarios:** Mención a EDM2018, 1.259 zonas.
 - **Presentación indirecta de datos:** Se da $P(C^c \cap M^c)$, $P(M|C)$, $P(M^c|C^c)$. El desafío es construir una tabla de contingencia completa o un árbol a partir de estos datos para luego responder a las preguntas. Esto requiere varios pasos de deducción (ej. $P(C)$ y $P(M)$).
 - **Interpretación de preguntas:** "Solo uno de los dos vehículos" ($P(C \cap M^c) + P(C^c \cap M)$), "al menos uno" ($P(C \cup M)$).

10. Diabetes

La diabetes es una enfermedad producida por una alteración del metabolismo, caracterizada por un aumento de la cantidad de glucosa en la sangre y por la aparición de complicaciones microvasculares y cardiovasculares que incrementan sustancialmente los daños en otros órganos y la mortalidad asociada con la enfermedad y reduce la calidad de vida de las personas afectadas. La diabetes afecta a entre el 5 y el 10% de la población general. Debe tenerse en cuenta que se estima que por cada paciente diabético conocido existe otro no diagnosticado. Su frecuencia aumenta significativamente con la edad y también con el exceso de peso y la vida sedentaria, por estos motivos se espera un importante aumento del número de diabéticos en los próximos decenios.

En un centro de salud, de una determinada población, realizan un estudio y obtienen que: la probabilidad de ser mujer y padecer diabetes es el 6 %, mientras que la de ser hombre y no padecer diabetes es el 37 %. En dicha población hay un 54% de mujeres.

Se elige una persona al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes? b) Si la persona elegida es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no padezca diabetes? c) Si la persona elegida resulta tener diabetes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Tabla de contingencia, Probabilidad Condicionada, Probabilidad Total (para a), Bayes (para c).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Información general sobre la diabetes.
 - **Datos innecesarios:** El primer párrafo sobre la prevalencia general de la diabetes.
 - **Presentación indirecta de datos:** Se da $P(\text{Mujer} \cap \text{Diabetes})$, $P(\text{Hombre} \cap \text{No Diabetes})$, $P(\text{Mujer})$. El alumno debe completar la tabla de contingencia para encontrar las probabilidades marginales ($P(\text{Diabetes})$, $P(\text{Hombre})$) y las otras intersecciones.

11. Tráfico

Según un reciente estudio, la edad del parque de vehículos en España ha aumentado un 10,4% en los últimos 6 años, pasando de 13,5 en el 2017 a 14,9 en el 2022, casi 3 más que la media europea situada en 12 años y tan sólo por debajo de países como Letonia (15), Rumanía (15,1), República Checa (15,6 años), Estonia (16,8), y Grecia (17). Se trata de una situación que tiene relación directa con la siniestralidad vial. De acuerdo con el último estudio publicado por la Universidad Carlos III de Madrid (UC3M) sobre la "Contribución de la ITV a la seguridad vial y al medio ambiente", los vehículos a partir de los 11 años se ven implicados en siniestros viales en un mayor porcentaje, creciendo éste de forma progresiva según aumenta su antigüedad. Desde la Asociación Española de Entidades Colaboradoras de la Administración en la Inspección Técnica de Vehículos AECA-ITV advierten sobre un tercer factor que estaría impidiendo la reducción del número de siniestros en las carreteras de nuestro país: la elevada ratio de incumplimiento en la inspección técnica de vehículos que en la actualidad se sitúa cerca del 34%; una cifra que desde el 2017 ha aumentado un 27,5%. Una compañía de seguros ha realizado un estudio acerca de la siniestralidad de los vehículos de una región. Se ha dividido a los conductores en dos grupos: jóvenes los menores de 30 años y sénior el resto de conductores. Asimismo, también se ha dividido a los vehículos en dos grupos: nuevos los que tienen menos de 5 años de antigüedad y viejos el resto de vehículos. De los 54 siniestros registrados, en 19 de ellos el vehículo implicado era nuevo y en 29 los conductores eran jóvenes. Finalmente, 21 de los siniestros se dieron con vehículos viejos y conductores jóvenes. Se escoge uno de estos siniestros al azar. a) Calcule la probabilidad de que el conductor sea sénior y el vehículo viejo. b) Calcule la probabilidad de que el conductor sea joven sabiendo que el vehículo es viejo. c) Determine razonadamente si la siguiente afirmación es cierta: "Los siniestros de este estudio menos

probables son aquellos en los que el conductor es sénior y el vehículo es nuevo".

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Tabla de contingencia (esencial para resolverlo), Probabilidad conjunta y condicionada.
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Información extensa sobre el parque vehicular, ITV y siniestralidad.
 - **Datos innecesarios:** Los tres primeros párrafos son contextuales y no aportan datos directos para los cálculos sobre los 54 siniestros.
 - **Presentación indirecta de datos / Deducir datos para la tabla:** Los datos para la tabla de 2x2 (Joven/Sénior vs. Nuevo/Viejo) se deben deducir a partir de las frecuencias absolutas dadas para un total de 54 siniestros. $P(\text{Nuevo})=19/54$, $P(\text{Joven})=29/54$, $P(\text{Viejo} \cap \text{Joven})=21/54$. A partir de ahí se completa la tabla.

12. Auditoría

En el mundo empresarial, una auditoría de cuentas es una herramienta esencial para evaluar el estado financiero y operativo de una organización. Se trata de un proceso de revisión de los registros financieros, contables, fiscales y gastos operativos de una empresa para identificar cualquier problema o riesgo potencial. A través de una auditoría de cuentas, se pueden obtener datos valiosos para mejorar la eficiencia de los procesos internos y reducir los riesgos operativos. Existen dos tipos de auditoría según quién la realice: la auditoría interna y la auditoría externa. La interna se lleva a cabo por empleados de forma regular, mientras que la externa se realiza por auditores independientes. En términos generales, la auditoría de cuentas tiene como objetivo identificar y evaluar los riesgos asociados a la actividad de la empresa y la validez de su información financiera. Además, puede proporcionar una imagen clara de la eficacia de los controles internos, ayudar a supervisar el gasto y el control de viáticos, así como también identificar las oportunidades de crecimiento. El director de una entidad que audita la contabilidad de empresas sabe, por experiencias pasadas, que cuando se hace una auditoría el 30% de las empresas merece una calificación de «Excelente», el 50% de las empresas merece la calificación de «Aceptable» y el 20% restante merece una calificación de «Deficiente». El director también sabe que entre los auditores de su entidad hay un 90% de auditores que siempre auditan correctamente y dan a cada empresa la calificación que merece; pero hay un 10% de auditores que no auditan correctamente y dan siempre una calificación de «Aceptable». a) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación de «Deficiente»? b) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación que realmente merece? c) Para analizar si un determinado auditor audita correctamente o no, el director le encarga que audite la contabilidad de una empresa escogida al azar. No sabemos cuál es la calificación que merece esa empresa. Si el auditor da la calificación de «Aceptable», ¿cuál es la probabilidad de que este auditor sea uno de

los que siempre auditan correctamente?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol, Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información sobre auditorías.
 - **Datos innecesarios:** Los primeros párrafos son contextuales.
 - **Estructura de probabilidad compleja / Dos capas de eventos:** La calificación real de la empresa y la calificación asignada por el tipo de auditor (correcto/incorrecto).
 - **Interpretación del enunciado / Razonamiento más abstracto:** Especialmente el apartado b) ("calificación que realmente merece") requiere una interpretación cuidadosa para llegar a la solución dada. Implica $P(\text{Calificación asignada} = \text{Calificación Real})$.
 - **Dificultad para identificar preguntas/estrategias:** Hay que desglosar el problema en las probabilidades de ser un tipo de auditor y cómo actúa cada uno condicionado a la calificación real de la empresa.

13. Holter Arritmias

El Holter es un dispositivo electrónico de pequeño tamaño que registra y almacena el electrocardiograma del paciente durante al menos 24 horas de forma ambulatoria (en el domicilio, sin necesidad de llevarlo a cabo en el hospital). Suele emplearse en pacientes con sospecha de arritmia cardíaca o para diagnosticar una isquemia (falta de riego sanguíneo) del músculo cardíaco. Se estima que el 20 % de los habitantes de una región padecen algún tipo de arritmia. Para diagnosticarla, existe la posibilidad de colocar al paciente un monitor Holter, que detecta la arritmia en un 95 % de los casos de personas que la padecen, pero que también da falsos positivos, por motivos eléctricos, en personas que no padecen arritmias en un 0,5 % de los casos. a) Si se escogen 4 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas padezca arritmias? b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida al azar obtenga un diagnóstico positivo de arritmia? c) Si una persona obtiene un diagnóstico negativo en la prueba del Holter, ¿cuál es la probabilidad de que realmente padezca arritmias?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Binomial (apartado a), Diagrama de árbol, Probabilidad Total (apartado b), Probabilidad Condicionada (Bayes, apartado c).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto:** Moderado, específico del ámbito médico.
 - **Combinar estrategias:** Se combinan Binomial (para una parte del problema) con Probabilidad Total y Bayes (para el análisis de la prueba diagnóstica).
 - **Interpretación de datos de prueba diagnóstica:** Traducir "detecta arritmia en un

95% de los que la padecen" ($P(\text{Test}|\text{Enfermo})$) y "falsos positivos ... en un 0.5%" ($P(\text{Test}|\text{Sano})$).

14. Turismo (solo parte 1)

En España, que se mueve entre el segundo y el tercer lugar como destino turístico en el mundo, hay una larga tradición de medición detallada del comportamiento turístico, tanto interior como exterior, mediante encuestas a residentes y encuestas a no residentes que llegan a nuestro país (Frontur y Egatur son las mediciones correspondientes a los no residentes), cuyos datos están disponibles actualmente en el Instituto Nacional de Estadística (INE). Estas encuestas permiten observar algo tan relevante como la relación entre los perfiles de los turistas, los comportamientos y el gasto turístico, resultando que los patrones de comportamiento ("qué hacen") discriminan mucho más que los perfiles ("cómo son"). Una agencia de viajes realiza dos estudios: En el primero: Con un grupo de turistas programa una visita a la Geoda de Pulpí. El 42 % de los turistas del grupo proceden de Andalucía, el 32% de otras comunidades autónomas y el resto del extranjero. Son mayores de edad el 65% de los visitantes que proceden de Andalucía y el 75% de los que proceden de otras comunidades autónomas. Son menores de edad el 20% de los visitantes extranjeros. 1. Elegido un turista del primer estudio al azar, halle la probabilidad de que: a) Sea mayor de edad. b) Proceda de Andalucía y sea menor de edad. c) Sea extranjero sabiendo que es menor de edad

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol, Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado.**
 - **Datos innecesarios:** El primer párrafo sobre turismo en España.
 - **Presentación indirecta de datos / Deducir probabilidades:** $P(\text{Extranjero})$ debe calcularse como $1 - P(\text{Andalucía}) - P(\text{Otras CC.AA.})$. $P(\text{Mayor} | \text{Extranjero})$ debe deducirse a partir de $P(\text{Menor} | \text{Extranjero})$.

15. Cualificación Empleo

En el mundo laboral se entiende por trabajo cualificado a aquel que requiere un nivel de formación, experiencia o competencias específicas para su desempeño. Se trata de un tipo de trabajo que aporta valor añadido a la economía y al desarrollo social. Además, implica la creación de conocimiento, innovación y soluciones a los problemas actuales. Una empresa de trabajo temporal ha realizado un amplio estudio sobre los tipos de empleo solicitados por los estudiantes de Bachiller, Formación Profesional y Universitarios. El informe clasifica estos solicitantes de empleo como cualificados o no para los trabajos que solicitan, y de los datos que contiene se desprende que sólo el 25% estaban cualificados para el trabajo que

solicitaban, de los cuales, un 20% eran estudiantes universitarios, un 30% estudiaban Formación Profesional y un 50% Bachillerato. La situación entre los no cualificados es diferente: un 40% de ellos era estudiante universitario, otro 40% estudiaban Formación Profesional y sólo un 20% se encontraba en Bachillerato. a) ¿Qué porcentaje de estos estudiantes se encontraban en Bachillerato y estaban cualificados para los empleos que solicitaban? b) ¿Cuál es la probabilidad de que uno de estos estudiantes que solicitaba empleo estudiara Formación Profesional? c) Entre los estudiantes universitarios que solicitaron empleo, ¿qué porcentaje no estaba cualificado para los puestos de trabajo que solicitaban?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol (con múltiples niveles y ramas), Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Información sobre trabajo cualificado.
 - **Datos innecesarios:** El primer párrafo es contextual.
 - **Estructura de datos compleja:** Hay dos niveles de clasificación (Cualificado/No Cualificado) y dentro de cada uno, tres tipos de estudios (Universitario, FP, Bachillerato). Esto lleva a un árbol de 2x3 ramas o una tabla de contingencia.
 - **Dificultad para identificar preguntas/estrategias:** Las preguntas requieren navegar cuidadosamente por la estructura de probabilidades condicionadas y aplicar Probabilidad Total y Bayes de forma correcta.

16. Durabilidad Aparato

¿Cada cuánto tiempo cambiamos de móvil? ¿Y de ordenador? ¿Y de televisor? Seguramente ese tiempo haya ido acortándose en los últimos años debido, en gran medida, a la obsolescencia programada. Un fenómeno que no se refiere solo al hecho de que un objeto tecnológico deje de funcionar, sino también a que surja uno mejor o, directamente, a que pase de moda. La consecuencia es que la basura tecnológica no deja de aumentar y amenaza al medio ambiente. Durante las últimas décadas hemos asumido que la vida de los productos es relativamente corta, ya que con el paso del tiempo se deterioran o se quedan obsoletos. En muchos casos, ante una avería el fabricante directamente nos dice que no es rentable repararlo y nos emplaza a comprar uno nuevo. Sin embargo, que estos productos dejen de funcionar es algo que forma parte de su diseño y, en muchos casos, ha sido cuidadosamente planificado por los fabricantes para forzarnos a comprar nuevos productos. El lado oscuro de esta espiral que empuja a renovar continuamente ciertos productos es que genera inmensas cantidades de residuos, concretamente de basura tecnológica. En el caso de la Unión Europea, se estima que son más de 2.500 millones de toneladas al año. La alternativa a este problema es la economía circular, que invita a reutilizar, reparar y reciclar los materiales y productos existentes siempre que sea posible para aumentar su ciclo de vida. Una organización de defensa de los consumidores está

realizando estudios sobre ello y sabe que: La durabilidad de un determinado aparato electrónico sigue una distribución normal de media 20000 horas y desviación típica 2500 horas. a) Si elegimos al azar uno de estos aparatos, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 17000 horas? b) ¿Cuál es la durabilidad, en horas, excedida por el 98,5% de estos aparatos? c) Si tenemos 1000 aparatos de ese tipo, ¿qué probabilidad hay de que duren menos de 17000 horas entre 100 y 120 de ellos?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (cálculo de P, percentil), Binomial (apartado c, con p de la Normal, y aproximación Normal a la Binomial).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información sobre obsolescencia y economía circular.
 - **Datos innecesarios:** Toda la introducción es contextual; la competencia es filtrar.
 - **Combinar estrategias:** El apartado c) requiere calcular p con la Normal, identificar una Binomial con $n=1000$, y luego aplicar la aproximación Normal a la Binomial (con corrección por continuidad si se exige).

17. Consumo Gasolina

Estudios realizados en un cierto país demuestran que el consumo de gasolina en coches está normalmente distribuido, con una media de 6 litros por cada 100 km y una desviación estándar de 1,2 litros por cada 100 km. a) Calcula el porcentaje de coches que gasta 7 o más litros cada 100 km. b) Calcula el número máximo de litros por cada 100 km que debe consumir un coche si el fabricante quiere que supere en economía de combustible al 95% de los que hay actualmente en el mercado. c) Por RRSS se propaga la noticia de que el 75% de los coches gasta más que 6.5 litros cada 100 km. Razona, sin realizar operaciones, si dicha noticia puede ser verdadera o si es una noticia falsa. d) Si en un concesionario tienen 8 coches, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de dos que consuman 7 o más litros cada 100 km? e) Si el concesionario ha vendido durante un año 50 coches, ¿cuál es la probabilidad de que hay vendido menos de la mitad con un consumo de 7 o más litros cada 100 km?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (cálculo de P, percentil), Binomial (apartados d y e, con p de la Normal; e puede requerir aproximación Normal).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Combinar estrategias:** Se usa la Normal para hallar p (probabilidad de gastar ≥ 7 litros) y luego esta p se usa en una Binomial para d) y e).
 - **Interpretación del lenguaje:** En b), "supere en economía de combustible al 95%" significa que debe consumir menos que el 95% de los coches (buscar el percentil 5 de consumo).
 - **Razonamiento cualitativo:** El apartado c) pide un razonamiento sin cálculos,

comparando la probabilidad $P(X > 6.5)$ con 0.75.

18. Tuberculosis (pruebas diagnósticas)

La tuberculosis es una enfermedad producida por la infección del ser humano por el bacilo de Koch (*Mycobacterium tuberculosis*). Es una infección bacteriana contagiosa que afecta a los pulmones, pero puede propagarse a otros órganos. Se calcula que en 2023 contrajeron tuberculosis 10,8 millones de personas en todo el mundo: 6,0 millones de hombres, 3,6 millones de mujeres y 1,3 millones de niños. Aunque es una enfermedad presente en todos los países y grupos de edad, se puede prevenir y curar. En una campaña de erradicación de tuberculosis se somete a la población escolar a una prueba de tuberculina. Se sabe que la probabilidad de acierto sobre personas confirmadas enfermas es del 96%, y la probabilidad de que el test falle con personas confirmadas sanas es del 5%. Se sabe también que la dolencia la padece el 0.1% de la población. Se pide: a) Determinar la probabilidad de que el test detecte correctamente la presencia de la enfermedad. b) Determinar la probabilidad de que el test detecte correctamente que la persona está sana. c) Se define el coeficiente falso-positivo como la probabilidad de que el contraste resulte positivo cuando de hecho el sujeto no padece la dolencia. El coeficiente falso-negativo se define de manera análoga. ¿Cuáles son los coeficientes falso-positivo y falso-negativo del test?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol, Probabilidad Condicionada (Sensibilidad, Especificidad).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado.**
 - **Datos innecesarios:** El primer párrafo sobre incidencia mundial.
 - **Terminología específica / Conceptual:** Entender "acierto sobre personas confirmadas enfermas" como $P(\text{Test}+|\text{Enfermo})$, "falle con personas confirmadas sanas" como $P(\text{Test}+|\text{Sano})$ (que es 1-Especificidad). El apartado c) pide explícitamente $P(\text{Test}+|\text{Sano})$ y $P(\text{Test}-|\text{Enfermo})$. Los apartados a) y b) pueden referirse a $P(\text{Test}+ \cap \text{Enfermo})$ y $P(\text{Test}- \cap \text{Sano})$ si "detecte correctamente" se interpreta como la conjunción.

19. Alquiler Bicicletas (solo parte 1)

Los factores esenciales que contribuyen al crecimiento del mercado mundial de alquiler de bicicletas y scooters en el período de pronóstico de 2023 a 2030 incluyen la creciente aceptación de las personas de los servicios de micromovilidad como una forma de transporte rentable y conveniente. Además, el desarrollo de modos de transporte sostenibles se está convirtiendo en una necesidad. Además, el enfoque cada vez mayor de los gobiernos en la reducción de la congestión del tráfico, los avances tecnológicos, la tendencia generalizada de la automatización y la alta adopción de vehículos eléctricos son

otro elemento importante que contribuye al crecimiento del mercado. Data Bridge Market Research analiza que se espera que el mercado mundial de alquiler de bicicletas y scooters, que fue de 2.44 mil millones de dólares en 2022, alcance los 8.08 mil millones de dólares para 2030, creciendo a una CAGR del 16,15% durante el período de pronóstico de 2023 a 2030. Una asociación de vecinos quiere conocer la situación de ese mercado en su ciudad, para ello realiza un estudio: Las bicicletas de alquiler de su ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa E1 y el resto por una empresa E2. De las bicicletas de la empresa E1, el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa E2 se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. 1) Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad: a) Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad. b) Calcule la probabilidad de que sea de la empresa E1 y de mala calidad. c) Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa E2?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol, Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado.**
 - **Datos innecesarios:** Los dos primeros párrafos son contextuales.
 - **Presentación indirecta de datos / Información incompleta con deducción:** Para la empresa E1, $P(\text{Mala}|E1)$ se deduce. Para E2, se da $P(\text{Buena}|E2)$, pero $P(\text{Media}|E2)$ y $P(\text{Mala}|E2)$ no. El apartado c) proporciona $P(\text{Media total}) = 0.19$, que permite usar la fórmula de la Probabilidad Total para despejar $P(\text{Media}|E2)$, lo cual es un paso algebraico no trivial.

NIVEL COMPETENCIAL AVANZADO

(Mayor desafío en modelización, abstracción, combinación de múltiples conceptos, o problemas atípicos)

20. Inteligencia Artificial (sin d)

La Inteligencia Artificial (IA), al igual que la humana, es un concepto complejo de definir. Aún no existe una definición formal y universalmente aceptada.

La Comisión Europea la define como sistemas de software (y posiblemente también de hardware) diseñados por humanos que, ante un objetivo complejo, actúan en la dimensión física o digital: * Percibiendo su entorno, a través de la adquisición e interpretación de datos estructurados o no estructurados. * Razonando sobre el conocimiento, procesando la información derivada de estos datos y decidiendo las mejores acciones para lograr el objetivo dado.

Los sistemas de IA pueden usar reglas simbólicas o aprender un modelo numérico. También pueden adaptar su comportamiento al analizar cómo el medio ambiente se ve afectado por sus acciones previas.

Dicho de otro modo: La inteligencia artificial (IA) es un campo de la informática que se enfoca en crear sistemas que puedan realizar tareas que normalmente requieren inteligencia humana, como el aprendizaje, el razonamiento y la percepción.

Estos sistemas pueden percibir su entorno, razonar sobre el conocimiento, procesar la información derivada de los datos y tomar decisiones para lograr un objetivo dado.

En la actualidad, la inteligencia artificial se ha convertido en una de las tecnologías más disruptivas y que más atención despierta. El ritmo al que se suceden los modelos, cada vez más potentes, se está acelerando y tanto las posibilidades como los potenciales peligros de su uso están generando debate tanto entre la comunidad científica como en las instancias políticas.

Las Inteligencias artificiales utilizan algoritmos y modelos matemáticos para procesar grandes cantidades de datos y tomar decisiones basadas en patrones y reglas establecidas a través del aprendizaje automático, que es la capacidad de una máquina para aprender de forma autónoma a partir de datos sin ser programada específicamente para hacerlo. De esta manera la IA puede mejorar su precisión y eficiencia con el tiempo.

La mayoría de las empresas consideran que la IA es algo que puede mejorar su productividad y es por ello que están formando a sus trabajadores en su uso. En una delegación de una cierta empresa, el 55% de los trabajadores han hecho el curso 'ChatGPT', el 30% de los trabajadores que han hecho este curso también han hecho el curso 'IA', el 40% de los que no han hecho el curso 'ChatGPT' han realizado el curso 'IA'.

a) ¿Qué porcentaje de trabajadores de esa delegación han realizado el curso 'IA'? b) Si un trabajador de esa delegación elegido al azar no ha hecho el curso 'IA' ¿cuál es la probabilidad de que sí tenga el curso de 'ChatGPT'? c) Si la empresa tuviese 1000 y se mantiene el porcentaje del apartado a), ¿qué probabilidad hay de que hayan realizado el curso 'IA' entre 300 y 350 personas? (*Apartado d original sobre inferencia omitido*)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Tabla de contingencia o Diagrama de árbol para a) y b); Binomial (aproximación Normal para c)).

- **Dificultades competenciales:**

- **Contexto muy largo/elaborado:** Introducción extensa sobre IA.
- **Datos innecesarios:** Gran parte de la introducción es contextual.
- **Presentación indirecta de datos:** $P(\text{ChatGPT})=0.55$, $P(\text{IA} \mid \text{ChatGPT})=0.30$, $P(\text{IA} \mid \text{No ChatGPT})=0.40$. Necesario para construir tabla/árbol para los primeros apartados.
- **Combinar estrategias:** Los apartados a) y b) se resuelven con probabilidad (tabla/árbol). El apartado c) es una Binomial donde p es el resultado del apartado a), y dado $n=1000$, requiere una aproximación Normal.

21. Coeficiente Intelectual

El coeficiente intelectual (CI) es una medida que se utiliza para evaluar las habilidades cognitivas y el potencial intelectual de una persona en relación con su grupo de edad.

Originado a principios del siglo XX, el CI se ha convertido en una herramienta estándar en psicología educativa y evaluación del desarrollo cognitivo.

El proceso de medición del coeficiente intelectual se realiza a través de pruebas estandarizadas, diseñadas para evaluar una variedad de habilidades cognitivas. Existen varios tests estandarizados para medir el coeficiente intelectual, cada uno con características únicas y aplicaciones específicas. Cada test tiene su enfoque y metodología, y la elección depende del contexto de evaluación y de las características del individuo. Es importante señalar que mientras estos tests son herramientas útiles, no capturan completamente la complejidad de la inteligencia humana.

Según estudios recientes, el cociente intelectual (CI) de los estudiantes de Bachillerato sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que el 6,68% de estos estudiantes tiene un CI mayor que 115 y que el 59,87% tiene un CI menor que 102,5.

a) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes con CI entre 102,5 y 115? b) Si se eligen al azar 6 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 5 de ellos tengan un CI menor que 115? c) Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (uso inverso para hallar μ y σ a partir de dos percentiles, cálculo de probabilidad), Binomial (apartado b).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado:** Mucha información introductoria sobre el CI.
 - **Datos innecesarios:** Toda la introducción es contextual.
 - **Combinar estrategias / Cálculo algebraico avanzado:** El apartado c) es el más desafiante, ya que requiere plantear un sistema de dos ecuaciones lineales con

dos incógnitas (μ y σ) a partir de las dos condiciones de probabilidad dadas (tras tipificar y usar la tabla Normal inversa para obtener los valores z correspondientes a las probabilidades). Una vez hallados μ y σ , el apartado a) es un cálculo de probabilidad Normal y el b) una Binomial.

22. Teletrabajo

El teletrabajo o cómo aunar conciliación familiar y productividad

El teletrabajo, a primera vista, puede parecer todo ventajas: mayor conciliación laboral, reducción de costes empresariales e, incluso, aumento de la productividad. Pero no todos los sectores ni todas las profesiones pueden permitírselo. El teletrabajo no es una modalidad nueva, pero su adopción y relevancia han experimentado un aumento significativo en los últimos años debido a los avances tecnológicos y la necesidad de adaptación a situaciones de crisis económicas o emergencias sanitarias. A bote pronto puede parecer sencillo adaptarse a esta forma de trabajar, pero como casi todo en la vida tiene sus pros y sus contras. A la pregunta de si el teletrabajo va a seguir siendo una modalidad laboral recurrente en un futuro próximo, solo el tiempo tiene la respuesta.

Para encontrar una definición de teletrabajo lo mejor es acudir a un organismo de referencia como la Organización Internacional del Trabajo (OIT). Para la OIT, el teletrabajo es una forma de trabajo que se realiza a distancia, es decir, en una ubicación alejada de una oficina central o de las instalaciones de producción, con la ayuda de las TIC —Tecnologías de la Información y la Comunicación- que facilitan al mismo tiempo la separación física y la comunicación.

El desarrollo de las TIC durante los últimos años ha sido fundamental para que el teletrabajo se convierta en una opción perfectamente viable tanto para las empresas como para los empleados. Los posibles perjuicios de esta modalidad, como pudiera ser la falta de comunicación o coordinación, se han visto solventados gracias a las múltiples herramientas existentes en el mercado y orientadas a hacer más eficiente el teletrabajo.

Se ha realizado un estudio a personas que están teletrabajando actualmente. De estos, el 72 % trabajan por cuenta ajena con contrato indefinido, el 11 % lo hacen por cuenta ajena con contrato temporal y el resto trabajan por cuenta propia. El 87% de los que tienen contrato indefinido y el 86% de los que trabajan por cuenta propia piensan que el teletrabajo mejora la conciliación familiar. Además, este estudio ha revelado que el 12.51% de los trabajadores opinan que el teletrabajo no mejora la conciliación familiar. Seleccionado un teletrabajador al azar, determine la probabilidad de que:

a) Opine que el teletrabajo si mejora la conciliación familiar sabiendo que tiene un contrato temporal. b) No esté trabajando por cuenta propia sabiendo que opina que el teletrabajo mejora la conciliación familiar.

(a) 0.93 b) 0.8329)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol, Probabilidad Total, Probabilidad Condicionada (Bayes).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto muy largo/elaborado:** Mucha información introductoria sobre el teletrabajo.
 - **Datos innecesarios:** Los tres primeros párrafos son contextuales.
 - **Presentación indirecta de datos y estructura compleja:** Hay tres tipos de contrato (Indefinido, Temporal, Cuenta Propia). Se dan las probabilidades de cada tipo de contrato. Se dan $P(\text{Mejora}|\text{Indefinido})$ y $P(\text{Mejora}|\text{Cuenta Propia})$. Se da $P(\text{No Mejora Global}) = 0.1251$, lo que implica $P(\text{Mejora Global}) = 1 - 0.1251 = 0.8749$.
 - **Dificultad para identificar preguntas/estrategias / Despeje en Probabilidad Total:** Para el apartado a), $P(\text{Mejora}|\text{Temporal})$ es la incógnita. Se debe usar la fórmula de la Probabilidad Total para $P(\text{Mejora Global}) = P(\text{MIT})P(\text{I}) + P(\text{MIT})P(\text{T}) + P(\text{MICP})P(\text{CP})$, y despejar $P(\text{MIT})$. El apartado b) es una aplicación de Bayes una vez se tiene toda la información.

23. Test Matemáticas

En el IES Sofía Casanova se pretende medir el nivel de conocimientos en matemáticas de estudiantes de cuarto de ESO. Para ello se realiza un examen tipo test con 100 preguntas y en cada una de ellas debe decidirse si la afirmación es verdadera o falsa. Un estudiante decide responder al azar a todas las preguntas.

a) Comprueba que el número de respuestas acertadas puede ser aproximada por una distribución normal y decide los parámetros que la describen.

b) Utilizando la aproximación anterior, calcula la probabilidad de que un estudiante que haya respondido al azar obtenga más de un 6, es decir, que tenga al menos 60 aciertos.

c) Supongamos que se reduce el número de preguntas del examen a 10. Calcula la probabilidad de que un estudiante que responde al azar acierte 5 preguntas. d) En el mismo instituto deciden crear un concurso en el que los alumnos tendrán que elaborar un trabajo sobre un tema relacionado con la salud de las personas. El trabajo de Gema y Fernando sobre la evolución de la contaminación acústica de su ayuntamiento ha sido seleccionado como el mejor. Además del reconocimiento, les han premiado con dos entradas para un partido del Racing. Fernando y Gema deciden sortear quién se las queda. Inicialmente, proponen tirar una moneda tres veces cada uno. Quien obtenga más caras gana las dos entradas. En caso de empate, no gana nadie y se irán juntos al partido. Fernando piensa que, como hay tres situaciones posibles, la probabilidad de que empaten es un tercio.

¿Tiene razón Fernando al pensar que la probabilidad de empate con el sorteo de las monedas sería un tercio? En caso de no tener razón, ¿en cuánto se equivoca?

e) El Ayuntamiento de Narón decide crear campeonatos locales entre los centros educativos de Narón. En Telleiras, todos alumnos se apuntan a tres deportes: tenis, natación y golf. Cada alumno solo puede apuntarse a un único deporte. El 60% se apunta al tenis, el 25% a natación y el resto a golf. En los campeonatos locales, han obtenido algún premio el 21% de los alumnos que juegan al tenis, el 30% de los que practican natación y el 12% de los que practican el golf. e.1) Calcula la probabilidad de que uno de los alumnos, seleccionado al azar, haya obtenido algún premio. e.2) Sabiendo que un alumno ha obtenido algún premio en los campeonatos locales, calcula la probabilidad de que practique natación.

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Binomial, Aproximación Normal a la Binomial (a, b), Binomial directa (c), Probabilidad elemental y conteo (d), Diagrama de árbol/Probabilidad Total y Bayes (e).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto variado:** Múltiples escenarios (test, sorteo, campeonatos) dentro de un mismo problema.
 - **Combinar múltiples estrategias:** Se usan muchos tipos de problemas diferentes a lo largo de los apartados.
 - **Dificultad para identificar preguntas/estrategias:** Cada apartado es casi un mini-problema independiente con su propia estrategia. El apartado (d) sobre el sorteo es particularmente desafiante si no se enumeran todos los resultados posibles del lanzamiento de monedas para calcular la probabilidad de empate correctamente (requiere pensar en las combinaciones de caras de cada uno).
 - **Filtrado de información:** Se debe identificar qué datos son para qué apartado específico.

24. Control Plagas

Una finca agrícola cultiva tres tipos de plantas que producen: tomates, pimientos y calabacines. Estas plantas son susceptibles de sufrir una plaga que puede afectar su rendimiento. La finca utiliza tres métodos de control de plagas: control biológico, pesticidas químicos y métodos orgánicos. La efectividad de cada método varía según el tipo de planta.

- El 50% del área está dedicada a tomates, el 30% a pimientos y el 20% a calabacines.
- Para los tomates, la finca utiliza control biológico en el 40% de la finca, pesticidas químicos en el 30% y métodos orgánicos en el 30%.
- Para los pimientos, la finca utiliza control biológico en el 30%, pesticidas químicos en el 40% y métodos orgánicos en el 30%.
- Para los calabacines, se utiliza control biológico en el 20%, pesticidas químicos en el 50% y métodos orgánicos en el 30%.

La efectividad de cada método de control para evitar la plaga, en porcentaje, es la siguiente:

- Para los tomates:
 - El control biológico tiene un 85% de efectividad.
 - Los pesticidas químicos tienen un 95% de efectividad.
 - Los métodos orgánicos tienen un 80% de efectividad.
- Para los pimientos:
 - El control biológico tiene un 80% de efectividad.
 - Los pesticidas químicos tienen un 90% de efectividad.
 - Los métodos orgánicos tienen un 75% de efectividad.
- Para los calabacines:
 - El control biológico tiene un 70% de efectividad.
 - Los pesticidas químicos tienen un 85% de efectividad.
 - Los métodos orgánicos tienen un 65% de efectividad.

Responda a todos los apartados

1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que una planta seleccionada al azar en toda la finca esté libre de plagas (sin importar qué tipo de planta ni el método utilizado)?

1.2 Si se sabe que una planta seleccionada está libre de plagas, ¿cuál es la probabilidad de que esa planta sea un pimiento?

1.3 Un consumidor compra 11 tomates que han sido controlados mediante métodos orgánicos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de ellos hayan evitado los efectos de la plaga?

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol (muy ramificado), Probabilidad Total (1.1), Bayes (1.2), Binomial (1.3).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto:** Complejo, con múltiples variables (tipo de planta, método de control, efectividad).
 - **Estructura de datos muy compleja:** La organización de la información es crucial. Se necesita un árbol con muchas ramas (3 tipos de planta * 3 métodos de control por planta = 9 caminos principales) para calcular $P(\text{Libre de Plaga})$ en 1.1, considerando $P(\text{Planta}) * P(\text{Método}|\text{Planta}) * P(\text{Libre}|\text{Método, Planta})$.
 - **Combinar estrategias:** Se usa el resultado de Probabilidad Total para Bayes y luego se pasa a una Binomial donde p es una de las efectividades dadas.
 - **Gestión de la información / Atención al detalle:** Hay muchos porcentajes (18 en total para las efectividades y distribuciones de métodos/plantas) y es fácil confundirse o cometer errores en la multiplicación de probabilidades a lo largo de

las ramas del árbol.

25. Cuenta Bancaria IES

Abrir una cuenta bancaria a nombre de un menor de edad es habitual en España. Una idea que según asegura el Banco de España en su portal del cliente bancario tiene efectos positivos, pues "disponer de una cuenta desde edades tempranas puede ser una forma de contribuir a la educación financiera de los jóvenes, de acercarlos a la gestión responsable de sus finanzas personales y comenzar a fomentar la costumbre de ahorrar y organizar sus pequeños gastos". Hay que tener en cuenta es que se necesita la presencia de los representantes legales del menor para la apertura. Tan sólo existe la posibilidad de que un menor pueda abrir la cuenta por sí mismo si se cumplen dos requisitos imprescindibles: ser mayor de 16 años y estar emancipado, pero se trata de una situación poco habitual. Respecto a los fondos depositados en la cuenta, pese a que el propietario del dinero es el menor, los representantes legales pueden realizar operaciones como ingresos, reintegros o transferencias. En un IES realizan un estudio sobre como gastan su dinero los alumnos y llegan a las siguientes conclusiones: * El 70% del alumnado tiene una cuenta bancaria donde ingresa el dinero que recibe por cumpleaños, paga semanal,...El resto del alumnado no tiene una cuenta bancaria y guarda ese dinero en casa * El 5% del alumnado que tiene cuenta bancaria realiza todos los días algún gasto en la cafetería del centro y el 30% del alumnado que tiene su dinero en casa realiza algún gasto todos los días en la cafetería del centro. * Entre los que tienen cuenta, el saldo en la cuenta bancaria se distribuye según la distribución normal de media 100 y varianza 225

Calcula: a) El porcentaje de alumnos que realiza algún gasto todos los días en la cafetería b) ¿Qué porcentaje de los alumnos que realiza gasto todos los días tienen cuenta bancaria? c) Se elige un alumno entre los que tienen cuenta bancaria, calcula la probabilidad de que tenga entre 95 y 110 euros d) Tomamos 80 alumnos de los que no tienen cuenta bancaria, calcula la probabilidad de que haya más de 20 que realicen algún gasto todos los días en la cafetería

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Diagrama de árbol/Probabilidad Total (a), Bayes (b), Normal (c), Binomial con aproximación Normal (d).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto largo/elaborado.**
 - **Datos innecesarios:** Los dos primeros párrafos sobre cuentas bancarias para menores.
 - **Combinar múltiples estrategias:** Se entrelazan Probabilidad Total, Bayes, Normal y Binomial (con p deducida del árbol y luego aplicación de aproximación Normal dado $n=80$).
 - **Presentación indirecta de datos:** Las probabilidades para el árbol deben extraerse cuidadosamente de las descripciones. Para el apartado (d), $P(\text{Gasto I}$

No Cuenta) se deduce de la información $P(\text{Gasto y No Cuenta}) / P(\text{No Cuenta})$, donde $P(\text{Gasto y No Cuenta}) = P(\text{Gasto}|\text{No Cuenta})P(\text{No Cuenta})$ y $P(\text{Gasto}|\text{No Cuenta}) = 0.30$, $P(\text{No Cuenta})=0.30$.

26. Lista Espera SERGAS

Según los últimos datos publicados por el SERGAS, sabemos que: * El tiempo medio de espera en Galicia para ser operado por el servicio de Traumatología es de 242 días. Dicho tiempo medio se distribuye normalmente con una desviación típica de 10 días * La cobertura de la vacuna de la gripe entre mayores de 65 años fue de un 73.2 %.

a) Una persona tiene que ser operada de la rodilla y para ello ha sido incluida en la lista de espera. a.1) ¿Qué probabilidad hay de que esa persona sea intervenida antes de 200 días? a.2) Por otra parte, se está estudiando la posibilidad de que un paciente sea intervenido en la sanidad privada siempre que no haya podido ser atendido antes de los 260 días. De ser así, ¿qué probabilidad hay de que sea atendida en la sanidad privada? a.3) Si el 70% de los pacientes en lista de espera fueron atendidos antes que esta persona, ¿cuántos días estuvo en lista de espera la persona en cuestión? a.4) Si hay 150 pacientes, ¿cuál es la probabilidad de que entre 95 y 105 (ambos incluidos) pacientes tarden más de 250 días en ser operados?

b) Ante una situación de brote epidémico de gripe, las autoridades deciden restringir aquellas reuniones de mayores de 65 años en las que la probabilidad de que haya más de una persona no vacunada sea mayor de 0.5 b.1) ¿Se deberían restringir las reuniones de 5 personas mayores de 65 años? ¿Y las reuniones de 7 personas mayores de 65 años? b.2) Se toma una muestra aleatoria de 500 personas mayores de 65 años. Calcula la probabilidad de que al menos 350 de ellos estén vacunados contra la gripe.

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Normal (directa e inversa/percentil), Binomial, Aproximación Normal a la Binomial.
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto variado:** Dos escenarios principales (lista de espera y vacunación).
 - **Combinar múltiples estrategias:** Se aplican Normal y Binomial (con aproximación) en diferentes apartados.
 - **Interpretación de preguntas:**
 - a.3) es un percentil de la Normal.
 - a.4) implica calcular $P(X > 250)$ con la Normal y luego usarla como p en una Binomial (con $n=150$), que probablemente necesitará aproximación Normal.
 - b.1) es conceptual y requiere calcular $P(\text{Más de 1 no vacunado})$ para $n=5$ y $n=7$ usando Binomial con $p = 1 - 0.732$ (probabilidad de no estar vacunado) y comparar con 0.5.

- **Filtrado y gestión de información:** Hay varios datos y se deben aplicar correctamente a los apartados correspondientes.

27. Vacuna Tuberculosis (aplicación)

Los resultados publicados en diciembre de 2019 sobre la aplicación de la vacuna M72 en Sudáfrica, Kenia y Zambia revelaron que la probabilidad de quedar protegido contra la tuberculosis pulmonar activa es de 0,54. Se aplica la vacuna a un grupo de 3289 adultos.

a) Identifica la distribución correspondiente al número de adultos que quedan protegidos, y determina sus parámetros. b) Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en 1800 adultos. c) Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en menos de 1700 adultos. d) ¿La probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva entre 1750 y 1850 en adultos puede ser 0,0037? Razona tu respuesta(sin realizar cálculos)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Binomial, Aproximación Normal a la Binomial.
- **Dificultades competenciales:**
 - **Contexto:** Claro.
 - **Aplicación de aproximación:** n es muy grande (3289), por lo que b) y c) requieren una buena aplicación de la aproximación Normal a la Binomial (incluyendo corrección por continuidad si es parte del currículo).
 - **Razonamiento conceptual:** El apartado d) pide razonar sobre una probabilidad puntual ($P(X=k)$ en la Binomial, que se aproxima como $P(k-0.5 < X_N < k+0.5)$ en la Normal) o un intervalo muy pequeño. La pregunta es si un valor específico (0.0037) es plausible para un intervalo de 100 personas en una distribución continua. La idea es que el alumno reflexione sobre las propiedades de la aproximación y la magnitud de las probabilidades en colas o centros de la distribución.

28. Cinco Sillas

Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

a) La probabilidad de que tras los tres primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3). b) La probabilidad de que tras los tres primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5). c) La probabilidad de que tras los cuatro

primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

(0; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$)

- **Tipos de problemas básicos incluidos:** Probabilidad elemental, Conteo de casos / Caminos aleatorios simples, Estados absorbentes (implícito).
- **Dificultades competenciales:**
 - **Modelización de un proceso secuencial:** El alumno debe visualizar y enumerar las secuencias de movimientos posibles y sus probabilidades.
 - **Manejo de condiciones (estados absorbentes):** La condición de permanecer en los extremos una vez alcanzados es crucial y afecta el conteo de caminos en lanzamientos posteriores, requiriendo atención para no contar caminos inválidos o no considerar la absorción.
 - **Atípico / No estándar:** No se ajusta a un modelo de distribución de probabilidad estándar de Bachillerato. Requiere razonamiento desde principios básicos y una organización sistemática del conteo.
 - **Cuidado con el conteo y la acumulación de probabilidades:** Es fácil cometer errores al enumerar todos los caminos válidos y sumar sus probabilidades. ``