

Ejercicio 1. Puntuación: 3 puntos (0,5 a, b, c, 0,75 d e)

a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x}$

b) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Bolzano. Aplícalo para justificar que a la función $f(x) = x^3 - 2x$ corta al eje en algún punto del intervalo $[1,2]$

c) Calcula $\int 2xe^x dx$

d) Calcula la recta tangente a $y = \sqrt{x+4}$ donde dicha recta sea paralela a recta $y = \frac{1}{2}x$.

e) Calcula el área de la región que delimitan $y = x + 2$ e $y = x^2 - 4$ y esboza la gráfica.

Ejercicio 2. Puntuación: 1,25 puntos (0,5+0,75).

a) Dada una matriz por sus columnas C_1, C_2, C_3 , con $\det(C_1, C_2, C_3) = -2$, calcula el determinante de la matriz que tiene por columnas $3C_2, C_1 - C_2, 3C_1 - C_3$.

b) Determina la matriz X que verifica $XA + B = A \cdot B^t$ siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. Puntuación: 1,25 puntos.

Dado el sistema:

$$\left. \begin{array}{rrcr} mx & + & (m+2)y & + & z & = & 3 \\ 2mx & & + & 3my & + & 2z & = & 5 \\ & & & (m-4)y & + & mz & = & m \end{array} \right\}$$

a) Discutir el sistema según los valores de m.

b) Resolverlo para $m=1$

Ejercicio 4. Puntuación: 2,5 puntos 0,5+0,5+0,75+0,75 puntos.

a) Calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{u}(1,1,0), \vec{v}(0,1,1)$.

b) Calcula la distancia del punto $P(1, 3, 1)$ al plano $\pi : 4x + 2y - 4z - 2 = 0$

c) Determina el punto simétrico de $P(2, -1, 0)$ respecto del plano $\pi : x + z + 2 = 0$

d) Calcula b y c para que la recta $r : \frac{x-2}{3} = \frac{y-c}{2} = \frac{z-3}{4}$ esté contenida en el plano $\pi : 4x + 2y - bz - 2 = 0$.

Ejercicio 5. Puntuación: 1 punto.

Sabiendo que $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{1}{2}$. Calcula $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ si A y B a) son incompatibles y b) son independientes.

Ejercicio 6. Puntuación: 1 punto.

Una máquina que distribuye agua en botellas echa una cantidad de agua que sigue una distribución normal con media igual a 500 mililitros y desviación típica igual a 4 mililitros.

a) Si elegimos al azar una de las botellas, ¿cuál es la probabilidad de que lleve entre 499 y 502 mililitros?

b) ¿Cuántos mililitros llevaría una botella para superar al 97,5% de las botellas?