

**1. GEOMETRÍA: VECTORES. ¿Qué me pueden pedir?**

- "Dados los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  (y/o puntos A,B,C,D)..."

  - **Operaciones Básicas:**  $|\vec{u}|$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , ángulo entre  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ,  $|\vec{u} + \vec{v}|$  (a veces módulos/ángulo de suma/resta).
  - **Proyección** de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v}$ .
  - **Producto Vectorial:**  $\vec{u} \times \vec{v}$ , vector perpendicular a  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , vectores unitarios perpendiculares.
  - **Área** de triángulo/paralelogramo (definido por puntos o vectores).
  - **Producto Mixto:**  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ .
  - **Volumen** de paralelepípedo/tetraedro (definido por puntos o vectores).
  - **Combinación Lineal:** Escribir  $\vec{w}$  como comb. lineal de  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ .
  - **Alineación/Coplanariedad:**
    - "Calcula  $k$  para que A,B,C estén alineados." (Vectores proporcionales).
    - "Calcula  $k$  para que A,B,C,D sean coplanarios." ( $[AB, AC, AD] = 0$  o rango).
  - **Parámetros:** Hallar  $k$  para que  $\vec{u} \perp \vec{v}$ ; para que volumen=V; para que área=A.

**2. GEOMETRÍA: ECUACIONES DE RECTAS Y PLANOS. ¿Qué me pueden pedir? (Presentadas en cualquier forma: vectorial, paramétrica, continua, implícita, general)**

- "Halla la ecuación de la recta  $r$  que..."

  - ...pasa por P y Q.
  - ...pasa por P y tiene vector director  $\vec{d}$ .
  - ...pasa por P y es paralela a la recta s.
  - ...pasa por P y es perpendicular al plano  $\pi$ .
  - ...es intersección de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
  - ...corta perpendicularmente a otras dos rectas  $s_1$  y  $s_2$  (recta perpendicular común).

- "Halla la ecuación del plano  $\pi$  que..."

  - ...pasa por P, Q, R (no alineados).
  - ...pasa por P y tiene vectores directores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ .
  - ...pasa por P y tiene vector normal  $\vec{n}$ .
  - ...contiene a la recta  $r$  y al punto P (exterior a  $r$ ).
  - ...contiene a dos rectas  $r$  y  $s$  (secantes o paralelas).
  - ...pasa por P y es paralelo al plano  $\pi'$ .
  - ...pasa por P y es perpendicular a la recta  $r$ .
  - ...contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi'$ .
  - ...contiene a la recta  $r$  y es paralelo a la recta  $s$ .

**3. GEOMETRÍA: POSICIONES RELATIVAS. ¿Qué me pueden pedir? (Estudiar y, si procede, hallar intersección, ángulo, distancia)**

- "Estudia la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ ." (Secantes, paralelas, coincidentes, se cruzan).

  - *Si secantes:* Punto de corte, ángulo.
  - *Si paralelas:* Distancia.
  - *Si se cruzan:* Distancia, ángulo.

- "Estudia la posición relativa de la recta  $r$  y el plano  $\pi$ ." (Secantes, paralela, contenida).

  - *Si secantes:* Punto de corte, ángulo.
  - *Si paralela:* Distancia.

- "Estudia la posición relativa de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ ." (Secantes, paralelos, coincidentes).

  - *Si secantes:* Recta de intersección, ángulo.
  - *Si paralelos:* Distancia.

- "Halla  $k$  para que  $r$  y  $\pi$  sean perpendiculares /  $r$  esté contenida en  $\pi$  /  $r$  y  $s$  se corten / etc."

**4. GEOMETRÍA: DISTANCIAS Y ÁNGULOS. ¿Qué me pueden pedir?**

- **Distancias:** Punto-Punto, Punto-Recta, Punto-Plano, Recta-Recta (paralelas o cruzan), Recta-Plano (paralelos), Plano-Plano (paralelos).
- **Ángulos:** Vector-Vector, Recta-Recta, Plano-Plano, Recta-Plano.

## 5. GEOMETRÍA: PUNTOS NOTABLES Y OTROS. ¿Qué me pueden pedir?

- "Calcula el punto simétrico de P respecto a Q / respecto a la recta  $r$  / respecto al plano  $\pi$ ."
- "Calcula la proyección ortogonal de P sobre la recta  $r$  / sobre el plano  $\pi$ ."
- "Halla el/los punto/s R de la recta  $r$  que equidista/n de P y Q (o de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ )."  
Vale, continúo con la **Guía Rápida de Casuísticas de Ejercicios** para el tercer trimestre, completando el apartado de Geometría y luego pasando a Probabilidad y Estadística, asegurándome de incluir las variantes vistas en los boletines.
- "Halla el/los punto/s R de la recta  $r$  que distan  $k$  unidades del punto P / del plano  $\pi$ ."
  - Punto genérico de  $r$ , igualar fórmula de distancia a  $k$ , resolver (puede dar 0, 1 o 2 soluciones).
- "Calcula los vértices de un rectángulo/paralelogramo..."
  - ...dados algunos vértices y condiciones sobre los lados (ej. dos lados sobre rectas dadas).
  - ...sabiendo que A,B,C,D forman un paralelogramo (comprobar igualdad de vectores AB y DC, etc.).
- "Halla la recta perpendicular común a dos rectas  $r$  y  $s$  que se cruzan."
  - Vector director de la perpendicular común es  $d_r \times d_s$ .
  - Construir planos que contengan a  $r$  (y  $d_{\perp}$ ) y a  $s$  (y  $d_{\perp}$ ). Intersección es la recta.
  - O bien, puntos genéricos R en  $r$  y S en  $s$ , vector RS perpendicular a  $d_r$  y a  $d_s$ .
- "Halla el plano mediador del segmento AB." (Perpendicular al vector AB por el punto medio de AB).
- "Área del triángulo formado por los puntos de corte de un plano  $\pi$  con los ejes coordenados."

## 6. PROBABILIDAD: SUCESOS Y CÁLCULO DE PROBABILIDADES. ¿Qué me pueden pedir?

- "Dados  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$  (o  $P(A \cap B)$  o  $P(A|B)$ ), calcula..."
  - ...la probabilidad de la intersección/unión que falte.
  - ... $P(A \cap B)$ ,  $P(B \cap A)$ , ... $P(A \cap B \cap C)$  (solo A),  $P(A \cap B \cap C)$  (solo B),  $P(A \cap B \cap C)$  (ni A ni B, usando Morgan). ... $P(A \cap B \cap C)$ .
- "¿Son los sucesos A y B independientes?" Comprobar si  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  o  $P(A|B) = P(A)$ .
- "¿Son los sucesos A y B incompatibles?" Comprobar si  $P(A \cap B) = 0$ .
- **Problemas contextualizados (biblioteca, delitos, ciudad, etc.) con porcentajes / probabilidades:**
  - "Se elige un elemento al azar, calcula la probabilidad de que..." (Aplicar propiedades, uniones, intersecciones, condicionadas).
  - Suelen ser **tabla de contingencia** o un **diagrama de árbol** para organizar la información.
- **TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL: DIAGRAMA ÁRBOL**
  - "Se elige elemento al azar. Calcula probabilidad de que presente una característica B, sabiendo que la población está dividida en sucesos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  incompatibles y cuya unión es total."
    - $P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + \dots$
    - **Ejemplos:** Fábrica con máquinas y % defectuosas; urna con bolas de diferentes tipos; enfermedad y pruebas diagnósticas.
- **TEOREMA DE BAYES:**
  - "Sabiendo que el elemento elegido al azar presenta la característica B, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al grupo  $A_i$ ?"
    - $P(A_i|B) = [P(B|A_i)P(A_i)] / P(B)$  (donde  $P(B)$  se calcula con Prob. Total).

## 7. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD: ¿Qué me pueden pedir?

- **DISTRIBUCIÓN BINOMIAL  $B(n, p)$ :**
  - "Identifica la distribución y sus parámetros  $n$  y  $p$  en un problema de  $n$  repeticiones independientes de un experimento de Bernoulli (éxito/fracaso)."
  - "Calcula la probabilidad de obtener exactamente  $k$  éxitos:  $P(X=k)$ ."  
(Usar fórmula binomial).
  - "Calcula  $P(X \leq k)$ " (Sumar  $P(X=0) + \dots + P(X=k)$ ).
  - "Calcula  $P(X \geq k)$ " (1 -  $P(X < k)$  o sumar  $P(X=k) + \dots + P(X=n)$ ).
  - "Calcula  $P(a \leq X \leq b)$ ."  
**Ejemplos:** N° de aciertos en un test, n° de piezas defectuosas en una muestra, n° de veces que ocurre un suceso al repetir un experimento.
- **DISTRIBUCIÓN NORMAL  $N(\mu, \sigma)$ :**
  - "Una variable X sigue una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ ..."
  - "Calcula  $P(X \leq k)$ ",  $P(X \geq k)$ ",  $P(a \leq X \leq b)$ ."  
(Tipificar  $Z = (X - \mu) / \sigma$  y usar tabla  $N(0, 1)$ ).
  - "Halla el valor  $k$  tal que  $P(X \leq k) = \text{Probabilidad_dada}$ ."  
(Buscar probabilidad en tabla, obtener  $Z$ , destipificar  $k = \mu + Z\sigma$ ).
  - "Halla el intervalo centrado en la media ( $\mu - k, \mu + k$ ) que contiene el  $P\%$  de la población."
  - "Halla la altura/peso/valor a partir del cual se encuentra el  $P\%$  de los más altos/bajos."  
**Ejemplos:** Alturas, pesos, errores de medida, tiempo de duración.
- **APROXIMACIÓN DE LA BINOMIAL POR LA NORMAL:**
  - "En un experimento binomial con  $n$  grande (ej.  $n \geq 30$ ) y  $np \geq 5$ ,  $nq \geq 5$ , calcula  $P(X \leq k)$  o  $P(X \geq k)$  o  $P(a \leq X \leq b)$ ."
    - Calcular  $\mu = np$  y  $\sigma = \sqrt{npq}$ .
    - Calidad de la aproximación  $np > 5$  y  $nq > 5$ .
    - Aplicar **corrección por continuidad (Yates)**:
    - Tipificar y usar tabla  $N(0, 1)$ .