

Guía Rápida de Casuísticas de Ejercicios – Integral definida y Álgebra Lineal (2º Trimestre)

1. CÁLCULO DE ÁREAS: ¿Qué me pueden pedir?

- "Calcula área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$ y el eje OX entre $x=a$ y $x=b$."
 - Hallar raíces de $f(x)$ en $[a, b]$. Integrar por tramos si $f(x)$ cambia de signo.
- "Calcula área de región delimitada por de $f(x)$ e $y=g(x)$ (y/o rectas $x=a$, $x=b$)."
 - Hallar puntos de corte $f(x)=g(x)$. Integrar $\int |f-g| dx$ entre los cortes.
- "Dibuja la región y calcula su área..." (Acompañado de las funciones delimitantes, que pueden incluir tangentes/normales).
 - Siempre: Esbozar la gráfica, identificar límites de integración, plantear la integral.

2. TEOREMA FUNDAMENTAL CÁLCULO (TFCI) APLICACIONES: ¿Qué me pueden pedir?

- "Enuncia el Teorema..." (TFCI, Barrow, TVMCI).
- Dada $F(x) = \int [g(x), h(x)] f(t) dt$:
 - "Calcula $F'(x)$ o $F''(x)$ " (TFCI + Regla Cadena),
 - "Halla los posibles extremos/puntos de inflexión de $F(x)$."
 - "Halla la ecuación de la tangente a $F(x)$ en $x=k$." (Necesitas $F(k)$ y $F'(k)$).
- "Sabiendo $F(x) = \int [0, x] f(t) dt = \text{Datos}(x)$, calcula $f(k)$." (Derivar dato).
- "Halla el polinomio $P(x)$ de grado n si $P(a)=v_1$, $P(b)=v_2$ y $\int [c, d] P(x) dx = v_3$." (Sistema de ecuaciones).
- "Calcula el parámetro p para que el área $\int [a, p] f(x) dx = K$." (Resolver integral, igualar a K , despejar p).
- "Dada $f''(x)$ (o $f'(x)$) y más condiciones halla $f(x)$." (Integrar una o dos veces).

3. MATRICES: ¿Qué me pueden pedir?

- "Dada la matriz A (con parámetros): Calcula su rango según los valores del parámetro." (Usar determinantes o Gauss).
- "Para qué valores del parámetro A tiene inversa?" (Cuando $\det(A) \neq 0$).
- "Calcula A^{-1} según parámetro (o para una matriz dada), usa $A^{-1} \cdot A = I$ " (Por adjuntos).
- ECUACIONES MATRICIALES:
 - "Resuelve $AX=B$ " (Si A invertible, $X=A^{-1}B$). Análogamente $XA=B$ o $AXB=C$.
 - "Resuelve $AX + BX = C$ " o $AX - X = B$ " o $XA - XB = C$ " (Sacar X factor común por el lado correcto, luego multiplicar por la inversa del paréntesis si existe).
 - "Comprueba si A es simétrica/antisimétrica/etc."
 - POTENCIAS: "Halla A^n " (Buscar patrones para A^2 , A^3 , ...).
 - "Dadas $A+B=M_1$ y $A-B=M_2$, calcula A , B , o A^2-B^2 ." (Resolver sistema matricial).
 - "Dada A (matriz 3×3 definida por $a_{ij}=\text{regla}$), calcula A , su inversa, etc."

4. DETERMINANTES: ¿Qué me pueden pedir?

- "Sabiendo $\det(A)=k$, calcula $\det(2A^3 \cdot A^{-1})$, $\det(A^t)$." (Aplicar propiedades).
- "Sabiendo $\det(C_1, C_2, C_3)=k$ (o $\det(F_1, F_2, F_3)=k$), calcula $\det(mC_1+nC_2, pC_3, qC_2)$." (Aplicar propiedades de linealidad, permutación, etc.).
- "Dada una matriz con letras (ej. $|a \ b \ c; d \ e \ f; g \ h \ i|=k$), calcula un determinante con elementos transformados."

5. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: ¿Qué me pueden pedir?

- "Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro m :"
 - Calcular $\det(A)$. Igualar a 0 para hallar valores críticos de m .
 - Caso $\det(A) \neq 0$: $\text{rg}(A)=\text{rg}(A^*)=3$ (n° incóg.) \rightarrow SCD.
 - Caso $\det(A)=0$ (para cada valor crítico de m): Sustituir m . Calcular $\text{rg}(A)$ y $\text{rg}(A^*)$ (usando menores o Gauss). Comparar para ver si es SCI o SI. Orlar.
 - Puede requerir factorizar el polinomio $\det(A)=0$.
- "Resuelve el sistema para $m=k$ (o para los casos de SCI, homogéneo, etc.)."
 - Si SCD: Cramer o Gauss.
 - Si SCI: Gauss, expresar soluciones en función de parámetro/s libre/s.