

Checklist de Repaso Rápido: Análisis con Integrales y Álgebra Lineal (2º Trimestre)

BLOQUE 1: CÁLCULO INTEGRAL Y APLICACIONES

- **[] Teoremas Fundamentales del Cálculo:**
 - Enunciado del Teorema Fundamental del Cálculo Integral (TFCI).
 - Enunciado de la **Regla de Barrow**.
 - Enunciado del Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral (TVMCI).
- **[] Aplicación del TFCI (Función Integral $F(x) = \int[a, g(x)] f(t) dt$):**
 - Calcular $F'(x)$ (usando TFCI y Regla de la Cadena).
 - Calcular $F''(x)$.
 - Hallar posibles extremos relativos de $F(x)$ (resolviendo $F'(x)=0$).
 - Hallar posibles puntos de inflexión de $F(x)$ (estudiando $F''(x)$).
 - Calcular la ecuación de la recta tangente o normal a $F(x)$ en un punto.
 - Dado $F(x)=\int[0, x] f(t) dt$ = Expresión Conocida, calcular $f(k)$.
- **[] Aplicaciones de la Integral Definida:**
 - Hallar un polinomio $P(x)$ dadas condiciones sobre sus valores y el valor de $\int P(x) dx$.
 - Calcular un parámetro p para que un área $\int f(x) dx$ (o un área entre curvas) sea un valor K dado.
 - Sabiendo $f''(x)$ (o $f'(x)$) y más datos (puntos por los que pasa f' o f), calcular $f(x)$ (implica integrar una o dos veces y hallar constantes).
- **[] Cálculo de Áreas de Recintos Planos:**
 - Área entre una curva y el eje OX (identificar intervalos donde $f(x)>0$ y $f(x)<0$).
 - Área entre dos curvas $f(x)$ y $g(x)$ ($\int |f(x)-g(x)| dx$ o $\int (\text{superior}-\text{inferior}) dx$).
 - Área limitada por una curva y su recta tangente/normal en un punto.
 - **[] Imprescindible:**
 - Calcular puntos de corte entre curvas y/o con los ejes.
 - Realizar un esbozo de la región.
 - Plantear correctamente la integral o suma/resta de integrales.
 - Funciones a trozos: integrar cada trozo en su intervalo.
 - Breve estudio de las curvas si se pide para el dibujo (cortes, vértice, concavidad).

BLOQUE 2: MATRICES

- **[] Operaciones con Matrices:**
 - Suma, resta, producto por escalar, producto de matrices.
 - Matriz traspuesta (A^t).
- **[] Tipos de Matrices y Propiedades:**
 - Matriz identidad (I).
 - Matriz nula.
 - Matriz simétrica ($A=A^t$), antisimétrica ($A=-A^t$).
 - Matriz diagonal, triangular.
 - Matriz definida por una regla para sus elementos a_{ij} .
- **[] Matriz Inversa (A^{-1}):**
 - Condición de existencia ($\det(A) \neq 0$).
 - Cálculo por adjuntos: $A^{-1} = (1/\det(A)) \cdot (\text{adj}(A))^t$.
 - Uso de definición $A^{-1} \cdot A = I$
- **[] Rango de una Matriz:**
 - Cálculo por determinantes (orden del mayor menor no nulo).
 - Cálculo por el método de Gauss.
 - **[] Estudio del rango de una matriz con parámetros.**

- [] **Ecuaciones Matriciales:**
 - [] Despejar X en ecuaciones tipo: $AX=B$, $XA=B$, $AXB=C$.
 - [] Ecuaciones donde X aparece varias veces, requiriendo sacar factor común:
 - Ej: $AX + BX = C \Rightarrow (A+B)X = C \Rightarrow X = (A+B)^{-1}C$.
 - Ej: $AX - X = B \Rightarrow (A-I)X = B \Rightarrow X = (A-I)^{-1}B$
 - Ej: $XA - XB = C \Rightarrow X(A-B) = C \Rightarrow X = C(A-B)^{-1}$
 - ...
 - Resolver calculando la inversa necesaria.
- [] **Potencias de Matrices (A^n):**
 - [] Cálculo directo para potencias bajas (A^2, A^3).
 - [] Buscar patrones para potencias altas (matrices cíclicas $A^k=I$, $A^k=A$; $A^k=0$; matrices diagonales).

BLOQUE 3: DETERMINANTES

- [] **Cálculo de Determinantes:**
 - [] Orden 2.
 - [] Orden 3 (Regla de Sarrus).
- [] **Propiedades de los Determinantes:**
 - [] $\det(A^t) = \det(A)$.
 - [] $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.
 - [] $\det(kA) = k^n \det(A)$ (siendo n el orden de A).
 - [] $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$.
 - [] Si una fila/columna es de ceros, $\det=0$.
 - [] Si dos filas/columnas son iguales o proporcionales, $\det=0$.
 - [] Si una fila/columna es combinación lineal de otras, $\det=0$.
 - [] Efecto de las operaciones elementales en el determinante.
- [] **Aplicación de Propiedades:**
 - [] Sabiendo $\det(A)$, calcular \det de matrices relacionadas ($kA, A^{-1}, A^t, A^n, \text{adj}(A)$).
 - [] Sabiendo $\det(C_1, C_2, C_3)$ (o $\det(F_1, F_2, F_3)$ o una matriz con letras), calcular el \det de una matriz con columnas/filas transformadas (combinaciones lineales, permutaciones, multiplicadas por escalar).

BLOQUE 4: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES (para 2º Examen/Recuperación)

- [] **Expresión Matricial de un Sistema ($AX=B$):**
- [] **Discusión de Sistemas con Parámetros (Teorema de Rouché-Fröbenius):**
 - [] Calcular $\text{rg}(A)$ y $\text{rg}(A^*)$ en función del/los parámetro/s.
 - Igualar $\det(A)=0$ para hallar valores críticos del parámetro.
 - Analizar rangos para estos valores críticos y para los demás y **orlar**
 - Puede requerir **factorización de polinomios** (de grado 2, 3 o más si es sencillo) para los valores críticos.
 - [] Clasificar el sistema:
 - Compatible Determinado (SCD): $\text{rg}(A) = \text{rg}(A^*) = \text{nº incógnitas}$.
 - Compatible Indeterminado (SCI): $\text{rg}(A) = \text{rg}(A^*) < \text{nº incógnitas}$.
 - Incompatible (SI): $\text{rg}(A) \neq \text{rg}(A^*)$.
- [] **Resolución de Sistemas Compatibles:**
 - [] Método de Gauss.
 - [] Regla de Cramer (si es SCD y $\det(A) \neq 0$).
 - [] Expresar la solución en función de parámetros si es SCI.
- [] **Sistemas Homogéneos ($AX=0$):**
 - [] Siempre son compatibles.
 - [] Solución trivial ($x=y=z=0$) si $\det(A) \neq 0$ (SCD).
 - [] Infinitas soluciones si $\det(A) = 0$ (SCI).