

Ejercicio 1. CIRCUNFERENCIAS: ECUACIONES, CENTRO y RADIO

1.1. Calcula el centro y el radio de la circunferencia $4x^2 + 4y^2 - 4x + 16y + 15 = 0$.

Sol: $(1/2, -2)$ $r=\sqrt{2}/2$

1.2. Escribe la ecuación de las circunferencias que verifican las siguientes condiciones:

a) De centro el punto $C(-3,1)$ y radio $r = 4$. Sol: $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 6 = 0$

b) Uno de sus diámetros es el segmento de extremos $A(-2,0)$ y $B(4, - 2)$

Sol: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$

1.3. Identifica cuáles de las curvas representadas por las siguientes ecuaciones son circunferencias y calcula, si es posible, su centro y su radio:

a) $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 14 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 6x = 0$ c) $x^2 + y^2 = 9$

Sol: a) $C(1,-2)$ $r = 1/\sqrt{3}$ b) $C(3,0)$ $r = 3$ c) $C(0,0)$ $r = 3$

1.4. Estudia en cada caso si el punto P es interior, exterior o pertenece

a la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x = 0$. a) $P(2,4)$ b) $P(2,2)$ c) $P(2,5)$

Sol: centro $(5,0)$ radio 5 a) pertenece b) interior 3,6 c) exterior 5,8

Ejercicio 2. RECTAS TANGENTES A UNA CIRCUNFERENCIA

NOTA: La distancia del centro a la tangente en un punto, es el radio.

La tangente a una circunferencia en un punto es perpendicular al radio sobre ese punto.

2.1. Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene por centro el punto $C(1,4)$ y es tangente a la recta $r : 3x + 4y - 4 = 0$. Sol: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$ $r = 3$

2.2. Calcula las tangentes a las siguientes circunferencias en el punto dado:

a) $x^2 + y^2 = 26$ en $P(-1,5)$. Sol: $x - 5y + 26 = 0$

b) $3x^2 + 3y^2 - 4x + 17y + 23 = 0$ en $P(1, - 2)$ Sol: $2x + 5y + 8 = 0$

2.3. Dada la circunferencia $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$, calcula las ecuaciones de sus tangentes paralelas a la recta $r : 3x + 4y - 16 = 0$

Sol: r=5 C(-3,1) v(3,4) $3x + 4y - 20 = 0$; $3x + 4y + 30 = 0$

Ejercicio 3. POSICIÓN RELATIVA Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA

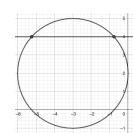
3.1. Una circunferencia de centro $O(-3,2)$ es tangente al eje de ordenadas.

a) Calcula la ecuación de la circunferencia en forma desarrollada

b) Obtén los puntos de corte de la circunferencia con la recta $y=4$.

c) Represéntalas gráficamente

Sol: $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$; $x = -3 \pm \sqrt{5}$



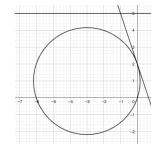
3.2. Dadas la circunferencia C y la recta r: $\begin{cases} C : x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0 \\ r : 3x + y - 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación de la circunferencia en forma reducida, indica su centro y su radio.

b) Estudia la posición relativa entre recta y circunferencia, calculando los puntos de corte entre ambas si los hay.

c) Estudia la posición relativa entre la circunferencia y la recta $y=5$.

d) Representa gráficamente la circunferencia y ambas rectas.

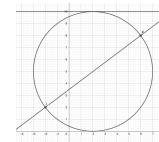


Sol: $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$, tangente corte $(0,2)$, exterior

3.3. Dadas la circunferencia C y la recta r: $\begin{cases} C : x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0 \\ r : 3x - 4y + 14 = 0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación de la circunferencia en forma reducida, indica su centro y su radio.

b) Estudia la posición relativa entre recta y circunferencia, calculando los puntos de corte entre ambas si los hay.



c) Estudia la posición relativa entre la circunferencia y la recta $y=10$.

d) Representa gráficamente la circunferencia y ambas rectas.

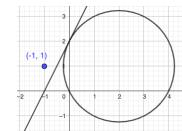
Sol: $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$, diámetro corte $(-2,2)$ y $(6,8)$, tangente

3.4. Una circunferencia de centro $O(2,1)$ es tangente a la recta de ecuación

$$r : 2x - y + 2 = 0$$

a) Calcula el radio de la circunferencia C.

Sol: $r = \sqrt{5}$



b) Obtén la ecuación de la circunferencia en forma desarrollada.

Sol: $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

c) Obtén las coordenadas del punto de tangencia.

Sol: $(0,2)$

d) Determina la posición relativa del punto $(-1,1)$ respecto a la circunferencia.

Sol: exterior

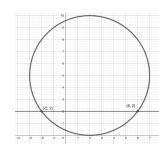
3.5. a) Obtén en forma desarrollada la ecuación de la circunferencia C que tiene como centro el punto $(2, 5)$ y es tangente al eje de abscisas.

Sol: $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$

b) Calcula los puntos de corte de C con la recta r: $y=2$.

Sol: $(-2,2)$ $(6,2)$

c) Representa gráficamente la situación.



Ejercicio 4. CÓNICAS

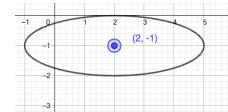
$$a : x^2 + 9y^2 - 4x + 18y + 4 = 0$$

$$b : y^2 - 8x - 2y - 15 = 0$$

4.1. Dadas las cónicas:

$$c : x^2 - 4y^2 + 2x + 24y - 39 = 0$$

$$d : x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$$



a) Determina el tipo de cónica en cada caso.

b) Obtén la ecuación reducida de la cónica a y obtén e interpreta su excentricidad.

c) Realiza una representación gráfica aproximada de la cónica a.

$$\text{Sol: a) elipse, parábola, hipérbola, circunferencia, } \frac{(x-2)^2}{9} + (y+1)^2 = 1 \text{ } e \approx 0.943 \text{ (alargada)}$$

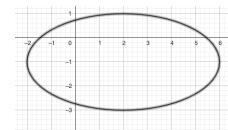
$$a : x^2 - 4y^2 + 4x - 8y - 4 = 0$$

$$b : x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$$

4.2. Dadas las cónicas:

$$c : x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 8 = 0$$

$$d : y^2 - 8x - 2y - 15 = 0$$



a) Determina el tipo de cónica en cada caso.

b) Obtén la ecuación reducida de la cónica c y obtén e interpreta su excentricidad.

c) Realiza una representación gráfica aproximada de la cónica c

$$\text{Sol: a) hipérbola, circunferencia, elipse, parábola, } \frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1 \text{ } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{12}}{4} \approx 0.866 \text{ (alargada)}$$

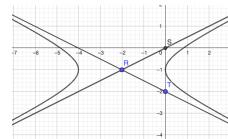
$$a : x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 8 = 0$$

$$b : y^2 - 8x - 2y - 15 = 0$$

4.3. Dadas las cónicas:

$$c : x^2 - 4y^2 + 4x - 8y - 4 = 0$$

$$d : x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$$



a) Determina el tipo de cónica en cada caso.

b) Obtén la ecuación reducida de la cónica c y obtén e interpreta su excentricidad.

c) Realiza una representación gráfica aproximada de la cónica c.

$$\text{Sol: a) elipse, parábola, hipérbola, circunferencia, } \frac{(x+2)^2}{4} - (y+1)^2 = 1 \text{ } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1.118 \text{ (cerrada)}$$