Ejercicio 1. VECTORES ORTOGONALES, ÁNGULOS, COMBINACIÓN LINEAL

1.1. Dados $\vec{u}(1,3)$ y $\vec{v}(-6,k)$ con coordenadas en base ortonormal:

a) Obtén valor de *k* para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares.

b) Obtén *k* para que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}(-2,0)$ formen un ángulo de 45º.

c) Escribe un vector unitario y perpendicular (a la vez ambas condiciones) a $\vec{u}$.

d) Dados $\vec{a}(1,\ 2)$ $\vec{b}(3,-1)$ y $\vec{c}(11,\ 1)$, expresa $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

Sol: a) $k=2$ *b)* $k=\pm 6$ *c)* $\left(-\frac{3\sqrt{10}}{10},\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$ *d)* $\vec{c}=\frac{7}{2}\vec{a}+\frac{5}{2}\vec{b}$

1.2. Contesta las siguientes preguntas sobre vectores:

a) Dados $\vec{u}(\frac{1}{2},k)$ y $\vec{v}(\frac{1}{2},0)$, calcula *k* para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ formen un ángulo de 60º.

b) Dados $\vec{m}(-5,k)$ y $\vec{n}(4,-2)$, calcula *k* para que sean ortogonales.

c) Obtén un vector unitario y perpendicular a $\vec{w}(-3,4)$.

d) Dados $\vec{a}(3,-2)$, $\vec{b}(-1,\ 2)$y $\vec{c}(0,-5)$, calcula *m* y *n* de modo que: $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$

Sol: a) $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ *b)* $k=-10$ *c)* $\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$ *d)* $\vec{c}=\frac{5}{8}\vec{a}-\frac{15}{8}\vec{b}$

1.3. Los vectores $\vec{c}=\vec{a}+2\vec{b}$ y $\vec{d}=5\vec{a}-4\vec{b}$ son perpendiculares. Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son unitarios. ¿Qué ángulo forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$? *Sol:* $\alpha=60°$

1.4. Calcula un vector de módulo 2 que forme con el vector $\vec{u}(-1,0)$ un ángulo de 60º.

Sol: $\mathbf{v}_1=(-1,\sqrt{3})$ *o* $\mathbf{v}_2=(-1,-\sqrt{3})$,

1.5. Dados los vectores $\vec{u}(-3,k)$ y $\vec{v}(4,-6)$

a) Calcula k para que sean perpendiculares. *Sol:* $k=-2$

b) Calcula k para que el módulo del vector sea 5. *Sol:* $k=\pm 4$

1.6. Las coordenadas de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en base ortonormal son: $\vec{u}(2,1)$ y $\vec{v}(k,-3)$.

a) Obtén un vector unitario y perpendicular (a la vez) a $\vec{u}$. *Sol:* $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

b) Obtén *k* para que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ formen un ángulo de 135° *Sol:* $k = 9, -1$

1.7. Las coordenadas de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en una base ortonormal son $\vec{u}(-1,3)$ y $\vec{v}(4,\ k)$.

a) Obtén valor de *k* para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares. *Sol:* $k = \frac{4}{3}$

b) Obtén *k* para que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ formen un ángulo de 45°. *Sol:* $k = 8, -2$

c) Dados $\vec{a}(1,\ 2)$, $\vec{b}(0,3)$ y $\vec{c}(-1,\ 3)$, expresa $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
Sol: $\vec{c} = \vec{a} - \frac{5}{3}\vec{b}$

1.8. Las coordenadas de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en una base ortonormal son $\vec{u}(-3,1)$ y $\vec{v}(2,\ k)$.

a) Obtén valor de *k* para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares. *Sol:* $k = 6$

b) Calcula el ángulo que forma el vector $\vec{u}$ con el vector $\vec{w}(1,-2)$. *Sol: 135°*

c) Dados $\vec{a}(-3,1)$, $\vec{b}(1,-2)$ y $\vec{c}(2,\ \frac{7}{2})$, expresa $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

1.9. Dados los vectores $\overrightarrow{a} = (-1,3)$, $\vec{b} = (2,1)$ y $\overrightarrow{c} = (m,p)$

a) Calcular el ángulo que forman $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$. *Sol: 81º52'11"*

b) Determinar las coordenadas positivas del vector $\overrightarrow{c}$ para que sea perpendicular al vector $\overrightarrow{a}$ y tenga módulo 10. *Sol:* $\mathbf{c} = (3\sqrt{10}, \sqrt{10})$.

Ejercicio 2. PROYECCIÓN

2.1 Dados los vectores $\vec{u}(1,3)$ y $\vec{v}(6,4)$. Halla la proyección de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$. *Sol* $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

2.2. Dados los vectores $\vec{a}(5,2)$ y $\vec{b}(4,-3)$, calcula la proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$ y la de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$. *Sol* $\frac{14\sqrt{29}}{29}, \frac{14}{5}$

2.3. Dados los vectores $\vec{a}(2,6)$ y $\vec{b} = (5,1)$, calcula:

a) Las coordenadas de un vector unitario de la misma dirección que $\vec{b} = (5,1)$

b) Un vector de la misma dirección que $\vec{b}$ y cuyo módulo sea igual a la proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$ (vector proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{b}$).

Sol:a) $\vec{v} = \left(\frac{5\sqrt{26}}{26}, \frac{5\sqrt{26}}{26}\right) - \vec{v} = \left(-\frac{5\sqrt{26}}{26}, -\frac{5\sqrt{26}}{26}\right)$ *b)* $\frac{8\sqrt{26}}{13}; \left(\frac{40}{13}, \frac{8}{13}\right)$ *y opuesto*

Ejercicio 3. MÓDULO DE SUMA O RESTA Y ÁNGULOS

3.1. Si $|\vec{v}| = 6, |\vec{w}| = 10$ y $|\vec{v} + \vec{w}| = 14$, calcula el ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{w}$. *Sol* $\theta = 60°$.

3.2. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$ y que forman un ángulo de 60º. Calcula $|\vec{u} + \vec{v}|$. *Sol:* $\sqrt{39}$

3.3. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 2$ y que forman un ángulo de 60º. Calcula $|\vec{u} - \vec{v}|$. *Sol:* $2\sqrt{3}$

3.4. De dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabemos que son ortogonales y que $|\vec{u}| = 6$ y $|\vec{v}| = 10$. Halla $|\vec{u} + \vec{v}|$ y $|\vec{u} - \vec{v}|$. *Sol:* $2\sqrt{34}$

3.5. Dados $\vec{a}$ y $\vec{b}$, de módulos 3 y 5 respectivamente, y formando un ángulo de 120º entre ellos, calcula $|\vec{a} - \vec{b}|$ *Sol: 7*