DERIVACIÓN: PROPIEDADES, REGLA Y TABLA DE DERIVADAS

Linealidad de la derivada

La derivada es un operador lineal, "funciona bien" con sumas y restas:
- La derivada de una suma/resta es la suma/resta de las derivadas.
- La derivada de un coeficiente por una función es el coeficiente por la derivada de la función.

$$(m \cdot f + n \cdot g)' = m \cdot f' + n \cdot g'$$

Derivada del producto

La derivada del producto es la derivada del primero por el segundo sin derivar, más la derivada del segundo por el primero sin derivar.

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

Derivada del cociente

La derivada del cociente es la derivada del numerador por el denominador sin derivar, menos la derivada del denominador por el numerador sin derivar, partido del denominador al cuadrado.

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Regla de la cadena

La derivada de f compuesto con g (f está dentro de g) es la derivada de g (con f dentro) por la derivada de f (derivada de lo que g tiene dentro). Se deriva primero la función más externa, la última en aplicar, y se va multiplicando por las derivadas de lo que hay dentro.

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Ejemplo:

$f(x) = \sin(x) \qquad g(x) = x^2$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sin^2 x$
$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) = (2 \sin x) \cdot (\sin x)' = 2 \sin x \cos x$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sin x^2$
$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = (\cos x^2) \cdot (x^2)' = 2x \cdot \cos x^2$

DERIVADAS DE LAS FUNCIONES ELEMENTALES			
Simple		**Compuesta**	
Función	**Derivada**	**Función**	**Derivada**
$y=k$	$y'=0$		
$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$	$y=f(x)^n$	$y'=nf(x)^{n-1}\cdot f'(x)$
$y=\frac{1}{x}$	$y'=\frac{-1}{x^2}$	$y=\frac{1}{f(x)}$	$y'=\frac{-f'(x)}{f(x)^2}$
$y=\sqrt{x}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y=\sqrt{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y=\sqrt[n]{x}$	$y'=\frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y=\sqrt[n]{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{n\cdot\sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$
$y=e^x$	$y'=e^x$	$y=e^{f(x)}$	$y'=f'(x)\cdot e^{f(x)}$
$y=a^x$	$y'=a^x\cdot\ln a$	$y=a^{f(x)}$	$y'=f'(x)\cdot a^{f(x)}\cdot\ln a$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$	$y=\ln f(x)$	$y'=\frac{f'(x)}{f(x)}$
$y=\log_a x$	$y'=\frac{1}{x\ln a}$	$y=\log_a f(x)$	$y'=\frac{f'(x)}{f(x)\ln a}$
$y=senx$	$y'=\cos x$	$y=sen(f(x))$	$y'=f'(x)\cdot\cos(f(x))$
$y=\cos x$	$y'=-senx$	$y=\cos(f(x))$	$y'=-f'(x)\cdot sen(f(x))$
$y=tg\,x$	$y'=\frac{1}{\cos^2 x}=1+tg^2x=\sec^2 x$	$y=tg(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))}=f'(x)\cdot(1+tg^2(f(x)))=f'(x)\sec^2(f(x))$
$y=cotg\,x$	$y'=\frac{-1}{sen^2x}=-(1+cotg^2x)=-cosec^2x$	$y=cotg(f(x))$	$y'=\frac{-f'(x)}{sen^2(f(x))}=-f'(x)\cdot(1+cotg^2(f(x)))=-f'(x)\,cosec^2(f(x))$
$y=\sec x$	$y'=\frac{senx}{\cos^2 x}$	$y=\sec(f(x))$	$y'=\frac{sen(f(x))}{\cos^2(f(x))}f'(x)$
$y=cosec\,x$	$y'=\frac{-\cos x}{sen^2x}$	$y=cosec(f(x))$	$y'=\frac{-\cos(f(x))}{sen^2(f(x))}f'(x)$
$y=arcsen\,x$	$y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=arcsen(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$
$y=\arccos x$	$y'=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=\arccos(f(x))$	$y'=\frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$
$y=arctg\,x$	$y'=\frac{1}{1+x^2}$	$y=arctg(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{1+f(x)^2}$