1. LÍMITES

1.1. Calcula m para que $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{mx^2-1+\cos x}{\sin(x^2)}\right)=0$ 1.2. Calcula $\lim_{x\to 0^+} x^x$

1.3. Calcula $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1-2x)}{x-2x^2-\sin x}\right)$ 1.4. Calcula λ para que $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{\lambda x^2}-1}{3x^2}=2$

1.5. $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{(\ln(x+1))^2}$ 1.6. $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{e^x+e^{-x}-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{x}}$

1.7. Calcula el valor de m para que $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2(1-2x)}{x-mx^2-\sin x}=-\dfrac{1}{2}$

1.8. Calcula m para que $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{mx-\cos(x)+1}=-\dfrac{1}{2}$

1.9. Calcula $\lim_{x\to 1}\dfrac{1-\cos(x-1)}{(\ln x)^2}$ 1.10. Calcula $\lim_{x\to\infty}(3^x+1)^{\frac{2}{x-1}}$

1.11. Calcula, si existe, el valor de m para que $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos^2 x}{mx^2-\sin(x^2)}=2$

1.12. Calcula, si existe, el valor de m para que $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(x)-mx^2}{e^{x^2}-cos(2x)}=-1$

1.13. $\lim_{x\to 1}\dfrac{1-\cos(x-1)}{(\ln x)^2}$ 1.14. $\lim_{x\to 0}\big(\cos(2x)\big)^{\frac{3}{x^2}}$

2. CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

2.1. Calcula los valores de a, b y c para que $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & si \quad x\le 0 \\ x+\ln(1+x^2) & si \quad x>0 \end{cases}$ sea continua y derivable en $\mathbb{R}$ y tenga un extremo relativo en $x=-2$.

2.2. Calcula a para que $f(x)=\begin{cases} a & si \ \ x<0 \\ 1+xe^{-x} & si \ \ x\ge 0 \end{cases}$ sea continua en x=0 y estudiar la derivabilidad.

2.3. Dada $f(x) = \dfrac{|x|}{x^2+1}$, estudiar la continuidad y derivabilidad en x=0.

2.4. Calcula a y b para que $f(x) = \begin{cases} -x^2+bx & si \quad x \leq 2 \\ -x+c & si \quad x > 2 \end{cases}$ sea continua y derivable en x=2

2.5. Calcula el valor de a para que la función f cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en cualquier intervalo. $f(x) = \dfrac{x-a}{1+|x-1|}$

2.6. Calcula los valores de a y b para que la función f cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en cualquier intervalo $[1,m]$, $m > e$.

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln x & si \quad 0 < x \leq e \\ bx & si \quad x > e \end{cases}$$

3. BÚSQUEDA DE PARÁMETROS + FUNCIONES (PUNTOS, DERIVADAS; CURVATURA)

3.1. Dada $g(x) = ax^4 + bx + c$, calcula los valores de $a,\ b,\ c$ para que $g(x)$ tenga en el punto $(1,\ -1)$ un mínimo relativo y la recta tangente a la gráfica de $g(x)$, en $x = 0$, sea paralela a la recta $y = 4x$.

3.2. Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = ax^2 + bx \cdot \ln x$ tenga un punto de inflexión en el punto (1,2). Para esos valores de a y b, calcula el dominio y los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

3.3. Dada la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$, determina los valores de $a,\ b$ y c sabiendo que f tiene un máximo en el punto de abscisa $x = -\dfrac{1}{2}$ y la recta tangente a f en el punto $(1{,}3)$ es $y = -3x + 6$.

3.4. Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2+\alpha}{x^2+1}$ calcula la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$. Halla el valor de α para que esa recta tangente sea horizontal. (Repetido en tangente)

3.5. Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, calcula los valores de $a,\ b,\ c,\ d$ sabiendo que tiene un punto de inflexión en (0, 2) y es tangente a la recta y = –2x–2 en en (1, –4).

3.6. Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, calcula los valores de $a,\ b,\ c,\ d$ sabiendo que tiene un punto de inflexión en (0, 1) y un mínimo relativo en (1, –1).

3.7. Dada la función $f(x) = \begin{cases} mx & si \quad x < 1 \\ ax^2 + bx + 1 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$. Calcula los valores de a, b y m para que la función sea continua y derivable en $x = 1$ y tenga un extremo relativo en $x = 3$. Para el caso $a = 1$, $b = -6$ y $m = -4$ calcula, si existe, un punto c en el intervalo $(0, 5)$ tal que la recta tangente a la gráfica de c en dicho punto sea paralela al segmento que une los puntos $(0, 0)$, $(5, -4)$.

4. RECTA TANGENTE

4.1. Dada la función $f(x) = 2\cos(x) + |x - 1|$, calcula $f'(0)$, y obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$.

4.2. Calcula la recta tangente a la función $y = \sqrt{2x - 1}$ en el punto en que dicha recta sea paralela a recta $y = \dfrac{1}{3}x - 2$.

4.3. Calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ en su punto de inflexión.

4.4. Calcula la recta tangente a la función $y = \ln(x + 2)$ en el punto en que dicha recta sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

4.5. Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha}{x^2 + 1}$ calcula la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$. Halla el valor de α para que esa recta tangente sea horizontal.

4.6. Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \dfrac{1}{|x - 1|}$ en el punto en el que sea paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

5. OPTIMIZACIÓN

5.1. Se quiere construir un acuario con forma de paralelepípedo recto, con tapa y base cuadradas. La tapa es de metacrilato, la base es de un material metálico, y las caras verticales, de cristal.
El metacrilato tiene un precio de 15 €/m^2, el material metálico de 90 €/m^2, y el cristal, de 25 €/m^2. Con un presupuesto de 1260 €, ¿cuál es el volumen máximo del acuario que se puede construir con estas características?

5.2. Se desea construir una caja sin tapa superior. Para ello, se usa una lámina de cartón rectangular, de 15 cm de ancho por 24 cm de largo, doblándola después de recortar un cuadrado de iguales dimensiones en cada esquina. Indicar cuáles son las dimensiones de la caja que hacen máximo su volumen.

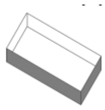
Figura 1

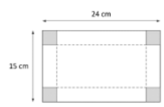

Figura 2

5.3. Se administra un medicamento a un enfermo y t hora
sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$ miligramos por mililitro.

Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.

5.4. De entre todos los rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen sus lados sobre los ejes, y un vértice sobre la gráfica $y = 9 - x^2$, determina los vértices del que tiene mayor área.

5.5. Se dispone de una plancha de cartón cuadrada cuyo lado mide 1,2 metros. Determínese las dimensiones de la caja (sin tapa) de volumen máximo que se puede construir, recortando un cuadrado igual a cada esquina de la plancha y doblando adecuadamente para unir las aristas resultantes de los cortes.

5.6. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido por la gráfica de $f(x) = 6 - \dfrac{x^2}{6}$ y la recta y=0.

5.7. Con un alambre de 1 metro, se construyen dos figuras, un cuadrado y una circunferencia. Calcula la longitud de cada uno de los trozos en los que queda dividido el alambre para que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima.

5.8. De entre todos los rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen dos lados sobre los ejes, y un vértice sobre la gráfica de $f(x) = 8 - 2x^2$, determina los vértices del que tiene mayor área.

6. TEORÍA + APLICACIONES

6.1. Definición de continuidad de una función en un punto. II

6.2. Enuncia el teorema de Bolzano y explica su interpretación geométrica. IIII

6.3. Definición de derivada de una función en un punto.

6.4. Enunciado e interpretación geométrica del Teorema de Rolle III

6.5. Enunciado e interpretación geométrica del Teorema del Valor Medio de Lagrange (Teorema del Valor Medio del cálculo diferencial). IIII

6.6. Definición de función primitiva. III

6.7. Definición de integral indefinida. I

6.8. Dada la función $f(x) = x^3 + x - 1$, ¿podemos afirmar que la gráfica de la función corta al eje X en algún punto del intervalo [0,2]?

6.9. Demuestra, usando el teorema de Rolle, que la función del apartado anterior tiene una única raíz en el intervalo [0,2].

6.10. Aplicar, si es posible, el Teorema del Valor Medio a la función $g(x) = x^2 + x$ en el intervalo [1, 2], y calcular, en tal caso, un punto de dicho intervalo en el que $g'(x)$ tome el valor predicho por el Teorema del Valor Medio.

6.11. Aplíca Bolzano para justificar que a la función $f(x) = x^3 - 2x$ corta al eje en algún punto del intervalo [1,2]

6.12. Dadas las funciones $f(x) = x^3 - 1$ y $g(x) = x$, justifica, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo [1,2] en el que ambas funciones toman el mismo valor.

6.13. Justifica, usando el teorema de Rolle, que las funciones del apartado a) se cortan en un único punto en el intervalo [1,2]

6.14. Comprueba si la función $f(x) = |x^2 - 4x|$ verifica las hipótesis del teorema de Rolle en los intervalos [1, 3] y [3, 5].

6.15. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 3 - x$, ¿se puede afirmar que sus gráficas se cortan en algún punto del intervalo [0,2]?

6.16. Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ y $g(x) = 6x$, justificar, usando el teorema de Bolzano, que existe algún punto en el intervalo $[1, 10]$ en el que ambas funciones toman el mismo valor.

6.17. Dada la función $f(x) = x^3 - |x| + 2$, justifica si es posible aplicar el teorema del valor medio en el intervalo $(-1, 1)$.

6.18. Estudia el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$ y demuestra, usando el teorema adecuado, que tiene una única solución real. Encuentra un intervalo de longitud menor que 10 en el que se encuentre esa solución.

6.19. Dada la función $f(x) = x^2 + x$, justifica si es posible aplicar el teorema del valor medio en el intervalo $[1, 2]$. Si es posible, encuentra el punto donde se cumple.

6.20. Calcula el valor de a para que la función f cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en cualquier intervalo. $f(x) = \dfrac{x - a}{1 + |x - 1|}$

6.21. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2 - x$, usa el Teorema de Bolzano para demostrar que las gráficas de ambas funciones se cortan en algún punto en [0,2].

6.22. Demuestra, usando el teorema de Rolle, que las funciones del apartado anterior no se cortan en más de un punto en el intervalo [0,2].

6.23. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 3 - x$, usa el Teorema de Bolzano para demostrar que las gráficas de ambas funciones se cortan en algún punto en [0,2].

6.24. Demuestra, usando el teorema de Rolle, que las funciones del apartado anterior no se cortan en más de un punto en el intervalo [0,2].

6.25. Comprueba si la función $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$ cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [2, 4] y en el intervalo [–1, 3]. Determina, si es posible en alguno de los dos intervalos, el punto en el que la recta tangente a la curva es paralela al eje X.

7. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

7.1. Dibuja la gráfica de $f(x) = \dfrac{x^3}{2x^2 - 2}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos.

7.2. Halla la asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{x^3 + 5x^2}{x^2 - 1}$

7.3. Representa gráficamente la función $f(x) = \ln(1 + x^2)$ calculando dominio, simetría, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, curvatura y puntos de inflexión.

7.4. Representa gráficamente la función $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - x^2}$ calculando dominio, simetría, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos.

7.5. Representa gráficamente la función $f(x) = \dfrac{-2x^3 - 1}{x^2}$ calculando dominio, asíntotas, puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, curvatura y puntos de inflexión.

7.6. Representa gráficamente la función $f(x) = x + e^{-x}$ calculando dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, curvatura y puntos de inflexión.

7.7. Representa gráficamente la función $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2}$ calculando dominio, asíntotas, puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, curvatura y puntos de inflexión.

7.8. Dibuja la gráfica de $f(x) = \dfrac{e^{x^2}}{x}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos e mínimos relativos.

7.9. Dibuja la gráfica de $f(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x^2)}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos e mínimos relativos.

8. INTEGRALES

8.1. $\int e^x(2x-1)\,dx$ 8.2. $\int \frac{1}{x^2+3}\,dx$ 8.3. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{5x^3}}{3x}\,dx$

8.4. $\int x\sqrt{2x-1}\,dx$ 8.5. $\int x^2 \ln x\,dx$ 8.6. $\int \frac{2x-1}{x^3+2x^2+x}\,dx$

8.7. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx$ 8.8. $\int \frac{1}{4x^2+9}\,dx$ 8.9. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}}\,dx$

8.10. $\int 2x\sqrt{x-3}\,dx$ 8.11. $\int (3x+5)\cos x\,dx$ 8.12. $\int \frac{x^2+2x+4}{x^2+5x+4}\,dx$

8.13. $\int 5^{\cos x}\sin x\,dx$ 8.14. $\int \frac{x}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx$ 8.15. $\int x\ln x\,dx$

8.16. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ 8.17. $\int xe^x\,dx$ 8.18. $\int \frac{x^2-x+6}{x+3}\,dx$

8.19. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx$ 8.20. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}}\,dx$ 8.21. $\int x^2\ln x\,dx$

8.22. $\int \frac{x}{x^2-1}\,dx$ 8.23. $\int x^2e^{-x}\,dx$ 8.24. $\int \frac{x^2+x+6}{x-2}\,dx$

8.25. $\int 2^{\sin x}\cos x\,dx$ 8.26. $\int \frac{x}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx$ 8.27. $\int x\ln x\,dx$

8.28. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x+2}}$ 8.29. $\int e^x\sin x\,dx$ 8.30 $\int \frac{x^2-x+6}{x+3}\,dx$

8.31. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx$ 8.32. $\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}}\,dx$ 8.33. $\int x^2\ln x\,dx$

8.34. $\int \frac{x}{x^2-4}\,dx$ 8.35. $\int (3x+5)\cos x\,dx$ 8.36. $\int \frac{x^2+2x+4}{x^2+5x+4}\,dx$

8.37. $\displaystyle\int \frac{8x}{\sqrt{1-9x^4}}\,dx$

8.38. $\displaystyle\int x\sqrt{x-1}\,dx$

8.39. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[4]{x^3}+2x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

8.40. $\displaystyle\int x\sin x\,dx$

8.41. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2+2x+2}\,dx$

8.42. $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x^3}\,dx$

8.43. $\displaystyle\int \frac{3x-2}{x^3-x^2}\,dx$