1. *(1res p 128)* Sean los vectores $\overrightarrow{x}(1,-2,0)$, $\overrightarrow{y}(0,-1,3)$, $\vec{z}(1,0,5)$, $\overrightarrow{w}(-1,1,0)$, escribe $\overrightarrow{w}$ como combinación lineal de $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{y}$ y $\vec{z}$ calcula los coeficientes.

Sol: $\dfrac{-8}{11}, \dfrac{5}{11}$ *y* $\dfrac{-3}{11}$

PRODUCTO ESCALAR Y APLICACIONES

2. *(1p131)* Respecto de una base ortonormal, las coordenadas de tres vectores son $\overrightarrow{u}(3,-1,5)$, $\overrightarrow{v}(4,7,11)$ y $\overrightarrow{w}(-2,k,3)$.
a) Calcula $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ b) Halla k para que $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ sean perpendiculares
c) Obtén tres vectores perpendiculares a $\overrightarrow{u}$ *Sol: 60, -25/7, (0,5,1) (5,0,3) (1,3,0)*

3. *(2resp133)* Respecto de una base ortonormal tenemos: $\overrightarrow{u}(3,-4,12)$, $\overrightarrow{v}(5,-2,-6)$
a) Calcular $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ b) $|\overrightarrow{u}|$ y $|\overrightarrow{v}|$ c) Ángulo que forman
d) Proyección de $\overrightarrow{u}$ sobre $\overrightarrow{v}$ (segmento y vector)
e) x para que $\overrightarrow{w}(7,\ x,-2)$ sea perpendicular a $\overrightarrow{u}$.

Sol: -49, 13 y $\sqrt{65}$*, 117º52'25"32, 6,0777, (-3,77, 1,51, 4,52), -3/4*

PUNTOS/VECTORES ALINEADOS, COPLANARIOS, RANGO…

4. *ABAU 2020 6*. Calcula k para que $\overrightarrow{u}(2,0,0)$ $\overrightarrow{v}(0,k,1)$ y $\overrightarrow{w}(2,2,2)$ sean coplanarios.
Sol: k=1

5. *ABAU 2019 XULL A 3b* Calcula k y m para que A(0,k,1), B(-1,2,1) y C(8,1,m) estén alineados. *Sol: k=17/9, m=1*

PRODUCTO VECTORIAL, ÁREAS, OBTENER PERPENDICULARES A DOS

6. *(1 res p. 136)* Calcula el producto vectorial de (o halla un vector perpendicular a los vectores) $\overrightarrow{u}(3,-5,1)$ y $\overrightarrow{v}(4,7,6)$. Comprueba que el producto es perpendicular a cada uno de los factores. *Sol(-37,-14,41)*

7. (2 res p. 136). Halla el área del triángulo formado por los puntos $O(0,0,0)$, $A(3,-5,1)$ y $B(4,7,6)$. *Sol: 28,49* u^3

8. *ABAU 2014 XULL A* Define producto vectorial. Dados $\overrightarrow{u}(2,2,0)$ y $\overrightarrow{v}(1,1,-1)$ calcula vectores unitarios y perpendiculares a ambos a la vez. *Sol:* $\pm\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

9. *ABAU 2012 SEPT A 2* Dado el plano $\pi : x-2y+3z+6=0$, calcula el área del triángulo formado por los puntos de corte de π con los ejes.

Sol: vértices A(-6,0,0), B(0,3,0), C(0,0, -2) área triángulo $\dfrac{\sqrt{504}}{2}=3\sqrt{14}\,u^2$

PRODUCTO MIXTO, VOLUMEN

10. *(1 res p137)*, dados los vectores $\overrightarrow{u}(-5,1-7)$, $\overrightarrow{v}(4,7,3)$ y $\overrightarrow{w}(1,0,4)$ calcula el volumen del prisma que definen. *Sol: 104* u^3

DISTANCIA DE RECTA A PUNTO. INICIACIÓN A ECUACIÓN PLANO .REPASO ÁREAS.

11. ABAU 2017 XUN B 3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(1,0,5)$ e $Q(5,2,3)$

a) Calcula á distancia do punto $A(5,\ -1,6)$ á recta r. *Sol:* $\sqrt{12}$
b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a r e pasa polo punto $A(5,-1,6)$. *Sol: 2x+y-z-3=0*
c) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos $P(1,0,5)$, $A(5,-1,6)$ e o punto de corte da recta r co plano $\pi : 2x + y - z - 3 = 0$. *Sol: M(3,1,4), área* $3\sqrt{2}$
d) *(añadido) Comprueba que la distancia obtenida en el apartado a) coincide con la distancia de A a M.

PUNTO MEDIO/SIMÉTRICO RESPECTO A OTRO. REPASO ALINEADOS.

P148 res

12. Calcula m y n para que P(4,-1,3), Q(3,5,1) y R(0,m,n) estén alineados. Sol: 23,-5

13. Calcula el simétrico de P(7,4,-2) respecto de Q(3,-11.7). Sol: (-1,-26.16)

ECUACIONES DE LA RECTA

P150, 151

14. Pasa a forma implícita la recta x=2+3t; y=-5; z=1+t   *Sol: x-3z+1=0 y+5=0*

15. Obtén las ecuaciones de la recta por P(0,1,-3) con dirección $\overrightarrow{d}$(1,-5,0)

16. Dada la recta x=3-t ; y=2+3t ; z=-1, comprueba si pertenecen a la recta los puntos A(3,2,-1) B(-2,17,-1) C(1,5,0) D(2,8,-1)

17. Obtén las ecuaciones de la recta que pasa por A(-5,3,7) y B(2,-3,3). Obtén 6 puntos distintos de la recta. Comprueba si los puntos A(5,0,0) B(3,3,4), C(15,-15,4) y D(1,6,0) pertenecen a la recta.

ECUACIONES DEL PLANO

p155

18. Ecuaciones paremétricas e implícita del plano por P(2,3,5) paralelo a $\overrightarrow{u}(-1,-2,-3)$ y $\overrightarrow{v}(1,3,5)$.   *Sol: x-2x+z-1=0*

POSICIONES RELATIVAS RECTAS

p153

19. Posición relativa de las rectas $r : \begin{cases} x = 3 - 5\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 5 - \lambda \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 1 + 10\mu \\ y = 4 - 2\mu \\ z = \quad 2\mu \end{cases}$ *Sol: ||*

20. Posición relativa de las rectas $r : \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \quad \lambda \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = \quad \mu \\ z = 5 \end{cases}$ *Sol: cruzan*

A partir de aquí, comenzamos a repasar histórico de ABAU, donde se practican todos los posibles ejercicios. En la página siguiente de este boletín se presentan algunos casos poco frecuentes, para tenerlos en cuenta:

SITUACIONES POCO FRECUENTES QUE HAY QUE SABER

RECTA PERPENDICULAR A OTRAS DOS

2015 XUN B 2 Dadas as rectas $r:\begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = -1 \\ z = 4+2\lambda \end{cases}$; $s:\left\{ \frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{4} \right.$

a) Estuda a súa posición relativa. Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa pola orixe de coordenadas e é paralelo a de r e a s. *Sol: 2x+2y-z=0*

b) Calcula as ecuacións paramétricas da recta que corta perpendicularmente a r e a s.

OPCION 1: dos rectas en paramétrica, obtener puntos genéricos R y S, vector RS, y su producto escalar con las direcciones de r y s debe ser 0
OPCIÓN 2: plano pir (continene a r, es perpendicular a r y s), corte con s (punto S), y recta por S con dirección perpendicular a r y s
OPCIÓN 3: plano pir y plano pis, intersección

SIMÉTRICO RESPECTO RECTA

2015 XUN A2 Dada a recta $r:\begin{cases} x = 3-2\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 4+\lambda \end{cases}$

a) Determina a ecuación implícita do plano π que pasa polo punto $P(2,1,2)$ e é perpendicular a r. Calcula o punto de intersección de r a π. *Sol: M(3,1,4)*

b) Calcula a distancia do punto $P(2,1,2)$ á recta r. *Sol:* $\sqrt{5}$

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(2,1,2)$ respecto á recta r. *Sol: (4,1,6)*

PLANO perpendicular a r pasando por P; M=corte r y plano; M es punto medio

ÁNGULO DE VECTORES sabiendo MÓDULO DE SUMA / PRODUCTO ESCALAR

2012 XUN B2 a) Se $|\overrightarrow{v}| = 6$, $|\overrightarrow{w}| = 10$ e $|\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}| = 14$, calcula o ángulo que forman os vectores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$. *Sol: 60º*

DISTANCIA DE RECTAS QUE SE CRUZAN

2016 SEPT B2 Dadas as rectas $r:\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$ e

$s:\begin{cases} 3x+2y-6=0 \\ 2y+4z+3=0 \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que contén a r e é paralelo a s.

c) Calcula a distancia entre r e s. (*Sol: 4/5*)

VÉRTICES DE RECTÁNGULO / PARALELOGRAMO

2015 SEPT B 2 Dadas as rectas $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$; $s : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a) son paralelas b) Se dous lados dun rectángulo están sobre as rectas r e s e dous vértices consecutivos do rectángulo son os puntos $A(0,1,1)$ e $B(0,4,4)$, calcula as coordenadas dos outros dos vértices e a área do rectángulo.

A e B sobre r => C e D sobre s. Punto xenérico (paramétrica), e producto escalar dos vectores dos lados ten que ser 0. SOL C(-4,5,3) D(-4,2,0)

2012 XUN A 2 Dados os puntos $A(3{,}0{,}2)$, $B(1,-2{,}0)$, $C(1,-1{,}3)$ e $D(\lambda, \lambda - 2, -\lambda)$

a) Determina o valor de λ para que A, B, C e D sexan coplanarios. Para algún valor de λ son A, B, C e D vértices dun paralelogramo? **OJO, MAL SOL ABAU, SI FORMAN**

COMPROBAR pares de vectores paralelos (todas las combinaciones, se tomamos as diagonais sen sabelo non saen, ese é o erro nas das ABAU)

PUNTO QUE EQUIDISTA DOUTROS DOUS

2016 XUN B 2 Dada a recta $r : \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$ c) Calcula o punto da recta r que equidista dos puntos $P(2,5,-2)$ e $Q(-1,4,2)$.

RECTA EN PARAMÉTRICA, PUNTO XENÉRICO e IGUALAR FÓRMULAS DISTANCIA
Sol: R(-1,1,-2)

PUNTOS DUNHA RECTA QUE DISTAN UN VALOR DADO

2016 XUN A 2 b) recta r que pasa polos puntos $P(3,-4,-7)$ e $Q(1,-3,-9)$.
c) Calcula os puntos da recta r do apartado anterior que distan 9 unidades do plano $\pi : 2x - y + 2z - 5 = 0$.

RECTA EN PARAMÉTRICA, PUNTO XENÉRICO e IGUALAR FÓRMULA DISTANCIA. O VALOR ABSOLUTO DA LUGAR A 2 ECUACIÓNS (2 sols, 2 ptos).
Sol: A(11,-8,1) e B(-1,-2,-11)