

CONTINUIDADE E DERIVABILIDADE

2022 XULL 3 b) Ache os valores de a e b que fan que a función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 1 \\ ax^2 + bx & \text{se } x > 1 \end{cases} \text{ sexa derivable.}$$

2020 XUN 4 a) Calcule os valores de b e c para que $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + bx + c & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sexa, primeiro continua, e logo derivable en $x=0$.

2020 XULL 3 - Calcule os valores de a e b que fan que a función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a - \cos x}{x} & \text{si } x < 0 \\ bx & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \text{ sexa, primeiro continua, e logo derivable.}$$

2019 XUN A 2b) - Se $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e] \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty) \end{cases}$, di que relación ten que existir entre os parámetros a e b para que f sexa continua e cales teñen que ser os seus valores para que f sexa derivable.

2018 XUN B 2a) - Calcula a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 2) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sexa continua e derivable en $x = 0$.

2018 SEPT A 2a) - Calcula a , b e c para que a función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x < 1 \\ bx + c & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,2]$ e calcula o punto no que se cumpre o teorema sexa continua e derivable no intervalo $(0,2)$, $f(0)=f(2)$ e obtén o punto para o que a derivada vale 0.

2017 XUN B 2a) - Calcula os valores a , b para que a función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x < 3 \\ \ln(x - 2) & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \text{ sexa derivable en } x = 3 \text{ e determina o punto no que a tanxente á gráfica de } f(x) \text{ é paralela á recta } x + 3y = 0.$$

2017 SEPT B 2ab - Dada a función $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$

a) Estuda, en $x = 0$, a continuidade e derivabilidade de $f(x)$.

b) Determina os puntos da gráfica de $f(x)$ nos que a recta tanxente é paralela á recta $x - 4y = 0$ e determina as ecuacións desas rectas tanxentes.

2016 XUN B 4 Dada a función $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < 1 \\ 3(x - 2)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) É $f(x)$ derivable en $x = 1$, para algún valor de a ?

b) (Ver CÁLCULO INTEGRAL E REXIÓNS)

2015 XUN B 3a) Calcula os valores de b e c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + x^2) & \text{si } x < 0 \\ x^2 + bx + c & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

sexa derivable en $x = 0$.

2015 SEPT 3a) Calcula os valores de a e b para que a función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2 \ln x + 2}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

sexa derivable en $x = 1$.

2014 SEPT B 3a) Dada a función $f(x) = \begin{cases} mx & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Calcula os valores de a , b e m para que $f(x)$ sexa derivable en $x = 1$ e teña un extremo relativo en $x = 3$.

2012 XUN B 3a) Determina os valores de a para que a función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

sexa continua. É derivable en $x = 1$ para algún valor de a ?

LÍMITES / L'Hôpital

2022 XUN 3 a) Calcule os límites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$.

2020 XUN 3 a) - Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + 2x - e^{2x}}$

2019 XUN B 2a) - Considérese $f(x) = x^2 e^{-x}$. Calcular os límites $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2018 SEPT B 2a) - Calcula, se existe, o valor de m para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + m x^2 - 1}{\sin x^2} = 3$

2017 XUN A 2a) - Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

2017 SEPT A 2a) - Calcula i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3e^{2x}}{x + e^{2x}}$ ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 3e^{2x}}{x + e^{2x}}$

2016 XUN 3b) Calcula os seguintes límites:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x - \sqrt{2 - x}} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1 + x)}{x \ln(1 + x)}$$

2015 SEPT B 4a) Calcula: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2 - \frac{x}{4}}{x^2}$

2014 XUN A 4a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x - 1)}{x^2 - \sqrt{x}}$

2014 SEPT A 3a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-2x} - 2x}{\sin^2 x}$

2013 XUN A 3b) Calcula os valores de a e b para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{\sin(x^2)} = 1$

2013 SEPT A 3a) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x}$

2012 XUN A 3b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + 2}{x^2 + x + 2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

OPTIMIZACIÓN

2021 XUN 3 - De entre todos os rectángulos situados no primeiro cuadrante que teñen dous lados sobre os eixes de coordenadas e un vértice sobre a recta $x + 2y = 4$, determine os vértices do que ten maior área.

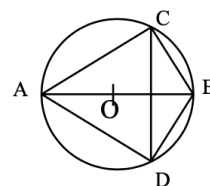
2019 JUL B - De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y , obtén los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

2018 XUN B - 2b) Calcula os vértices do rectángulo de área máxima que se pode construír, se un dos vértices é o $(0,0)$, outro está sobre o eixe X , outro sobre el eixe Y e o outro sobre a recta $2x + 3y = 8$.

2017 XUN A - Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm^3 . Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2€/dm^2 e para a base outro que custa 3€/dm^2 . Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo.

2014 SEPT A 3b) Queremos dividir un fío metálico de 70 metros de lonxitude en tres partes de maneira que unha delas teña dobre de lonxitude que outra e ademais que ao construír con cada parte un cadrado, a suma das áreas dos tres cadrados sexa mínima. Calcula a lonxitude de cada parte.

2013 XUN B 3) Nunha circunferencia de centro O e radio 10 cm trázase un diámetro AB e unha corda CD perpendicular a ese diámetro. A que distancia do centro O da circunferencia debe estar a Corda CD , para que a diferenza entre as áreas dos triángulos ADC e BCD sexa máxima?



2011 XUN B 3) Nunha circunferencia de radio 10 cm , divídese un dos seus diámetros en dúas partes que se toman como diámetros de dúas circunferencias tanxentes interiores a ela. ¿Que lonxitude debe ter cada un destes dous diámetros para que sexa máxima a área delimitada polas tres circunferencias (rexión sombreada)?



2011 SEPT A 3b) Descompón o número 40 en dous sumandos tales que o produto do cubo dun deles polo cadrado do outro sexa máximo. ¿Canto vale ese produto?

2006 XUN B3b) De entre tódolos triángulos rectángulos con hipotenusa 10cm , calcula as lonxitudes dos catetos que corresponden ó de área máxima

2006 SEPT B3b) Un arame de 170 cm de lonxitude divídese en dúas partes. Con unha das partes quérese formar un cadrado e coa outra un rectángulo de xeito que a base mida o dobre da altura. Calcula as lonxitudes das partes nas que se ten que dividir o arame para que a suma das áreas do cadrado e do rectángulo sexa mínima

APLICACIÓN DE DERIVADAS, RECTAS TANXENTES/NORMAIS...

2022 XULL 3 a) Obteña as coordenadas dos vértices do triángulo rectángulo cuxa hipotenusa é tanxente á gráfica de $f(x) = x^2$ no punto de abscisa $x = 2$ e que, ademais, ten un cateto de lonxitude 2 situado sobre o eixe X . Debuxe a gráfica de f , a recta tanxente e o triángulo.

2021 XULL 3b) Obteña os valores de a , b e c que fan que $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + c$ cumpra $f(0) = 1$ e teña extremos relativos en $x = \pm 1$. Dicar logo se os extremos son máximos ou mínimos

2018 SEPT B 2b) - Calcula os valores de a , b , c e d para que a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un punto de inflexión no punto $(0,5)$ e a tanxente á súa gráfica no punto $(1,1)$ sexa paralela ao eixe X .

2017 XUN B 2b) Se $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto $(0,5)$ e un extremo relativo no punto $(1,1)$ obtén o polinomio (calcula a integral).

2016 XUN B 3 b) Sexa $f(x) = 2x + \frac{5}{2} \ln(1 + x^2)$. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente a $x = 0$. Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

2016 SEPT A 3 b) (inclúe cálculo integral)

Dunha función $f(x)$ sabemos que $f(-1) = 1$ e que a súa función derivada é

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ e^{2x} - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Calcula as ecuacións das rectas tanxentes á gráfica de $f(x)$ nos puntos de abscisa $x = -2$ e $x = \frac{\ln 2}{2}$.

2014 XUN A 3b) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ no seu punto de inflexión.

2014 XUN B 3a) Dada a función $f(x) = \frac{ax + b}{cx - 1}$, calcula os valores de a , b e c sabendo

que $x = \frac{1}{2}$ é unha asíntota vertical e que $y = 5x - 6$ é a recta tanxente á súa gráfica no punto correspondente a $x = 1$. Para os valores de a , b e c calculados, posúe $f(x)$ máis asíntotas?

MONOTONÍA E REPRESENTACIÓN GRÁFICA

2022 XUN 3 b) Debuxa a gráfica dunha función f continua e non negativa no intervalo $[0,3]$ tal que $f(0) = 0$, $f(3) = 0$, $f'' > 0$ no intervalo $(0,1)$ e $f'' < 0$ no intervalo $(2,3)$, e f constante no intervalo $(1,2)$.

2020 XUN 3 b) Determine os intervalos de crecemento e de decrecemento de $f(x) = x(\ln x - 1)$. Calcule, se existen, os máximos e mínimos relativos da función f .

2019 XULL A a) Estuda os intervalos de crecemento e de decrecemento e os extremos relativos da función $f(x) = x^2 \ln x$.

2019 XUN B 2a) Considérese a función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Determinar intervalos de crecemento e de decrecemento, extremos relativos e puntos de inflexión.

2018 XUN A 2a) Calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

2016 XUN A 4)

A derivada dunha función $f(x)$, cuxo dominio é $(0, \infty)$ é $f'(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

a) (CÁLCULO INTEGRAL E REXIÓNS)

b) Determina os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$.

2016 SEPT B 3) Debuxa a gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

2015 XUN A 3) Debuxa a gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de concavidade e convexidade.

2015 XUN B 4) A gráfica dunha función $f(x)$ pasa pola orixe de coordenadas e a súa derivada é $f'(x) = (2-x)e^{3x}$. Determina a función $f(x)$ e calcula os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$. (A parte tachada corresponde a cálculo integral)

2015 SEPT 3b) ~~Calcula os valores de a e b para que a función~~

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2 \ln x + 2}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

~~sexa derivable en $x=1$.~~ Para os valores $a = -4$ e $b = 6$ determina os intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

2015 SEPT B 3b) Dada a función $f(x) = 2e^{-x}(x + 1)$, calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

2013 XUN A 4a) Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e os intervalos de concavidade e convexidade da función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

2013 SEPT B 3) Calcula o dominio, as asíntotas, os intervalos de crecemento e decrecemento e os máximos e mínimos de $f(x) = \frac{2x + 1}{e^{x^2}}$

2012 SEPT A 3a) Calcula as asíntotas e os intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x) = \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$

TEORÍA PURA

- Enuncie o teorema de Bolzano (4 veces).

2021 XULL 3a), 2019 XULL B 2b), 2013 XUN A 3a), 2012 XUN A 3a)

- Enuncie o teorema de Rolle (ás veces interpretación xeométrica) (6 veces).

2021 XULL 4a), 2019 XULL B 2b), 2018 SEPT 2a), 2016 XUN 3a), 2013 XUN 4a), 2012 SEPT B 3a)

- Definición e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial (4 veces).

2016 XUN A 3a), 2014 XUN B 3b), 2014 SEPT B 3b), 2012 XUN B 3b)

- Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto (4 veces).

2016 SEPT A 3a), 2015 XUN B 3a), 2015 SEPT B 3a), 2015 SEPT B 3a)

- Define función continua nun punto (1 vez).

2014 XUN A 3a)

TEORÍA APLICADA

2018 SEPT 2a) - Enuncia o teorema de Rolle. Calcula a , b e c para que a función

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{se } x < 1 \\ bx + c & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,2]$ e calcula o punto no que se cumpre o teorema.

2014 XUN A 3a) Define función continua nun punto. Que tipo de discontinuidade ten

$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$ nos puntos $x = 0$ e $x = 2$?

2014 XUN B 3b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Pódese aplicar, no intervalo $[0,1]$, este teorema á función $f(x) = \frac{1}{2-x}$? En caso afirmativo calcula o punto ao que fai referencia o teorema.

2014 SEPT B 3b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial.

Dada a función $f(x) = \begin{cases} mx & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, para os valores $a = 1$, $b = -6$ e $m = -4$, calcula, se existe, un punto $c \in (0,5)$ tal que a tanxente á gráfica de $f(x)$ en $x = c$ sexa paralela ao segmento que une os puntos $(0,0)$ e $(5,-4)$

2013 XUN A 3a) Enuncia o teorema de Bolzano. Ten a ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ algunha solución no intervalo $(0,1)$? Ten esta ecuación máis dunha solución real?

2013 XUN 4a) Enuncia o teorema de Rolle. Determina o valor de a para que sexa aplicable o teorema á función $f(x) = x^3 + ax - 1$ no intervalo $[0,1]$. Para este valor de a , calcula un punto $c \in (0,1)$ no que a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ sexa paralela ao eixe OX.

2012 XUN A 3a) Enuncia o teorema de Bolzano. Probar que a función

$f(x) = x^3 + 2x - 4$ corta o eixe OX nalgún punto do intervalo $[1,2]$. Pode cortalo en máis dun punto?

2012 SEPT B 3a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.

b) Se $c > 2$, calcula os valores de a , b , c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 2 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,c]$