

Ejercicio 1. PUNTUACIÓN: 3 puntos en total (1+1+0,5+0,5)

Calcula las siguientes derivadas:

$$a) f_1(x) = \ln \sqrt{\frac{2x^2}{x^2+1}} \quad b) f_2(x) = 5^{\sin(\tan x)} + \sqrt[3]{x^2} \quad c) f_3(x) = e^{\arctan \frac{x}{x+1}} \quad d) f_4(x) = x^{\cos x}$$

Ejercicio 2. PUNTUACIÓN: 2 puntos en total.

a) Calcula a y b para que la siguiente función sea continua y derivable en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} -ax^2 + bx + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ -x + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) Obtén la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \sqrt{x-1}$, paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$, en forma explícita.

Ejercicio 3 PUNTUACIÓN: 2 puntos en total (1 punto cada uno)

3.1. Determina dos números cuya suma sea 24 y tales que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo (es necesario resolverlo mediante derivadas, no vale tanteo).

3.2. Queremos construir una recipiente de metal sin tapa, de volumen máximo, recortando cuadrados en las esquinas de una plancha cuadrada de 12 cm de lado, y doblando (obtenemos un ortoedro sin tapa).

a) Dibuja la situación y obtén la función objetivo a optimizar con una sola variable. (0,5)

b) ¿De qué tamaño tenemos que hacer el recorte para que el volumen sea máximo? (0,5)

Ejercicio 4 PUNTUACIÓN: 1 punto en total.

Obtén el valor de los siguientes límites, resolviendo las indeterminaciones si es necesario:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x^2 - \sin(x)} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{2x^2} \right)^{x^2 - 3}$$

Ejercicio 5. PUNTUACIÓN: 2 puntos en total.

Realiza una representación gráfica de la siguiente función estudiando las características

básicas necesarias que se indican en el resumen de puntuación: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

(reparto de puntuación: dominio, simetría y puntos de corte (0,5), asíntotas (0,5), monotonía, máximos y mínimos (0,5), representación gráfica 0,5)

Ejercicio 1. PUNTUACIÓN: 3 puntos en total (1+1+0,5+0,5)

Calcula las siguientes derivadas:

$$a) f_1(x) = \ln \sqrt{\frac{x^2+1}{2x^2}} \quad b) f_2(x) = 2^{\cos(\tan x)} + \sqrt[3]{x^2} \quad c) f_3(x) = e^{\arctan \frac{x^2}{x+1}} \quad d) f_4(x) = x^{\sin x}$$

Ejercicio 2. PUNTUACIÓN: 2 puntos en total.

a) Calcula a y b para que la siguiente función sea continua y derivable en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} -ax^2 + bx + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ -x + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) Obtén la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - 2x + 1$, de pendiente 2, en forma explícita.

Ejercicio 3 PUNTUACIÓN: 2 puntos en total (1 punto cada uno)

3.1. Determina dos números cuya suma sea 20 y tales que el producto de ambos sea máximo (es necesario resolverlo mediante derivadas, no vale tanteo).

3.2. Queremos diseñar una caja (ortocubo) sin tapa, de base cuadrada, con un litro de capacidad. El material de la base cuesta $0,2 \text{ €/cm}^2$ y el de los laterales $0,1 \text{ €/cm}^2$. Calcula las dimensiones de la base para que el coste de producción sea mínimo.

Ejercicio 4 PUNTUACIÓN: 1 punto en total.

Obtén el valor de los siguientes límites, resolviendo las indeterminaciones si es necesario:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - \sin(x-1) + 2x - 2}{2x - 2 \cos(x-1)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x} \right)$$

Ejercicio 5. PUNTUACIÓN: 2 puntos en total.

Realiza una representación gráfica de la siguiente función estudiando las características

básicas necesarias que se indican en el resumen de puntuación: $f(x) = \frac{-x^2}{x^2 - 1}$

(reparto de puntuación: dominio, simetría y puntos de corte (0,5), asíntotas (0,5), monotonía, máximos y mínimos (0,5), representación gráfica 0,5)