

CÁLCULO INTEGRAL

Definición: definición de función primitiva

Se dice que una función F es primitiva de otra función f si la derivada de F es f :

$$F \text{ primitiva de } f \iff F'(x) = f(x)$$

Definición: definición de integral indefinida

Se llama integral indefinida de una función f al conjunto de todas sus primitivas, y se representa como:

$$\int f(x) dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$$

donde $f(x) dx$ es el integrando, $F(x)$ una primitiva y C la constante de integración.

Propiedades de la integral indefinida:

LINEALIDAD

- La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de esas funciones:

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

- La integral del producto de una constante por una función es igual al producto de la constante por la integral de la función.

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

- En una sola expresión se puede escribir como:

$$\int (kf(x) + lg(x)) dx = k \int f(x) dx + l \int g(x) dx$$

Regla de Barrow

Sea f una función continua en un intervalo $[a, b]$ y F una primitiva.

$$\text{Entonces } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Propiedades de la integral definida:

ADITIVIDAD: Si f es una función continua en un intervalo $[a, b]$, para todo punto $c \in [a, b]$ se cumple que:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Teorema fundamental del cálculo integral

Sea f una función continua en un intervalo $[a, b]$. Entonces la función

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

es derivable y su derivada es $F'(x) = f(x), \forall x \in (a, b)$

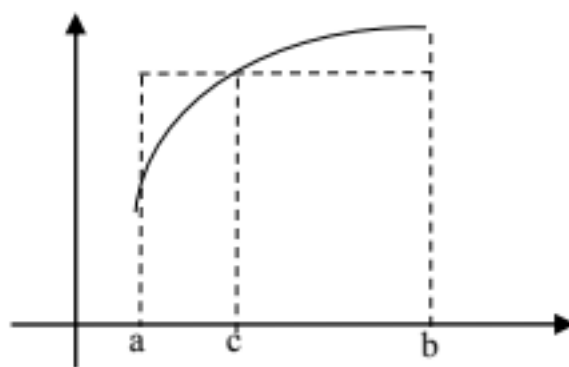
Teorema del valor medio del cálculo integral

Sea f una función continua en un intervalo $[a, b]$,
entonces existe un punto $c \in (a, b)$ tal que

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

Interpretación gráfica:

El área encerrada por la gráfica de una función continua en $[a, b]$, el eje OX y las rectas $x = a$ y $x = b$, coincide con el área de un rectángulo de base $b - a$ y altura $f(c)$ para al menos un punto c entre a y b .



NOTA: Estos contenidos teóricos se han preguntado en pruebas de las ABAU de Galicia en los últimos años. Además, en el documento de orientaciones para esta materia y en la página de la CIUG podemos leer como objetivos en análisis:

“11. Coñecer a propiedade de linealidade da integral definida con respecto ao integrando e a propiedade de aditividade con respecto ao intervalo de integración.

12. Teoremas do valor medio do cálculo integral, teorema fundamental do cálculo integral. Regra de Barrow. Aplicacións.”