

16 Sustituye a, b, c y d por números, de modo que:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 1$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx - 3} - 2x) = -\frac{1}{4}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 7} - cx) = 0$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{dx^2 + x - 5} - 2x) = +\infty$$

$$\begin{aligned} a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + ax - x^2}{\sqrt{x^2 + ax} + x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2 + ax} + x} = \frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx - 3} - 2x) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + bx - 3 - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + bx - 3} + 2x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx - 3}{\sqrt{4x^2 + bx - 3} + 2x} = \\ &= \frac{b}{4} = -\frac{1}{4} \rightarrow b = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 7} - cx) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 + 7 - c^2x^2}{\sqrt{9x^2 + 7} + cx} = 0 \rightarrow c = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{dx^2 + x - 5} - 2x) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{dx^2 + x - 5 - 4x^2}{\sqrt{dx^2 + x - 5} + 2x} = \\ &= +\infty \end{aligned}$$

Para que el
numerador sea
positivo:
 $d - 4 > 0 \rightarrow$
 $d > 4$

48 Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ para:

•••

$$\text{a) } f(x) = \frac{4x + 3}{2x^2 + 1}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{4x^2 + 3}{2x^2 + 1}$$

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 3}{2x^2 + 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 3}{2x^2 + 1} = 0$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3}{2x^2 + 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 3}{2x^2 + 1} = 2$$

49 Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 2}}{\frac{1}{2}}$.

•••

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2(\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 2}) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} 2(\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 2}) \cdot$$

$$\cdot \frac{(\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x^2 - x + 2})}{(\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x^2 - x + 2})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(x^2 + x - 1 - x^2 + x - 2)}{(\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x^2 - x + 2})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 6}{(\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x^2 - x + 2})} =$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

50

●○○ Calcula el valor de estos límites de las siguientes funciones.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (0,7)^{3x+2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 0,01x^2)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 7)^{2-x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((x - 2)^2 - x^2)$

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (0,7)^{3x+2} = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 0,01x^2) = -\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 7)^{2-x} = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((x - 2)^2 - x^2) =$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x + 4) = -\infty$

52

Resuelve los siguientes límites con radicales.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x})$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x})$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x^2 - 6x})$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - \sqrt{x^2 - 6x})$

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x}) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{x + \sqrt{x^2 - 6x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{x + \sqrt{x^2}} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

b) No es una indeterminación: $-\infty - \infty = -\infty$

$$\begin{aligned} \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x^2 - 6x}) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - x^2 + 6x}{x^2 + \sqrt{x^2 - 6x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^2} = \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - \sqrt{x^2 - 6x}) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x^2 + 6x}{x^2 + \sqrt{x^2 - 6x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4}{x^2} = \\ &= +\infty \end{aligned}$$