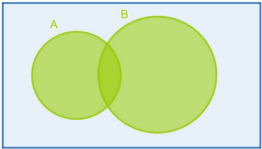
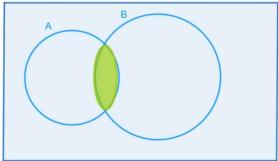
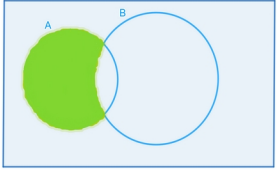
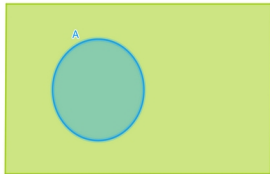
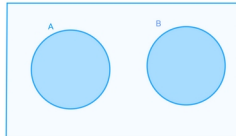


PROBABILIDAD

1. OPERACIONES CON SUCESOS

OPERACIÓN	DEFINICIÓN	DIAGRAMA
Unión $A \cup B$	Conjunto formado por todos los elementos de A y todos los elementos de B.	
Intersección $A \cap B$	Conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y a B a la vez.	
Diferencia $A - B$	Conjunto formado por todos los elementos de A que no pertenecen a B.	
Suceso Contrario $\bar{A} \text{ o } A^c$	Conjunto formado por todos los elementos que no pertenecen a A.	

Sucesos incompatibles: Dos sucesos A y B son incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.



2. PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON SUCESOS

Sean A, B y C tres sucesos de un espacio muestral E, se verifican las siguientes propiedades:

$$\bar{\bar{A}} = A \quad A - B = A \cap \bar{B} \quad \text{y} \quad \textbf{Leyes de De Morgan:} \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \text{y} \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

3. PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

1ª) $0 \leq P(A) \leq 1$

2ª) $P(E) = 1 \quad \text{y} \quad P(\emptyset) = 0$

3ª) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

4ª) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Si A y B son incompatibles $\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

PROBABILIDAD

Igualdades útiles: $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$ (estos dos conjuntos son incompatibles)

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad (\text{Leyes de Morgan})$$

4. PROBABILIDAD CONDICIONADA

La probabilidad de un suceso B, cuando sabemos que ha ocurrido otro suceso A, se denomina probabilidad condicionada:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Regla del producto: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$

Si el resultado de B no depende de A entonces: $P(B/A) = P(B)$ A y B son independientes

De aquí se deducen las expresiones: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ o $P(A/B) = P(A)$ si A y B son independientes

En caso contrario son dependientes.

EJERCICIOS MODELO RESUELTOS:

EJERCICIO 1: Consideramos dos sucesos, A y B, tales que $P(A) = 0,65$; $P(B) = 0,54$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,24$.

a) Di si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcula la probabilidad del suceso $\bar{A} \cap B$.

SOLUCIÓN:

a) Aplicando la ley de Morgan $P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,24 \Rightarrow$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,24 = 0,76$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,65 + 0,54 - 0,76 = 0,43$$

$$P(A)P(B) = 0,65 \cdot 0,54 = 0,351$$

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son independientes}$$

Otro modo de verlo es calcular $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,43}{0,54} = 0,796 \neq P(A)$ por tanto A no es independiente de B.

$$b) P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,54 - 0,43 = 0,11$$

PROBABILIDAD

EJERCICIO 2: En una ciudad el 40% de los domicilios tiene conexión a Internet, el 33% tiene TV por cable y el 20% disfruta de ambos servicios. Halla la probabilidad de que al elegir un hogar al azar solo tenga uno de estos dos servicios.

NOTA: Es importante explicar todos los pasos.

SOLUCIÓN:

I= "Tener conexión a Internet"

C= "Tener TV por cable"

$$P(I) = 0,4$$

$$P(C) = 0,33$$

$$P(I \cap C) = 0,2$$

La probabilidad que nos piden es $P(I - C) + P(C - I)$ o lo que es lo mismo $P(I \cap \bar{C}) + P(\bar{I} \cap C)$

Utilizamos una **tabla de contingencia**:

	Conexión a Internet	No conexión a Internet	
Televisión por cable	$P(I \cap C) = 0,2$	$P(\bar{I} \cap C)$	$P(C) = 0,33$
No televisión por cable	$P(I \cap \bar{C})$	$P(\bar{I} \cap \bar{C})$	$P(\bar{C})$
	$P(I) = 0,4$	$P(\bar{I})$	1

Completamos la tabla:

	Conexión a Internet	No conexión a Internet	
Televisión por cable	$P(I \cap C) = 0,2$	0,13	$P(C) = 0,33$
No televisión por cable	0,2	0,47	0,67
	$P(I) = 0,4$	0,6	1

$P(I \cap \bar{C}) + P(\bar{I} \cap C) = 0,2 + 0,13 = 0,33$ es decir, el 33% de los hogares tienen Internet o TV por cable pero no ambos.

PROBABILIDAD

EJERCICIO 3: El 40% de los aspirantes a un puesto de trabajo superó una determinada prueba de selección. Terminan siendo contratados el 80% de los aspirantes que superan esa prueba y el 5% de los que no la superan.

- (a) Calcula el porcentaje de aspirantes al puesto de trabajo que terminan siendo contratados.
(b) Si un aspirante no es contratado, ¿cuál es la probabilidad de que superase la prueba de selección?

SOLUCIÓN:

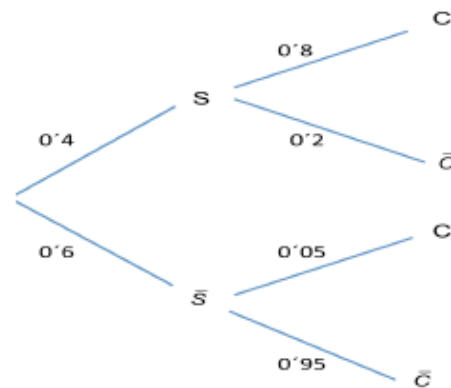
S= "Superar la prueba de selección"

C= "Ser contratado"

Anotamos las probabilidades dadas en el enunciado: $P(S) = 0,4$ $P(C/S) = 0,8$ $P(C/\bar{S}) = 0,05$

Usamos una **tabla de contingencia** o un **diagrama de árbol**:

	C	$\bar{C}$	
S	32	8	40
$\bar{S}$	3	57	60
	35	65	100



Siempre escribiendo con probabilidades las explicaciones y los resultados.

a) Utilizamos el **teorema de la probabilidad total**:

$$P(C) = P(C \cap S) + P(C \cap \bar{S}) = P(C/S)P(S) + P(C/\bar{S})P(\bar{S}) = 0,8 \cdot 0,4 + 0,05 \cdot 0,6 = 0,35$$

El 35% de los aspirantes terminan siendo contratados

b) $P(S/\bar{C}) = ?$ es una **probabilidad a posteriori** :

$$P(S/\bar{C}) = \frac{P(S \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(S) \cdot P(\bar{C}/S)}{1 - P(C)} \Rightarrow P(S/\bar{C}) = \frac{(1 - 0,8) \cdot 0,4}{1 - 0,35} = 0,123$$