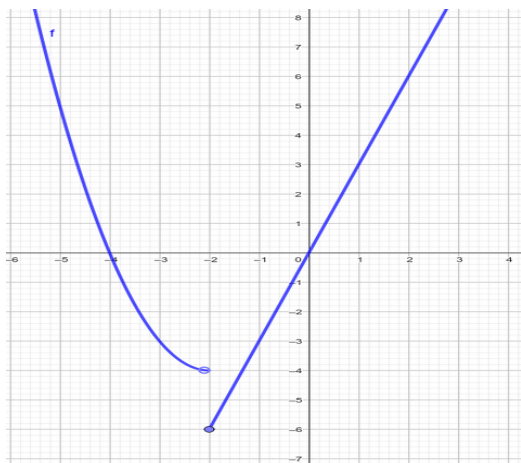


TEMA 9 LÍMITES DE FUNCIONES

2. LÍMITE NUN PUNTO. CONTINUIDADE

1. Calcula os límites das funcións a partir da súas gráficas:

a)



$$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$

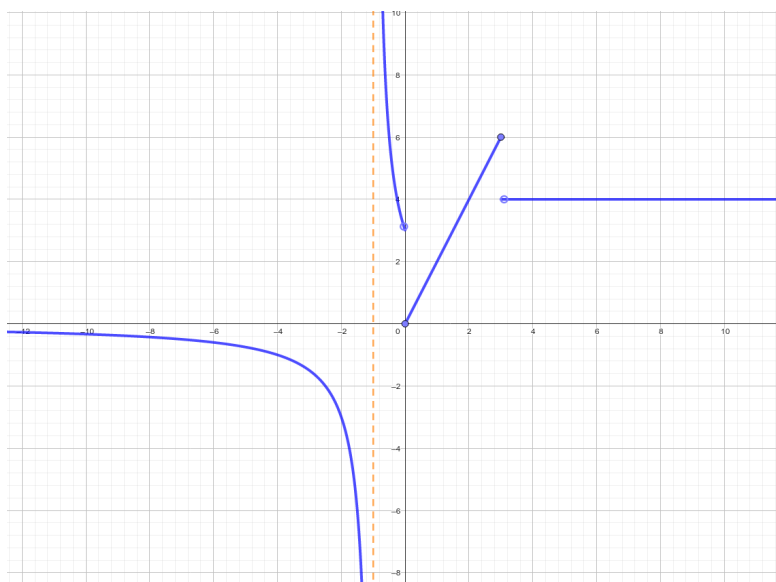
$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

b)



$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

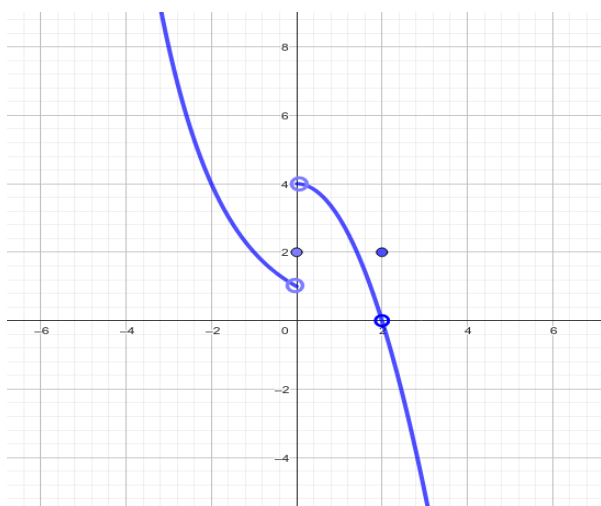
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

c)



$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

2. Calcula os seguintes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x}{x+2} =$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x+4)^3 =$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x+2} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{(x+2)^2} =$

e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{(x+2)^2} =$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{x^2-1} =$

g) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x^2-16} =$

h) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sqrt{x+5}-5} =$

i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x+5}-5} =$

j) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{x^2-4} \cdot \frac{3x-1}{3x} =$

k) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{4x+5}-3 =$

l) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{1+\ln x}{x} =$

m) $\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{2x+6}-3)^{2x+3} =$

n) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{3x-2}{4x+4} \right)^{\frac{x}{x-2}} =$

o) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x}{x^2-1} =$

3. Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ nas funcións definidas a anacos:

a) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 2(x-1) & x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 2 \\ \frac{x-1}{4} & x \geq 2 \end{cases}$

INDETERMINACIÓNS

TIPO $\frac{0}{0}$

4. Calcula os seguintes límites resolvendo as indeterminacións:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-8x+16} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{\sqrt{x+6}-3} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{3x-12} =$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x+2}} =$

TIPO 1^∞

5. Calcula os seguintes límites resolvendo as indeterminacións:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2}{2x} \right)^{\frac{1}{x-2}} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1+8x} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2+3}{2x^2+2} \right)^{\frac{1}{x-1}} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{1-x}} =$

CONTINUIDADE DUNHA FUNCIÓN

6. Representa as funcións definidas a anacos e estuda a súa continuidade indicando o tipo de discontinuidade no seu caso:

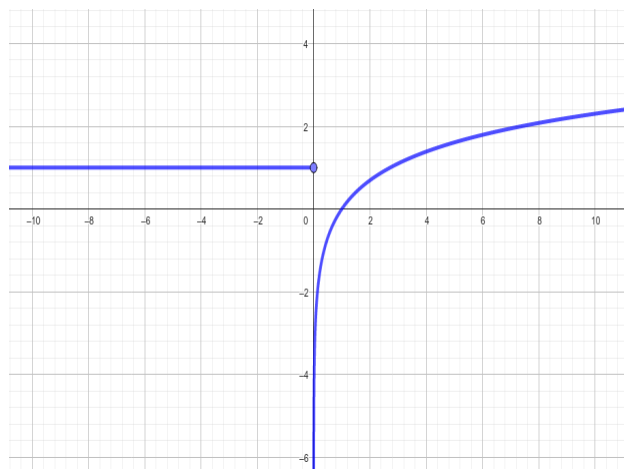
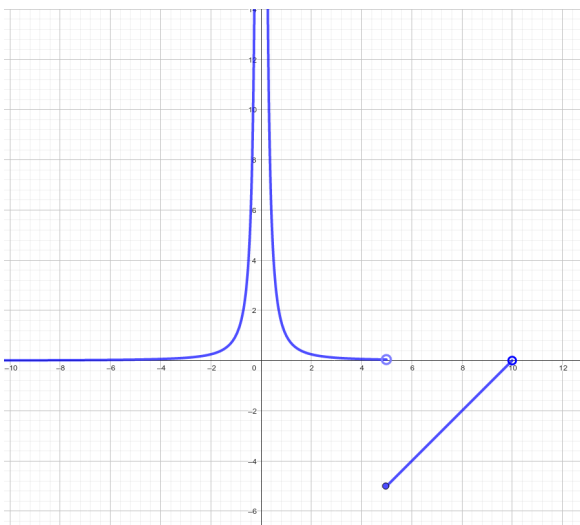
$$\begin{array}{lll} \text{a)} & f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ 2^x & x > 0 \end{cases} & \text{b)} & g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < 0 \\ x & x = 0 \\ 2x+1 & x > 0 \end{cases} & \text{c)} & h(x) = \begin{cases} x^2-4 & x < 3 \\ 2 & 3 \leq x < 6 \\ 11-x & x \geq 6 \end{cases} \end{array}$$

7. Indica o dominio, a continuidade e os puntos de discontinuidade destas funcións indicando o tipo de discontinuidade que presentan:

$$\text{a)} \quad f(x) = \frac{x+3}{x+2} \quad \text{b)} \quad f(x) = \log(x-2) \quad \text{c)} \quad f(x) = 3^{x+2} \quad \text{d)} \quad f(x) = \sqrt{2x-4}$$

8. Estuda a continuidade destas funcións indicando os tipos de discontinuidade se os hai:

$$\text{a)} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 5 \\ x-10 & 5 \leq x < 10 \end{cases} \quad \text{b)} \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ \ln x & x > 0 \end{cases}$$



9. Calcula o valor dos parámetros a e b que fan continuas as funcións:

$$\text{a)} \quad f(x) = \begin{cases} 2x-a & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 3x+b & x > 1 \end{cases} \quad \text{b)} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x-a} & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ 2^{x-b} & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{c)} \quad h(x) = \begin{cases} x^2-ax-4 & x < 3 \\ b-x & x \geq 3 \end{cases} \quad \text{d)} \quad h(x) = \begin{cases} \sin x + a & 0 \leq x < \pi \\ \cos x & x = \pi \\ \tan(x-b) & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

10. As seguintes funcións presentan unha discontinuidade evitable en $x = 2$, redefine o valor de $f(2)$ para que sexan continuas nese punto:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & x < 2 \\ 2 & x = 2 \\ \frac{x}{8} & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{1-\sqrt{x-1}} & x < 2 \\ 1 & x = 2 \\ x-4 & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 4 & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \log(4x+2) & 0 < x < 2 \\ 4 & x = 2 \\ 2^{x-1} - 1 & x > 2 \end{cases}$$

11. Dada a función $f(x) = \frac{x^2-9}{x^3-3x^2}$ calcula $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

Estuda a súa continuidade e clasifica as súas discontinuidades. Indica que valor debería tomar $f(x)$ en $x = 3$ para evitar a discontinuidade.