

1.- Simplifica aplicando las propiedades de las potencias. Expresa el resultado como potencias de base números primos: (1,5 puntos)

a) $\frac{\sqrt[3]{75^2 \cdot 15^3 \cdot (3^{-4})^2}}{25^{5/2} \cdot 3^{-1}} =$

b) $\left[\left(\frac{2}{7} \right)^3 : \left(\frac{4}{49} \right)^3 \right]^{-2} = \left[\left(\frac{2}{7} : \frac{4}{49} \right)^3 \right]^{-2} = \left[\frac{2 \cdot 49}{4 \cdot 7} \right]^{-6} = \left(\frac{7}{2} \right)^{-6} = \left(\frac{2}{7} \right)^6 = \frac{2^6}{7^6}$

2.- Realiza las siguientes operaciones con radicales y simplifica: (1,5 puntos)

a) $\sqrt[4]{8x^6} \cdot \sqrt[12]{2x^5} \cdot \sqrt[3]{4x^4} = 2^{3/4} \times 2^{5/12} \times 2^{4/3} = 2^{3/2 + 5/12 + 16/12} = 2^{25/6}$

3.- Calcula y simplifica, indicando todos los pasos seguidos: (2 puntos)

a) $\frac{5\sqrt{128} - 3\sqrt{162} - 10\sqrt{18}}{34\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{2^7} - 3\sqrt{3^2 \cdot 2} - 10\sqrt{3 \cdot 2}}{34\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 2^3 \sqrt{2} - 3 \cdot 3 \sqrt{2} - 10 \sqrt{2}}{34\sqrt{2}} + \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 8 - 9 - 10}{34} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + 5\sqrt{3} = \sqrt{2} + 5\sqrt{3}$

c) $\frac{3\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{11\sqrt{12}}{5+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + \frac{11 \cdot 2\sqrt{3} \cdot (5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{3} + 3\sqrt{3}^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + \frac{22 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 - 22 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{25 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6\sqrt{3} + 9}{2 - 3} + \frac{110\sqrt{3} - 22 \cdot 3}{25 - 3} = \frac{6\sqrt{3} + 9}{-1} + \frac{110\sqrt{3} - 66}{22} = -6\sqrt{3} - 9 + 5\sqrt{3} - 3 = -\sqrt{3} - 12$

4.- Aplicando la definición de logaritmo calcula x:

a) $x = \log_2 \frac{81}{16}$

b) $\left(\frac{4}{9} \right)^x = \frac{3}{2}$

c) $\log_x 27 = 3/2$

d) $x = \log_{125} \frac{1}{5 \sqrt[3]{5^2}}$

5.- Sabiendo que $\log_2 k = 2,5$ calcula el valor de las expresiones:

a) $\log_2 (\sqrt[5]{8k^3}) = \log_2 8^{1/5} \cdot k^{3/5} = \log_2 8^{1/5} + \log_2 k^{3/5} = \frac{1}{5} \log_2 8 + \frac{3}{5} \log_2 k = \frac{1}{5} \cdot 3 + \frac{3}{5} \cdot 2,5 = \frac{10,5}{5} = 2,1$

b) $\log_2 \frac{32k^2}{\sqrt{k^5}} = \log_2 32 - \log_2 k^{5/2} = \log_2 32 - \frac{5}{2} \log_2 k = 5 - \frac{5}{2} \cdot 2,5 = 5 - 6,25 = -1,25$

6. Reescribe estas expresiones de modo que el logaritmo aparezca solo una vez: (1,5 puntos)

a) $\log x^5 + \log \frac{100}{x} = \log \left(x^5 \cdot \frac{100}{x} \right) = \log (100x^4)$

b) $\log \frac{100}{\sqrt[3]{x^5}} - \log 1000 x^{-2/3} = \log \left(\frac{100}{x^{5/3}} \cdot \frac{1}{1000 x^{-2/3}} \right) = \log \left(\frac{100}{1000 x^{5/3-2/3}} \right) = \log \left(\frac{1}{10 x^{3/3}} \right) = \log \frac{1}{10x}$

RETO MATEMÁTICO (Ejercicio opcional que suma 1 punto a la nota)

Sabiendo que $\log_b b + \log_b a = \sqrt{14}$, calcula el valor de $(\log_b b)^2 + (\log_b a)^2 = ?$

$(\sqrt{14})^2 = (\log_b b + \log_b a)^2 = (\log_b b)^2 + (\log_b a)^2 + 2 \log_b b \cdot \log_b a \Rightarrow (\log_b b)^2 + (\log_b a)^2 = 14 - 2 = 12$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^{-1} = \left(\frac{5}{6} \right)^{-1} = \frac{6}{5}$$

$$\left[\left(\frac{2}{7} \right)^3 : \left(\frac{2^2}{7^2} \right)^3 \right]^{-2} = \left[\frac{2^3}{7^3} : \frac{2^6}{7^6} \right]^{-2} = \left[\frac{2^3 \cdot 7^6}{2^6 \cdot 7^3} \right]^{-2} = \left[\frac{7^3}{2^3} \right]^{-2} = \left(\frac{2}{7} \right)^6$$

$$\left(\frac{144x^4 + 25x^4}{25 \cdot 144} \right)^{-1} = \left(\frac{169x^4}{25 \cdot 144} \right)^{-1} = \left(\frac{13x^2}{5 \cdot 12} \right)^{-1} = \frac{60}{13x^2}$$
$$5 \cdot 2^3 \sqrt{2} - 3 \cdot 3^2 \sqrt{2} - 10 \cdot 3 \sqrt{2} = 5 \cdot 8 \sqrt{2} - 9 \cdot 2 \sqrt{2} - 30 \sqrt{2} = 40 \sqrt{2} - 18 \sqrt{2} - 30 \sqrt{2} = -8 \sqrt{2}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{-17 \sqrt{2}}{34 \sqrt{2}} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{6\sqrt{3} + 3\sqrt{3}^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + \frac{22 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 - 22 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{25 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6\sqrt{3} + 9}{2 - 3} + \frac{110\sqrt{3} - 22 \cdot 3}{25 - 3} = \frac{6\sqrt{3} + 9}{-1} + \frac{110\sqrt{3} - 66}{22} = -6\sqrt{3} - 9 + 5\sqrt{3} - 3 = -\sqrt{3} - 12$$
$$\left(\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right)^x = \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -1/2$$

$$(5^3)^x = 5^{-5/3} \Rightarrow 3x = -5/3 \Rightarrow x = -5/9$$

$$32k^2 - \log_2 k^{5/2} = \log_2 32 + 2 \log_2 k - \frac{5}{2} \log_2 k = 5 + 2 \cdot 2,5 - \frac{5}{2} \cdot 2,5 = 10 - 6,25 = 3,75$$

$$\log \left(\frac{1}{10x^{5/3-2/3}} \right) = \log \left(\frac{1}{10x^{3/3}} \right) = \log \frac{1}{10x}$$