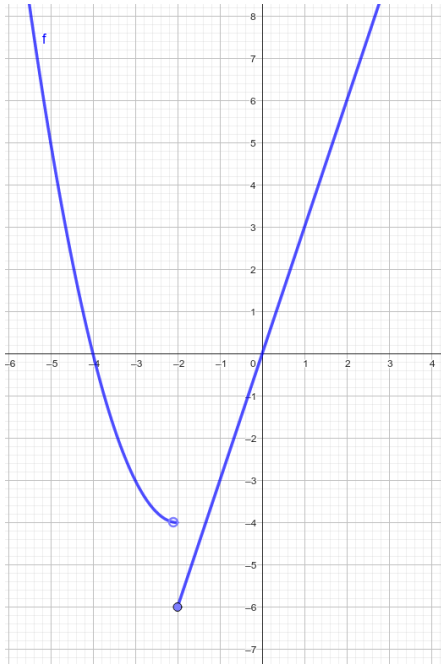


1. Calcula los límites de las funciones a partir de sus gráficas:

a)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$

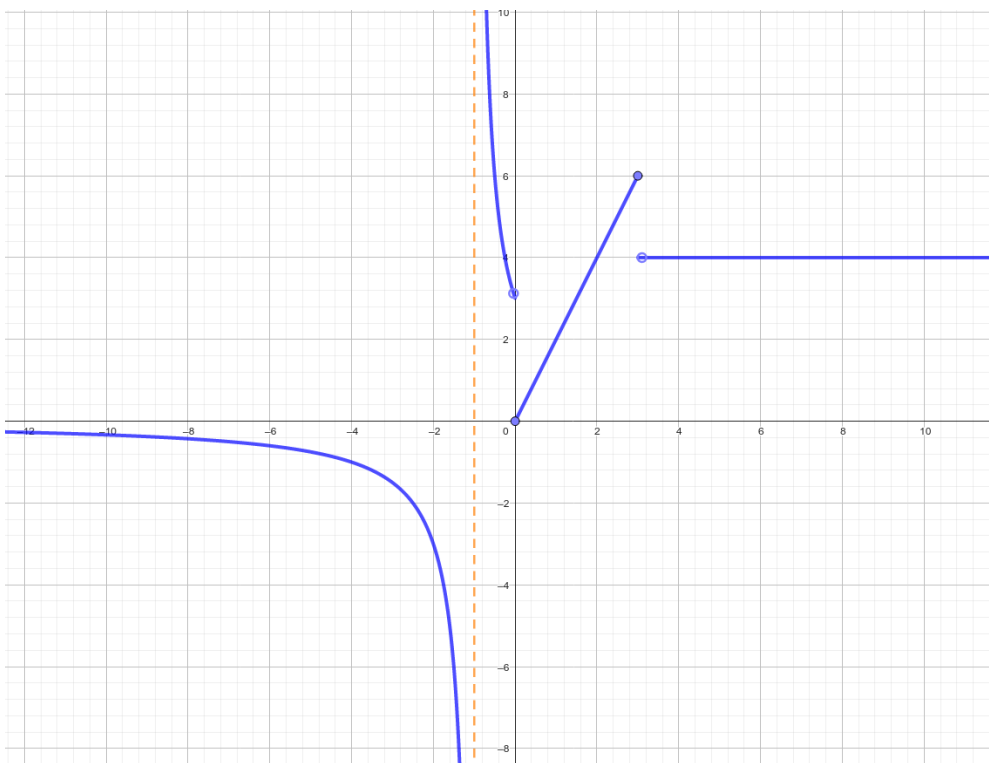
$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

b)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

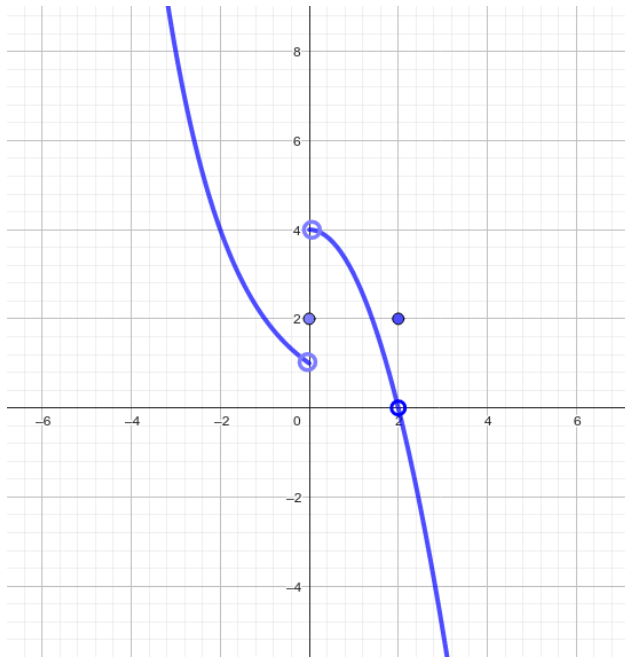
$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

c)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

2. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x}{x+2} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} (3x+4)^3 =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x+2} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{(x+2)^2} =$

e)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{(x+2)^2} =$

f)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{x^2-1} =$

g)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x^2-16} =$

h)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sqrt{x+5}-5} =$

i)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x+5}-5} =$

j)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{x^2-4} \cdot \frac{3x-1}{3x} =$

k)  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{4x+5}-3 =$

l)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\operatorname{sen}x}{\operatorname{cos}x} =$

m)  $\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{2x+6}-3)^{2x+3} =$

n)  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{3x-2}{4x+4} \right)^{\frac{x}{x-2}} =$

3. Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  en la funciones definidas a trozos:

a)  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 2(x-1) & x > 1 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 2 \\ \frac{x-1}{4} & x \geq 2 \end{cases}$

## TEMA 9 LÍMITES DE FUNCIONES

### 1. LÍMITE EN UN PUNTO. CONTINUIDAD

4. Representa las funciones definidas a trozos y estudia su continuidad indicando el tipo de discontinuidad si la hay:

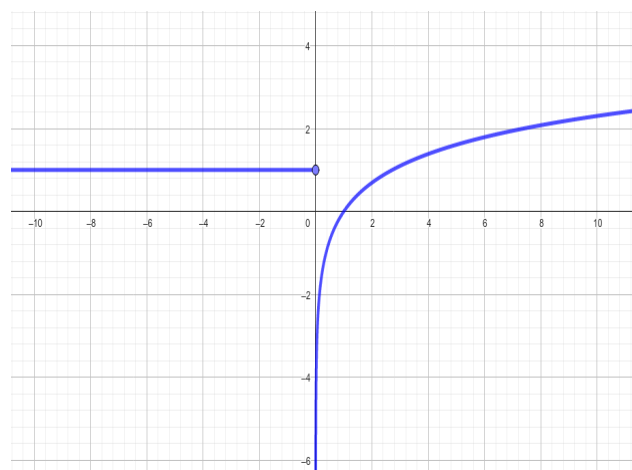
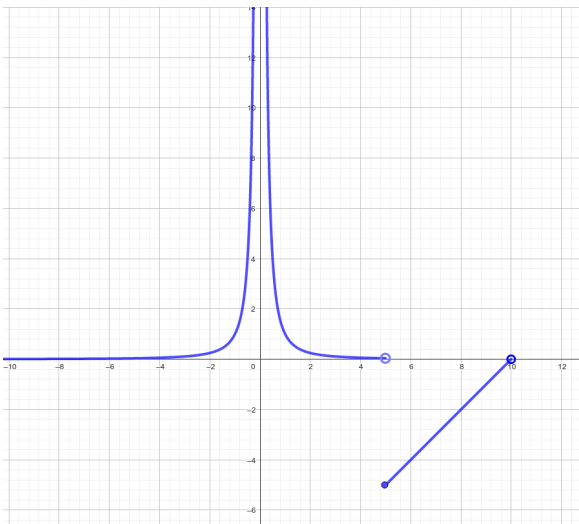
$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ 2^x & x > 0 \end{cases} \\
 \text{b) } g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ 2x+1 & x > 0 \end{cases} \\
 \text{c) } h(x) = \begin{cases} x^2-4 & x < 3 \\ 2 & 3 \leq x < 6 \\ 11-x & x \geq 6 \end{cases}
 \end{array}$$

5. Indica el dominio, la continuidad y los puntos de discontinuidad de estas funciones indicando el tipo de discontinuidad que presentan:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x+3}{x+2} \quad \text{b) } f(x) = \log(x-2) \quad \text{c) } f(x) = 3^{x+2} \quad \text{d) } f(x) = \sqrt{2x-4}$$

6. Estudia la continuidad de estas funciones indicando los tipos de discontinuidad si los hay:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 5 \\ x-10 & 5 \leq x < 10 \end{cases} \\
 \text{b) } f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ \ln x & x > 0 \end{cases}
 \end{array}$$



7. Calcula el valor de los parámetros a y b que hacen continuas las funciones:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x-a & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 3x+b & x > 1 \end{cases} \\
 \text{b) } g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x-a} & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ 2^{x-b} & x > 0 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c) } h(x) = \begin{cases} x^2-ax-4 & x < 3 \\ b-x & x \geq 3 \end{cases} \\
 \text{d) } h(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}x+a & 0 \leq x < \pi \\ \operatorname{cos}x & x = \pi \\ \operatorname{tg}(x-b) & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}
 \end{array}$$

8. Calcula los siguientes límites resolviendo las indeterminaciones:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-8x+16} =$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{\sqrt{x+6}-3} =$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{3x+4}-\sqrt{5x-4}} =$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 - \sin x} =$$

9. Las siguientes funciones presentan una discontinuidad evitable en  $x = 2$ , redefine el valor de  $f(2)$  para que sean continuas en ese punto:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & x < 2 \\ 2 & x = 2 \\ \frac{x}{8} & x > 2 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{1-\sqrt{x-1}} & x < 2 \\ 1 & x = 2 \\ x-4 & x > 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2-x-4 & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \log(4x+2) & 0 < x < 2 \\ 4 & x = 2 \\ 2^{x-1}-1 & x > 2 \end{cases}$$

10. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2-9}{x^3-3x^2}$  halla  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ .

Estudia su continuidad y clasifica sus discontinuidades. Indica que valor debería tomar  $f(x)$  en  $x = 3$  para evitar la discontinuidad.