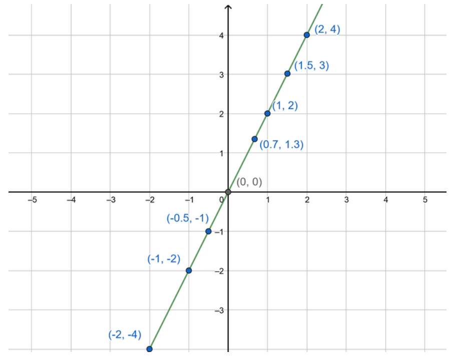
1. FUNCIONES LINEALES: y = mx + n

Su gráfica es una recta con **pendiente m**, que pasa por el punto **(0, n)**. Al parámetro **n** se le llama **ordenada en el origen**.

Si **n = 0** la recta pasa por el origen (0,0): **y = mx (función de proporcionalidad directa)**

Ejemplo: y = 2x

x	y =2x
0	0
1	2

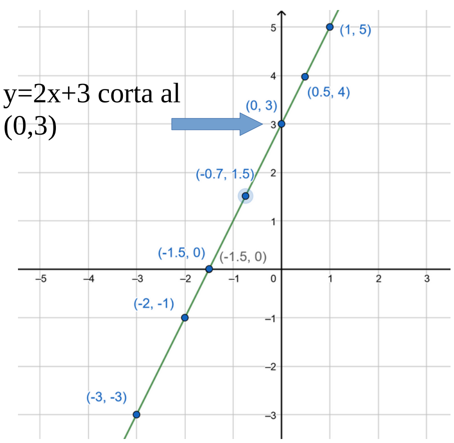


Si $n \neq 0$ **l**a recta pasa por (0,n): **y = mx +n (función afín)**

Ejemplo: y = 2x +3

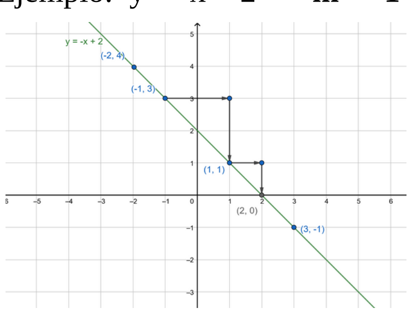
x	y =2x +3
0	3
1	5

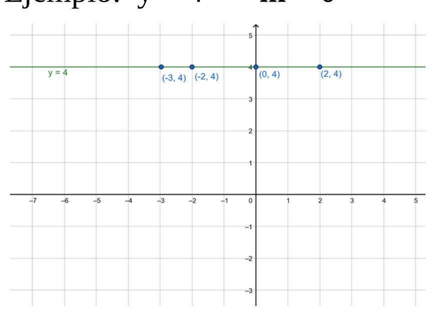
La recta y=2x+3 corta al eje Y en (0,3)

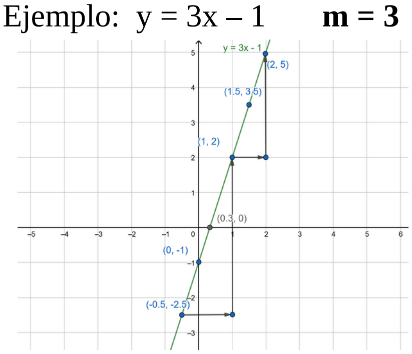


El parámetro **m, la pendiente de la recta**, mide la variación de las y con respecto a las x. Sean dos puntos de la recta y = mx + n: (x_1, y_1) e (x_2, y_2)

$$\boxed{m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}$$

<table>
<tr><th colspan="3">CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES LINEALES</th></tr>
<tr><th>m<0 Función decreciente</th><th>M=0 Función constante</th><th>m>0 Función creciente</th></tr>
<tr>
<td>Ejemplo: y = -x + 2 m = -1


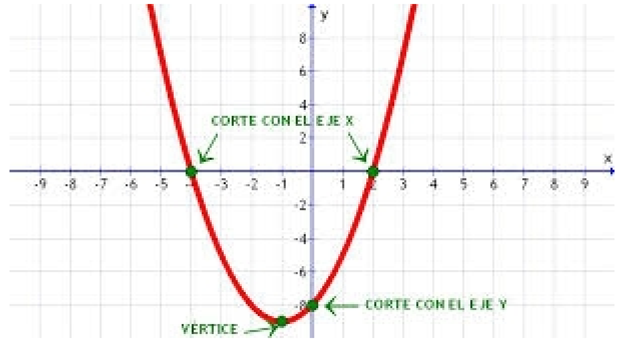
Dominio: ℝ
Recorrido: ℝ
Decrecimiento: ℝ
Máximos e mínimos: No hay</td>
<td>Ejemplo: y = 4 m = 0


Dominio: ℝ
Recorrido: {4}
Constante: ℝ
Máximos e mínimos: No hay</td>
<td>Ejemplo: y = 3x – 1 m = 3


Dominio: ℝ
Recorrido: ℝ
Crecimiento: ℝ
Máximos e mínimos: No hay</td>
</tr>
</table>

2. FUNCIONES CUADRÁTICAS: $y = ax^2 + bx + c$

Las funciones polinómicas de 2º grao se denominan funciones cuadráticas y a su representación es una parábola con los siguientes puntos característicos:



1- Puntos de corte con el eje X: $y = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$

2- Punto de corte con el eje Y: $x = 0$
$y = c \quad \rightarrow \quad (0, c)$

3- Vértice: $x = \dfrac{-b}{2a}$ (también eje de simetría)

4- Convexidad U si **$a > 0$** $\rightarrow$ El vértice es un **mínimo**
Concavidad ∩ si **$a < 0$** $\rightarrow$ El vértice es un **máximo**

Ejemplo: Representa la función cuadrática y analiza sus características: $f(x) = 3x^2 - 9x - 12$

1- Puntos de corte con el eje X:

$y = 0$ $\quad 3x^2 - 9x - 12 = 0 \qquad x = \dfrac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{9 \pm 15}{6}$

Los puntos de corte con el eje X son **(4, 0) e (-1, 0)**

2- Punto de corte con el eje Y: **$x = 0$** $\quad f(0) = -12$ el punto de corte con el eje Y es **(0, -12)**

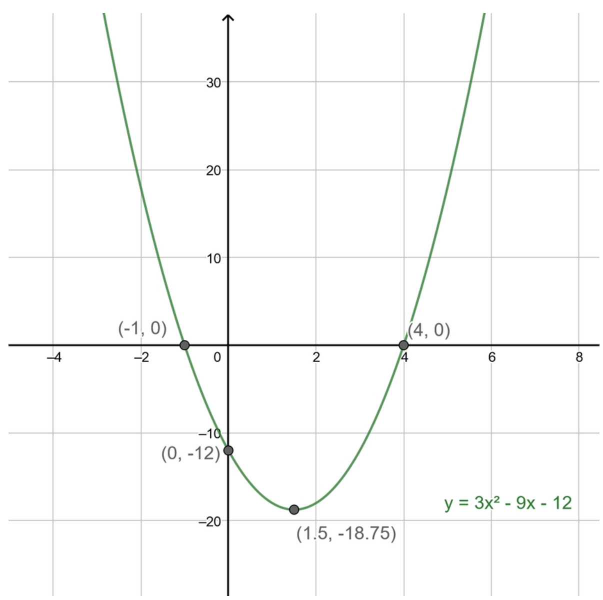
3- Vértice: $x = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{-(-9)}{2 \cdot 3} = \dfrac{9}{6} = 1{,}5 \qquad f(1{,}5) = 3 \cdot 1{,}5^2 - 9 \cdot 1{,}5 - 12 = -18{,}75$

El vértice de la parábola es el punto **(1,5, -18,75)**

4- $a = 3 > 0$ por lo tanto la parábola es convexa **U** el vértice es un **mínimo**

El vértice es también el eje de simetría por lo tanto damos valores mayores y menores que 1,5 en la tabla de valores:

x	**$y = 3x^2 - 9x - 12$**
-2	18
-1	0
0	-12
1	-18
1,5	**-18,75**
2	-18
3	-12
4	0
5	18



Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: $[-18{,}75, +\infty)$
Decrecimiento: $(-\infty, 1{,}5]$
Crecimiento: $[1{,}5, +\infty)$
Mínimo: (1,5 , -18,75)
Convexidad: $\mathbb{R}$

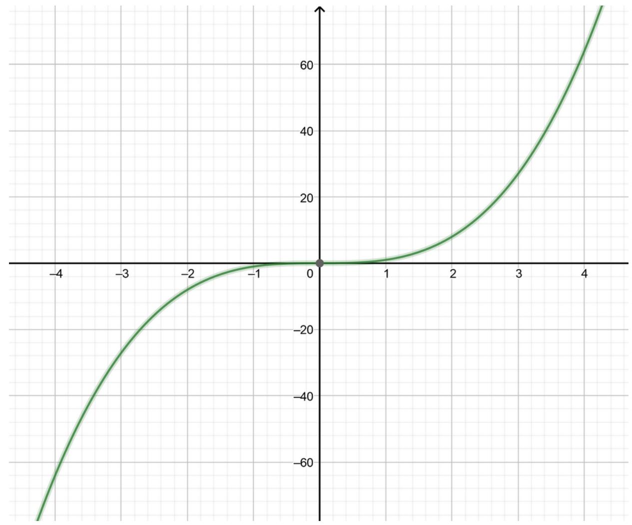
3. FUNCIONES POLINÓMICAS

Ejemplo: $y = x^3$

1- Punto de corte eje X: $y = 0 \quad x^3 = 0 \quad x = 0 \rightarrow (0, 0)$
2- Punto de corte eje Y: $x = 0 \quad y = 0^3 = 0$

3- Tabla de valores:

x	$y = x^3$
-4	-64
-3	-27
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8
3	27
4	64



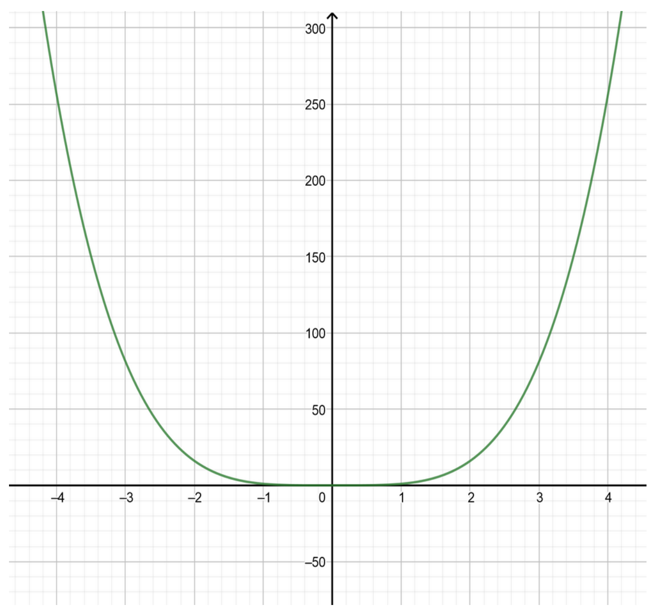
Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: $\mathbb{R}$ Crecimiento: $\mathbb{R}$ Máximos e mínimos: No hay
Concavidad: $(-\infty, 0)$ Convexidad: $(0, +\infty)$ Punto de inflexión: (0, 0)

Ejemplo: $y = x^4$

1- Punto de corte eje X: $y = 0 \quad x^4 = 0 \quad x = 0 \rightarrow (0, 0)$
2- Punto de corte eje Y: $x = 0 \quad y = 0^4 = 0$

3- Tabla de valores:

x	$y = x^4$
-4	256
-3	81
-2	16
-1	1
0	0
1	1
2	16
3	81
4	256



Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: $[0, +\infty)$ Crecimiento: $(0, +\infty)$ Decrecimiento: $(-\infty, 0)$
Máximos: No hay Mínimo: (0, 0) Convexidad: $\mathbb{R}$ Punto de inflexión: No hay

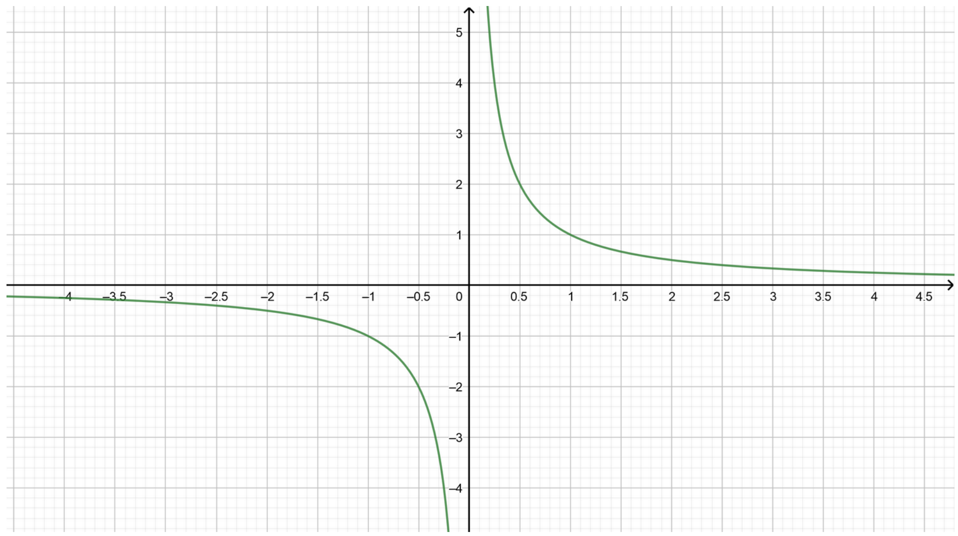
4. FUNCIONES RACIONALES: $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$

Ejemplo: $\boldsymbol{y=\dfrac{1}{x}}$ **(Modelo de gráficas do tipo y=k/x con k>0)**

1- Punto de corte eje X: y = 0 No tiene solución 2- Punto de corte eje Y: x = 0 No se puede dividir entre 0 (este valor no pertenece al dominio)

3- Tabla de valores:

x	y= 1/x
-10	-0,1
-4	-0,25
-2	-0,5
-1	-1
-0,5	-2
-0,1	-10
0,1	10
0,5	2
1	1
2	0,5
4	0,25
10	0,1



Dominio: $\mathbb{R}-\{0\}$ Recorrido: $\mathbb{R}-\{0\}$ Decrecemento: $\mathbb{R}-\{0\}$
Máximos e mínimos: Non hai

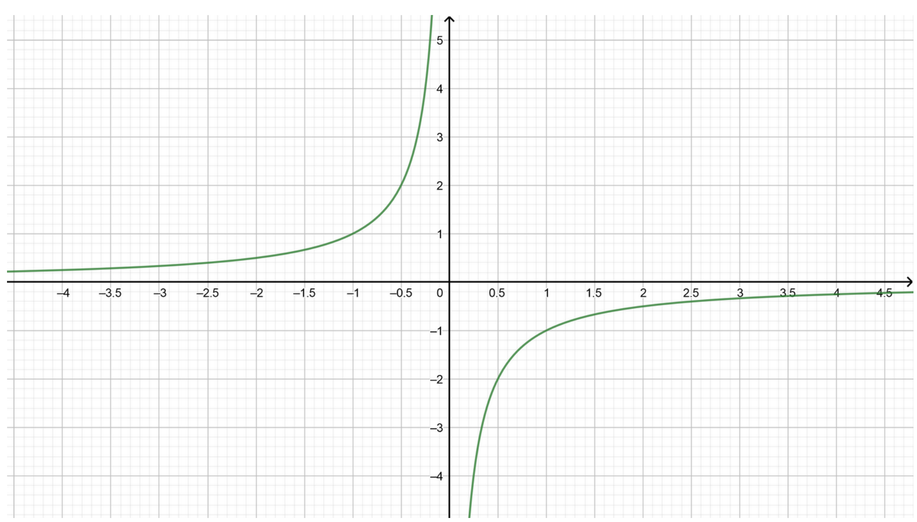
Concavidad: $(-\infty,0)$ Convexidad: $(0,+\infty)$ Punto de inflexión: No hay
Asíntota vertical: x = 0 (eje Y) Asíntota horizontal: y = 0 (eje X)

Ejemplo: $\boldsymbol{y=\dfrac{-1}{x}}$ **(Modelo de gráficas do tipo y=k/x con k<0)**

1- Punto de corte eje X: y = 0 Non ten solución
2- Punto de corte eje Y: x = 0 Non se pode dividir entre 0 (este valor non pertence ao dominio)

3- Tabla de valores:

x	y= -1/x
-10	0,1
-4	0,25
-2	0,5
-1	1
-0,5	2
-0,1	10
0,1	-10
0,5	-2
1	-1
2	-0,5
4	-0,25
10	-0,1



Dominio: $\mathbb{R}-\{0\}$ Recorrido: $\mathbb{R}-\{0\}$ Crecemento: $\mathbb{R}-\{0\}$
Máximos e mínimos: Non hai

Concavidad: $(0,+\infty)$ Convexidad: $(-\infty,0)$ Punto de inflexión: No hay
Asíntota vertical: x = 0 (eje Y) Asíntota horizontal: y = 0 (eje X)

Representar funciones del tipo $y=\frac{ax+b}{x+c}$ **:**

Ejemplo: $y=\frac{3x-4}{x-2}$

1) Dividimos (3x - 4) : (x – 2) por Ruffini por ejemplo:

	3	-4
2		6
	3	2

Cociente: 3 Resto: 2

2) Teniendo en cuenta que Dividendo = divisor *cociente + resto

$$y=\frac{3x-4}{x-2}=\frac{(x-2)\cdot 3+2}{x-2}=3+\frac{2}{x-2}$$

3) Podemos representar la función como traslación de 3 unidades en vertical e 2 en horizontal.

Dominio: $\mathbb{R}-\{2\}$ Recorrido: $\mathbb{R}-\{3\}$ Decrecimiento: $\mathbb{R}-\{2\}$ Máximos e mínimos: No hay

Concavidad: $(-\infty,2)$ Convexidad: $(2,+\infty)$ Punto de inflexión: No hay

Asíntota vertical: x = 2 Asíntota horizontal: y = 3

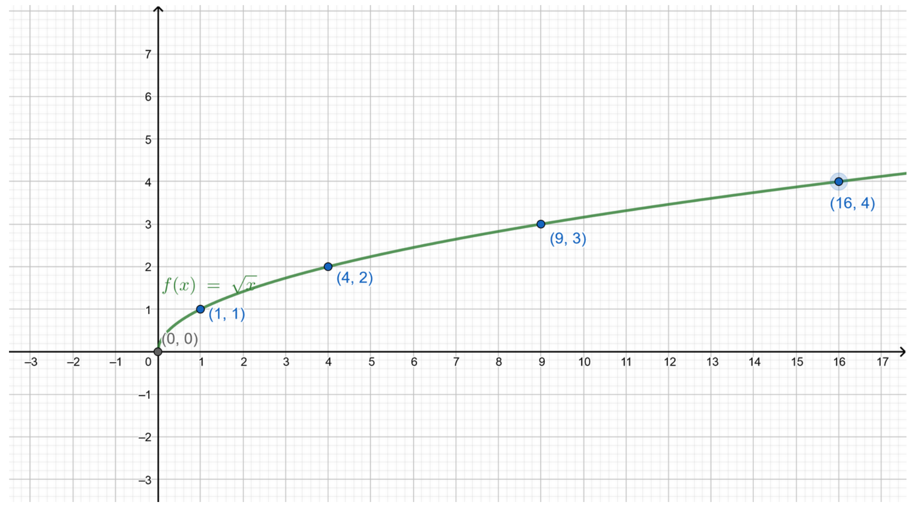
5. FUNCIONES RADICALES: $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$

Ejemplo: $y=+\sqrt{x}$ Si la raíz es par debemos escoger uno de los valores positivo o negativo de la raíz.

1, 2 - Puntos de corte ejes X e Y : x = 0 y=0

3- Tabla de valores: $x\geq 0$

x	$y=+\sqrt{x}$
0	0
1	1
2	$+\sqrt{2}$
3	$+\sqrt{3}$
4	2
5	$+\sqrt{5}$
9	3



Dominio: $[0,+\infty)$ Recorrido: $[0,+\infty)$ Crecimiento: $[0,+\infty)$ Máximos: No hay

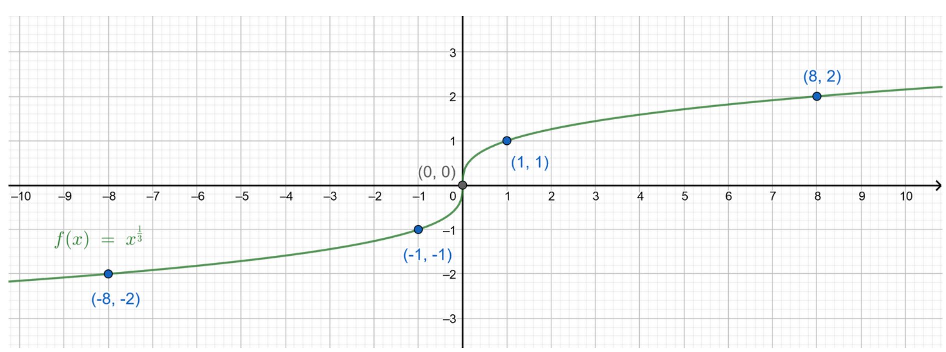
Mínimo: (0, 0) Concavidad: $[0,+\infty)$ Punto de inflexión: No hay

Ejemplo: $y=\sqrt[3]{x}$

1, 2 - Puntos de corte ejes X e Y : x = 0 y=0

3- Tabla de valores:

x	$y=\sqrt[3]{x}$
-27	-3
-8	-2
-2	$\sqrt[3]{-2}\simeq -1{,}26$
-1	-1
0	0
1	1
2	$\sqrt[3]{-2}\simeq 1{,}26$
8	2
27	3



Dominio: ℝ Recorrido: ℝ Crecimiento: ℝ Máximos e mínimos: No hay
Convexidad: $(-\infty,0)$ Concavidad: $(0,+\infty)$ Punto de inflexión: (0,0)

6. FUNCIONES EXPONENCIALES: y = a^x ($a\in(0,+\infty)$ e $a\neq1$)

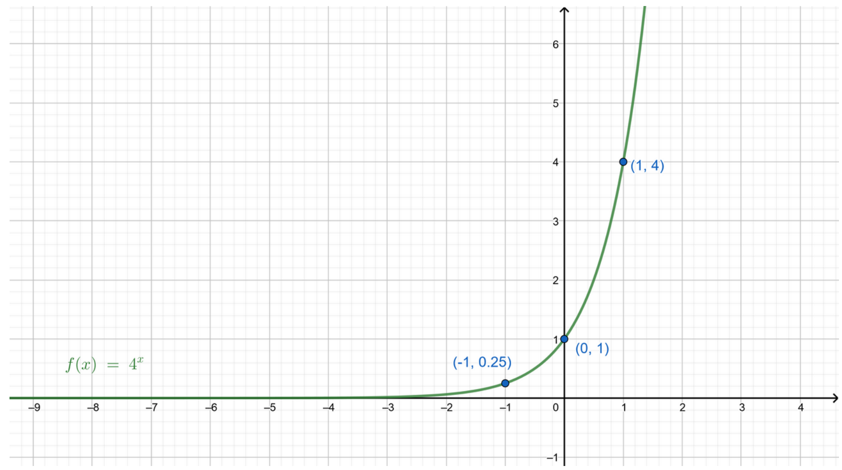
Ejemplo: y = 4^x (a > 1)

1- Punto de corte eje X: y = 0 $4^x = 0$ Non ten solución $\rightarrow$ No hay punto de corte con el eje X

2- Punto de corte eje Y: x = 0 $4^0 = 1$ $\rightarrow$ (0, 1)

3- Tabla de valores:

x	$y=4^x$
-10	$4^{-10}=0{,}00000095$
-8	$4^{-8}=0{,}000015$
-2	$4^{-2}=0{,}0625$
-1	$4^{-1}=1/4=0{,}25$
0	$4^0=1$
1	4
2	16
8	65536
10	1048576



Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: $(0,+\infty)$ Crecimiento: $\mathbb{R}$ Máximos e mínimos: No hay

Convexidad: $\mathbb{R}$ Punto de inflexión: No hay Asíntota horizontal: y = 0 (eje X)

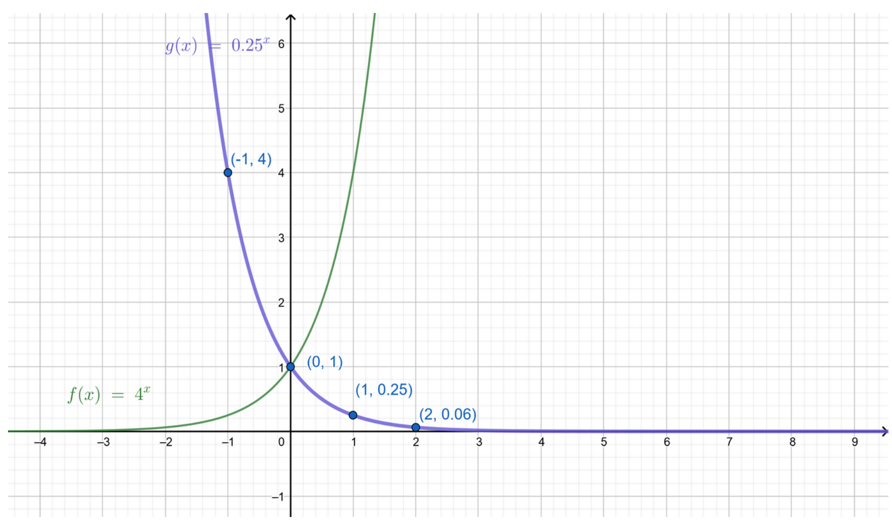
Ejemplo: y = (1/4)^x = 4^{-x} (0 < a < 1) (Simétrica respecto del eje Y de la función y = 4^x)

1- Punto de corte eje X: y = 0 $4^{-x} = 0$ No tiene solución $\rightarrow$ No hay punto de corte con el eje X

2- Punto de corte eje Y: x = 0 $4^0 = 1$ $\rightarrow$ (0, 1)

3- Tabla de valores:

x	$y=(1/4)^x=4^{-x}$
-10	$4^{10}=1048576$
-8	65536
-2	16
-1	4
0	$4^0=1$
1	0,25
2	0,0625
8	0,000015
10	0,00000095



Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: $(0,+\infty)$ Decrecimiento: $\mathbb{R}$ Máximos e mínimos: No hay

Convexidad: $\mathbb{R}$ Punto de inflexión: No hay Asíntota horizontal: y = 0 (eje X)

7. FUNCIONES LOGARÍTMICAS: $f(x)=\log_a x \quad (\ a\in(0,+\infty) \ e \ a\neq 1 \ )$

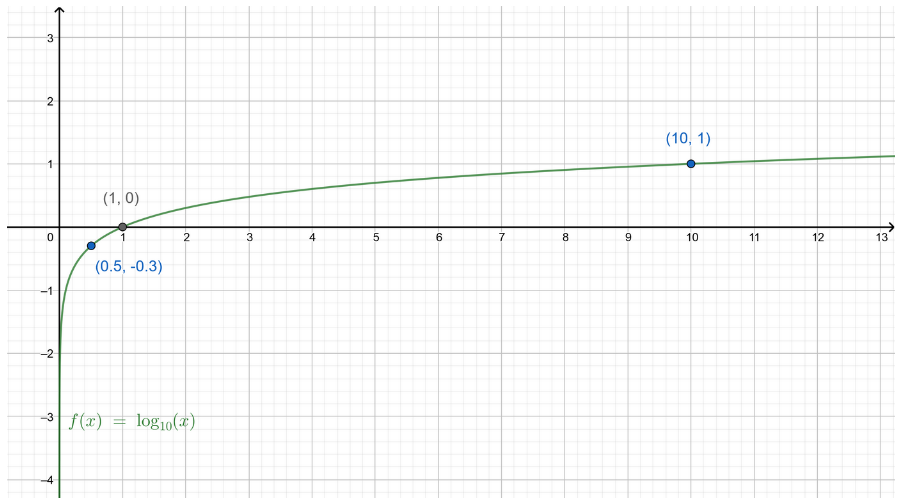
Ejemplo: y = logx

1- Punto de corte eje X: y = 0 logx = 0 → x = 1 → (1, 0)

2- Punto de corte eje Y: x = 0 No pertenece al dominio de la función

3- tabla de valores:

x	$y=logx$
0,0001	-4
0,001	-3
0,01	-2
0,1	-1
0,5	-0,3
1	0
10	1
100	2
1000	3



Dominio: $(0,+\infty)$ Recorrido: $\mathbb{R}$ Crecimiento: $(0,+\infty)$ Máximos e mínimos: No hay

Concavidad: $(0,+\infty)$ Punto de inflexión: No hay Asíntota vertical: x = 0 (eje Y)

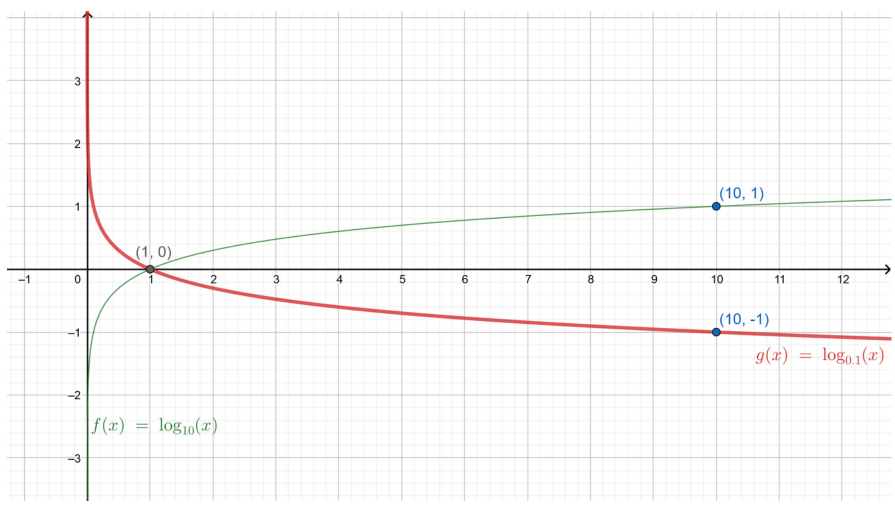
Ejemplo: y = $\log_{1/10}$x

1- Punto de corte eje X: y = 0 $\log_{1/10}x = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 0)$

2- Punto de corte eje Y: x = 0 No pertenece al dominio de la función

3- tabla de valores:

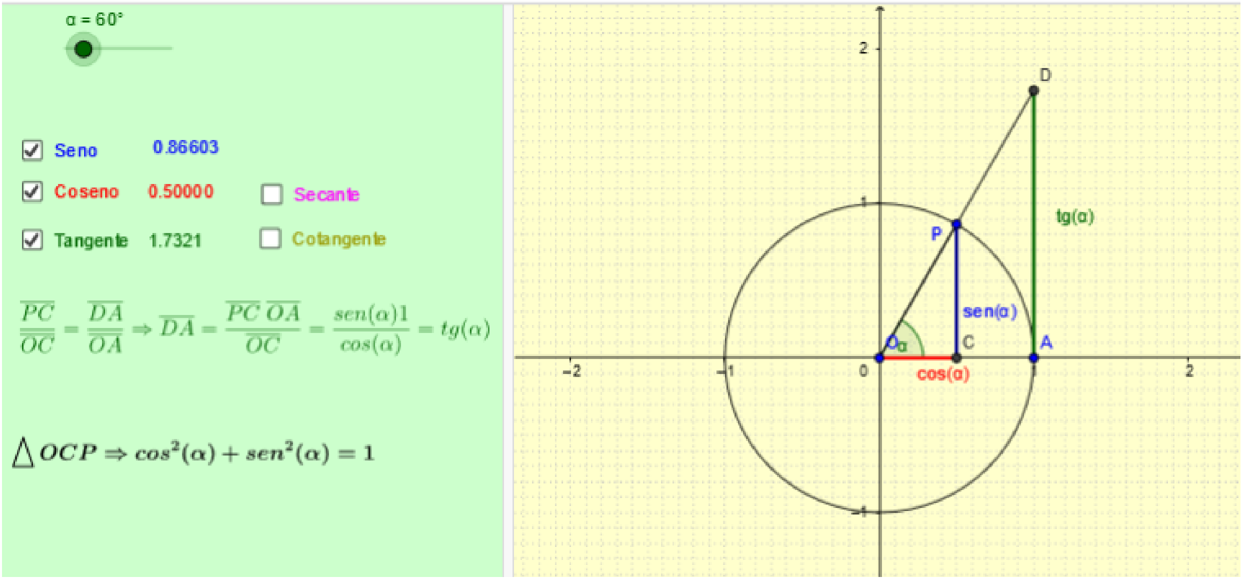
x	$y=\log_{0,1} x$
0,0001	4
0,001	3
0,01	2
0,1	1
0,5	0,3
1	0
10	-1
100	-2
1000	-3



Dominio: $(0,+\infty)$ Recorrido: $\mathbb{R}$ Decrecimiento: $(0,+\infty)$ Máximos e mínimos: No hay
Convexidad: $(0,+\infty)$ Punto de inflexión: No hay Asíntota vertical: x = 0 (eje Y)

8. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS:

Repasa las razones trigonométricas de un ángulo pinchando en la imagen:



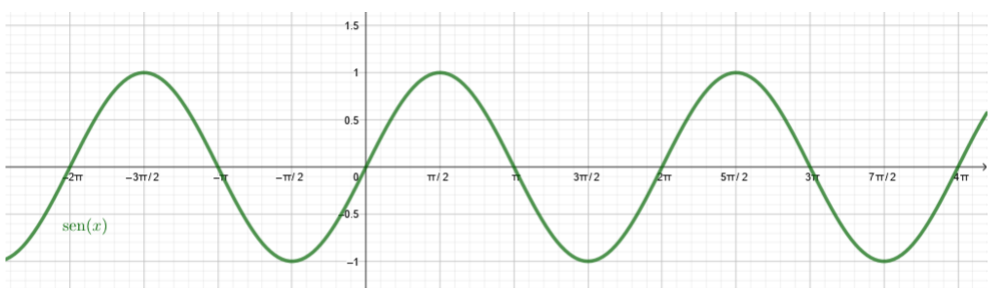
FUNCIONES SENO Y COSENO: f(x) = sen x

En esta imagen los ángulos varían entre 0º e 360º pero podríamos calcular seno y coseno para cualquier valor. Por lo tanto, su dominio es $\mathbb{R}$.

Generalmente los ángulos se escriben en radianes: 360º equivalen a 2π. Son funciones periódicas de periodo 2π.

Representamos la gráfica a partir de la tabla de valores de 0 a 2π, al ser periódica repetimos la gráfica a izquierda y a derecha.

x	f(x) = sen x
0	0
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0{,}7071$
$\frac{\pi}{2}$	1
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0{,}7071$
π	0
$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2} \simeq -0{,}7071$
$\frac{3\pi}{2}$	-1
$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2} \simeq -0{,}7071$
2π	0



Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: [-1, 1] el seno toma valores entre -1 y 1

Crecemento: $\ldots \cup \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right) \cup \ldots$

Decrecemento: $\ldots \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right) \cup \ldots$

Máximos: $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ 1\right),\ n \in \mathbb{Z}$

Mínimos: $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ -1\right),\ n \in \mathbb{Z}$

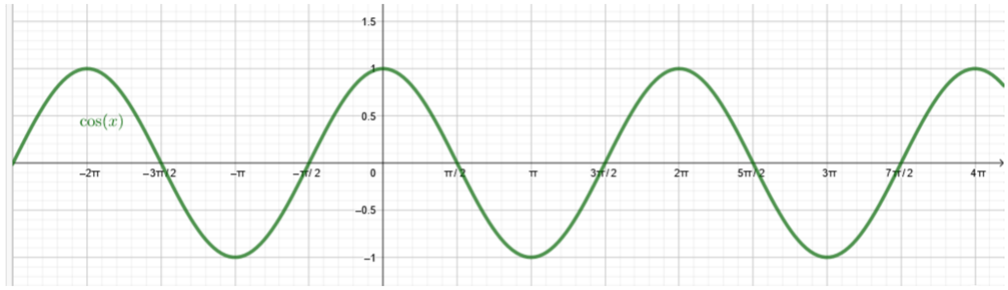
∩ Concavidad: $\ldots \cup (-2\pi, -\pi) \cup (0, \pi) \cup \ldots$

U Convexidad: $\ldots \cup (-\pi, 0) \cup (\pi, 2\pi) \cup \ldots$

Puntos de inflexión: $(\pi n,\ 0),\ n \in \mathbb{Z}$

Periodicidad: Es periódica con período 2π .

x	f(x) = cos x
0	1
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0{,}7071$
$\frac{\pi}{2}$	0
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2} \simeq -0{,}7071$
π	-1
$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2} \simeq -0{,}7071$
$\frac{3\pi}{2}$	0
$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0{,}7071$
2π	1



Dominio: $\mathbb{R}$ Recorrido: [-1, 1] el coseno toma valores entre -1 y 1

Crecemento: $\ldots \cup (-\pi, 0) \cup (\pi, 2\pi) \cup \ldots$

Decrecemento: $\ldots \cup (-2\pi, -\pi) \cup (0, \pi) \cup \ldots$

Máximos: $(2n\pi,\ 1),\ n \in \mathbb{Z}$

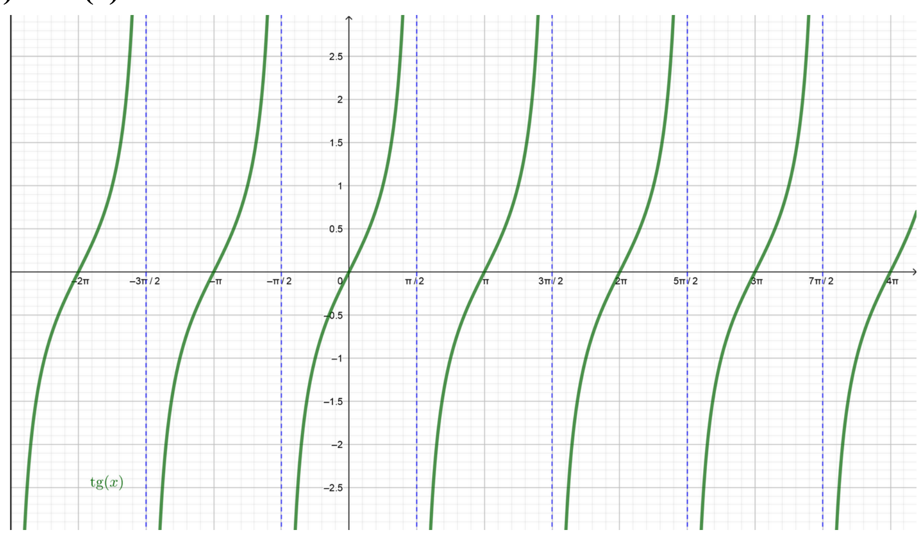
Mínimos: $((2n-1)\pi,\ -1),\ n \in \mathbb{Z}$

∩ Concavidad: $\ldots \cup \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right) \cup \ldots$ U Convexidad: $\ldots \cup \left(\frac{-3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \cup \ldots$

Puntos de inflexión: $\left((2n-1)\frac{\pi}{2},\ 0\right),\ n \in \mathbb{Z}$ Periodicidad: Es periódica con período 2π .

FUNCIÓN TANGENTE: f(x) = tx (x)

x	f(x) = tx (x)
0	0
$\pi/4$	1
$\pi/2-0{,}01$	99,997
$\pi/2+0{,}01$	-99,997
$3\pi/4$	-1
π	0
$5\pi/\ 4$	1
$3\pi/2-0{,}001$	99,997
$3\pi/2+0{,}001$	-99,997
$7\pi/4$	-1
2π	0



Dominio: $\mathbb{R} - \left\{\frac{-3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots\right\}$ non pertencen ao dominio os puntos onde o coseno é cero

Recorrido: $\mathbb{R}$

Crecemento: En todo o dominio Máximos e mínimos: Non hai

∩ Concavidade: $\ldots \cup \left(\frac{-3\pi}{2}, -\pi\right) \cup \left(\frac{-\pi}{2}, 0\right) \cup \ldots$ U Convexidade: $\ldots \cup \left(-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \ldots$

Puntos de inflexión: $\left(\frac{n\pi}{2},\ 0\right),\ n \in \mathbb{Z}$ Periodicidade: Es periódica con período π .

9. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

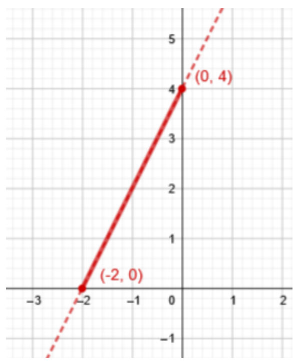
Ejemplo: $f(x)=\begin{cases} 2x+4 & -2\leq x\leq 0 \\ x^2+4 & 0<x\leq 2 \\ \log_2 x & x>2 \end{cases}$ esta función tiene distintas expresiones algebraicas dependiendo del intervalo donde se encuentre x.

Solución:

1º) Representamos la función en cada uno de los intervalos teniendo en cuenta los valores en los extremos:

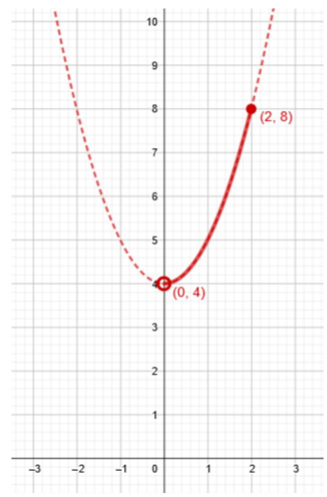
Primer intervalo: [-2, 0] La función es una recta, bastan dos puntos para representarla:

x	f(x)=2x+4
-2	0
0	4



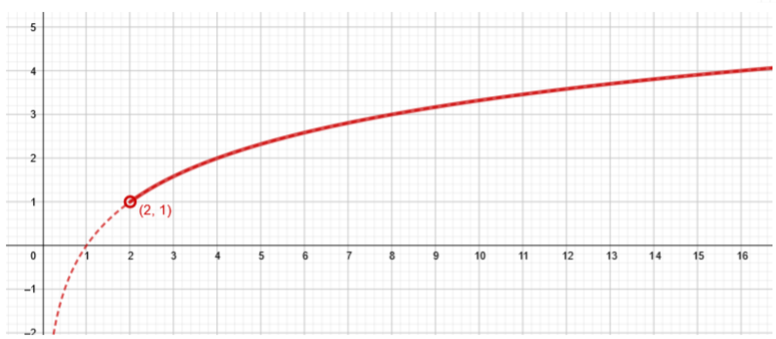
Segundo intervalo: (0, 2] La función es una parábola.
Punto de corte eje Y: (0, 4) Vértice: (0, 4)
Convexa

x	$f(x)=x^2+4$
-2	8
0	4
2	8

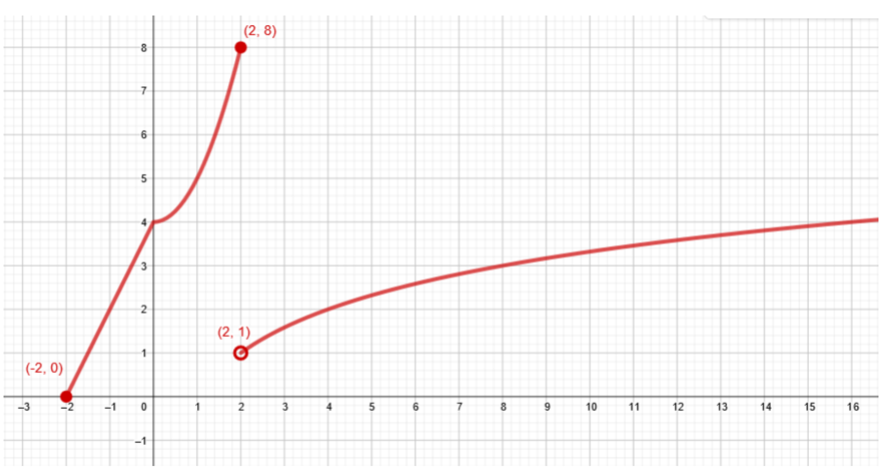


Tercer intervalo: $(2,+\infty)$ Función logarítmica en base dos

x	$f(x)=\log_2 x$
2	1
4	2
8	3



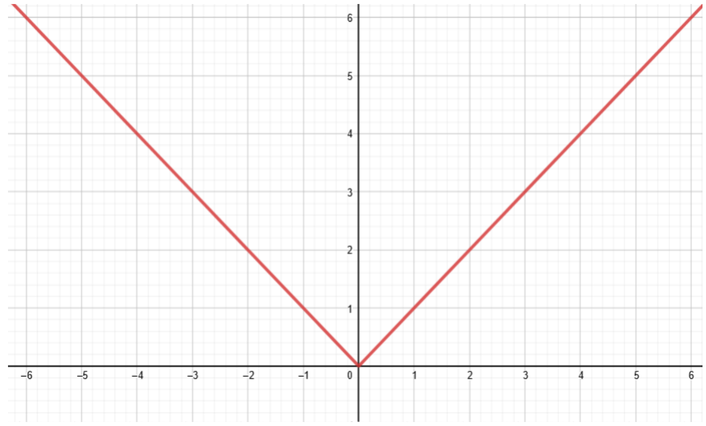
2º) Tomamos la representación de cada una de las funciones en el tramo correspondiente:



Dominio: $[-2,+\infty)$
Recorrido: [0, 8]
Creciente: En todo el dominio
Máximo: (2, 8)
Mínimo: (-2, 0)
Convexidad: (0, 2)
Concavidad: $(2,+\infty)$

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO: f(x) = | x |

$$f(x)=\begin{cases} -x & x<0 \\ x & x\geq 0 \end{cases}$$

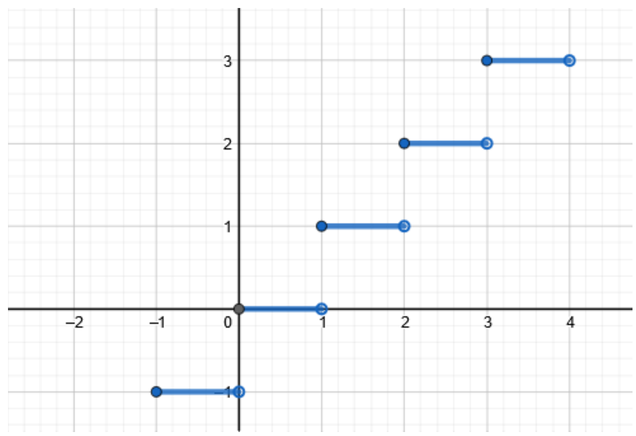


Dos rectas, una decreciente (m = -1) en los negativos y otra creciente (m = 1) en los positivos que pasan por el origen de coordenadas.

Dominio: $\mathbb{R}$
Recorrido: $[0,+\infty)$
Creciente: $(0,+\infty)$
Decreciente: $(-\infty,0)$
Máximo: No hay Mínimo: (0, 0)

FUNCIÓN PARTE ENTERA: f(x) = [x]

$$f(x)=\begin{cases} \dots & \\ -2 & -2\leq x<-1 \\ -1 & -1\leq x<0 \\ 0 & 0\leq x<1 \\ 1 & 1\leq x<2 \\ \dots & \end{cases}$$



Ejemplo: El servicio técnico de una marca de lavadoras cobra 20€ por desplazamiento y 10€ por cada hora trabajada (en unidades enteras). Representa el coste del servicio por cada hora facturada.

$$f(x)=\begin{cases} 20 & 0\leq x<1 \\ 20+10 & 1\leq x<2 \\ 20+2\cdot 10 & 2\leq x<3 \\ 20+3\cdot 10 & 3\leq x<4 \\ 20+4\cdot 10 & 4\leq x<5 \\ \dots & \end{cases}$$

f(x) = 20 + 10 [x]