

## TEMAS 7 – VECTORES

EJERCICIO 1 : Las coordenadas de dos vectores son  $\vec{a}(2,-3)$  y  $\vec{b}\left(-\frac{1}{2},2\right)$ . Obtén las coordenadas de :

a)  $-3\vec{a} + 2\vec{b}$     b)  $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$     c)  $\frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b})$

EJERCICIO 2 : Expresa el vector  $\vec{x}(5,-2)$  como combinación lineal de  $\vec{y}(1,-2)$  y  $\vec{z}\left(\frac{1}{2},2\right)$

EJERCICIO 3 : Dados los vectores  $\vec{u}(-1,4)$ ,  $\vec{v}(3,m)$  y  $\vec{w}(2,-3)$

- a) Calcula  $m$  para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.  
b) Halla el ángulo que forman  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$

EJERCICIO 4 : Considera los vectores  $\vec{x}(a,3)$  e  $\vec{y}(-1,b)$ . Halla los valores de  $a$  y  $b$  para que  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$  sean perpendiculares y  $|\vec{x}|=5$

EJERCICIO 5 : Dados  $\vec{x}(5,-4)$ ,  $\vec{y}(3,2)$  y  $\vec{z}(1,k)$

- a) Halla el valor de  $k$  para que  $\vec{x}$  e  $\vec{z}$  formen un ángulo de  $90^\circ$ .  
b) Halla un vector unitario con la misma dirección y el mismo sentido que  $\vec{x}$   
c) Halla un vector unitario con la misma dirección y sentido contrario que  $\vec{x}$   
d) Halla un vector de módulo 3 y perpendicular a  $\vec{x}$

EJERCICIO 6 :

- a) Halla el ángulo que forman los vectores  $\vec{a}\left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$  y  $\vec{b}(1,1)$   
b) ¿Cuál sería el valor de  $x$  para que el vector  $\vec{u}(1,x)$  fuera perpendicular al vector  $\vec{a}$ ?

EJERCICIO 7 : Dados los puntos  $A(2, -1)$ ,  $B(-3, 4)$  y  $C(0, -8)$ :

- a) Halla el punto medio del segmento de extremos  $A$  y  $B$ .  
b) Halla el simétrico de  $B$  con respecto a  $C$ .

EJERCICIO 8 : Averigua las coordenadas del punto  $P$ , que divide al segmento de extremos  $A(2,-4)$  y  $B(1,3)$  en dos partes tales que  $\vec{AP}$  es el triple de  $\vec{PB}$

EJERCICIO 9 : Halla las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices  $A(2, -3)$ ,  $B(4, 1)$  y  $C(-1, 2)$ .

EJERCICIO 10 : El punto medio del segmento  $AB$  es  $M(2, -1)$ . Halla las coordenadas de  $A$ , sabiendo que  $B(-3, 2)$ .

EJERCICIO 11 : Halla las coordenadas del vértice  $D$  del paralelogramo  $ABCD$ , sabiendo que  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(1, 3)$ .

EJERCICIO 12 : Dados los puntos  $A(2, -3)$ ,  $B(-1, 4)$  y  $C(x, 3)$ , determina el valor de  $x$  para que  $A$ ,  $B$  y  $C$  estén alineados.

EJERCICIO 13 :

- a) Calcular las componentes del vector cuyo origen es el punto  $A(2,-1)$  y cuyo extremo es  $B(4,7)$   
b) Calcular el punto medio del segmento determinado por los puntos  $A(2,-1)$  y  $B(4,7)$   
c) Calcular la longitud del segmento  $\vec{AB}$

EJERCICIO 14 : Calcular las componentes del vector que tiene su origen en el punto  $R(1, -\sqrt{2})$  y su extremo en el punto  $S=(-2, \sqrt{2})$ . Calcular el punto medio del segmento  $\overrightarrow{RS}$ . Calcular la longitud del segmento  $RS$ . Calcular el ángulo que forman los vectores  $\overrightarrow{AB}$  (Del ejercicio anterior) con  $\overrightarrow{RS}$ .

EJERCICIO 15 : Calcular el simétrico de  $A(1,2)$  respecto de  $B(3,-1)$

EJERCICIO 16 : Dados los puntos  $A(2,4)$  y  $B(17,-32)$  encontrar los puntos  $M$  y  $N$  que dividen el segmento  $AB$  en 3 partes iguales.

EJERCICIO 17: Dados los puntos  $A(-1,3)$ ,  $B(2,7)$ ,  $C(0,-2)$

- a) Calcular  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$       b) Calcular su modulo
- c) Calcular un vector paralelo a  $\overrightarrow{CA}$  de módulo 10
- d) Calcular un vector perpendicular a  $\overrightarrow{CA}$  de módulo 10
- e) Calcular un vector ortonormal a  $\overrightarrow{CA}$

EJERCICIO 18 : Calcular  $m$  para que los vectores  $(1,-3)$  y  $(m,-4)$

- a) Sean ortogonales
- b) Tengan -7 como producto escalar

EJERCICIO 19 : Dados los vectores  $\overrightarrow{v} (-1,7)$ ,  $\overrightarrow{w} (x,2)$ , calcular  $x$  para que:

- a) Sean ortogonales
- b) Sean paralelos
- c) Formen un ángulo de  $60^\circ$

EJERCICIO 20 : Escribir las coordenadas del vector  $\overrightarrow{a} = (6, -15)$  con respecto a la base  $\{(1,-2), (1,-3)\}$

EJERCICIO 21 : Hallar  $x$  para que el vector  $\overrightarrow{v} (-2,x)$

- a) Sea ortogonal con el vector  $(3,4)$
- b) Forme un ángulo de  $180^\circ$  con el vector  $(3,4)$

EJERCICIO 22 : Calcular un vector ortonormal al  $(1,-2)$  (es decir, ortogonal y unitario).

EJERCICIO 23 : Dado el vector  $\overrightarrow{u} = (4, -3)$  calcular:

- a) Un vector ortonormal a él.
- b) Un vector paralelo a  $u$  del mismo sentido y módulo 2.
- c) Un vector paralelo a  $u$  de sentido contrario y módulo 2.

EJERCICIO 24 : Calcular el punto  $C$  que divide el segmento  $AB$  en dos partes tal que una es el triple que la otra, siendo  $A = (-1,7)$  y  $B = (3,4)$ .

EJERCICIO 25 : Dados los vectores  $\overrightarrow{u} = (2,1)$  y  $\overrightarrow{v} = (m, l)$ . Calcular  $m$  para que:

- a)  $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  sean paralelos
- b)  $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  sean perpendiculares
- c)  $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  formen un ángulo de  $45^\circ$
- d)  $\overrightarrow{u}$  y  $\overrightarrow{v}$  tengan el mismo módulo

EJERCICIO 26 : Dado el vector  $\overrightarrow{u} = (4, -3)$  calcular:

- a) Un vector ortonormal a él.
- b) Un vector paralelo a  $u$  del mismo sentido y módulo 2.
- c) Un vector paralelo a  $u$  de sentido contrario y módulo 2.

EJERCICIO 27 : Dado el vector  $\vec{u} = (2,5)$ . Calcular

- Un vector ortonormal a  $\vec{u}$ .
- La proyección del vector  $\vec{v} = (1,-2)$  sobre  $\vec{u}$  y el vector proyección.
- Las coordenadas de  $\vec{u}$  en la base  $\{(4,3),(5,2)\}$

EJERCICIO 28 : Dado los vectores  $(2,4)$  y  $(3,-1)$

- Calcular el ángulo que forman
- Representarlos en un sistema de referencia.
- Calcular gráficamente su suma y su diferencia.

EJERCICIO 29 : Dados dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  tales que  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 3$  y forman un ángulo de  $60^\circ$ , Calcular:

- $|\vec{u} + \vec{v}|$
- El ángulo que forma  $\vec{u}$  con  $2\vec{v}$
- El ángulo que forma  $\vec{u}$  con  $-2\vec{v}$

EJERCICIO 30 : Calcular la proyección del vector  $\vec{u} = (2,3)$  sobre el vector  $\vec{v} = (-4,1)$ . Calcular también el vector proyección.

EJERCICIO 31 : Explica si los siguientes vectores forman una base del plano

- $(1,2)$   $(3,4)$
- $(2,3)$   $(4,5)$   $(1,0)$
- $(1,2)$   $(2,4)$
- $(0,0)$   $(2,5)$

En caso afirmativo expresar el vector  $(-1,2)$  como combinación lineal de dicha base.

EJERCICIO 32 : Escribe los vectores  $\vec{v} = (6,0)$ ,  $\vec{w} = (-12,-2)$ ,  $\vec{u} = (18,2)$  como combinación lineal de la base  $\{(-2,3),(8,-5)\}$

EJERCICIO 33 :

- Dada la base  $B = \{(2,1),(3,-1)\}$  calcular las coordenadas del vector  $\vec{v} = (1,3)$  en dicha base.
- Calcular un vector paralelo a  $\vec{u} = (3,-2)$  unitario y de sentido contrario.

EJERCICIO 34 : Dados los vectores  $\vec{u} = (2,4)$  y  $\vec{v} = (3,1)$ , halla el módulo del vector  $\vec{u} - \vec{v}$ .

EJERCICIO 35 : Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  dos vectores tales que  $|\vec{u}| = 9$  y  $(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = 17$ . Calcular el módulo de  $\vec{v}$ .

EJERCICIO 36 : Dos vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son tales que  $|\vec{a}| = 10$  y  $|\vec{b}| = 10\sqrt{3}$  y  $|\vec{a} + \vec{b}| = 20$ . Halla el ángulo que forman los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .

EJERCICIO 37 : Sabiendo que  $|\vec{a}| = 2$  y  $|\vec{b}| = 6$  y que ángulo que forman  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  es de  $60^\circ$ , calcular:  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ;  $|\vec{a} - \vec{b}|$