ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1.- Sea α un ángulo del primer cuadrante, sin hallar el ángulo calcula:

a) Si tg α = 2/5 halla tg($\pi/2 - \alpha$), tg($\pi - \alpha$), tg($\pi/2 + \alpha$), tg($\pi + \alpha$), tg($-\alpha$) y tg($3\pi/2 - \alpha$).

b) Si sen α = 3/4 halla sen($\pi/2 - \alpha$), sen($\pi - \alpha$), sen($\pi/2 + \alpha$), sen($\pi + \alpha$), sen($-\alpha$), sen($3\pi/2 - \alpha$) y sen($3\pi/2 + \alpha$)

c) Si cos α = 2/3 halla cos($\pi/2 - \alpha$), cos($\pi - \alpha$), cos($\pi/2 + \alpha$), cos($\pi + \alpha$), cos($-\alpha$), cos($3\pi/2 - \alpha$) y cos($3\pi/2 + \alpha$).

(Sol: a) 5/2; -2/5; 2/5; -2/5 y 5/2

b) $\frac{\sqrt{7}}{4}$; 3/ 4; $\frac{\sqrt{7}}{4}$; -3/4; -3/4; $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ y $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; -2/3; $-\frac{\sqrt{5}}{3}$; -2/3; 2/3; $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\frac{\sqrt{5}}{3}$)

2. Sabiendo que senα = 1/4, halla sen(2α), cos(2α) y tg(2α) sin calcular el ángulo α.

(Sol: $\sqrt{15}$ / 8; 7/ 8 y $\sqrt{15}$ / 7).

3. Sabiendo que cosα = 0,35, halla sen(α/2), cos(α/2) y tg(α/2) sin calcular el ángulo α.

(Sol: ± 0,57; ± 0,82 y 0,69).

4. Dado a un ángulo del 3º cuadrante tal que tg a= $\frac{\sqrt{3}}{3}$ halla las razones trigonométricas del ángulo 2a.

(Sol: sen(2a)= $\sqrt{3}$ /2, cos(2a)=1/2, tg(2a) = $\sqrt{3}$)

5. Sabiendo que tg(2a) = $\sqrt{3}$ y 2a es un ángulo del tercer cuadrante, halla sena y cosa. ¿De qué ángulo a se trata?

(Sol: sen a = $\sqrt{3}$ /2, cosa = -1/2, a = 120°)

6. Comprueba si son ciertas las siguientes igualdades:

a) $\frac{tg\alpha}{1+\sec\alpha} - \frac{tg\alpha}{1-\sec\alpha} = \frac{2}{sen\alpha}$ b) $\frac{sen\alpha + \cos\alpha \cdot tg\alpha}{\cos\alpha} = 2tg\alpha$ c) $\frac{\sec^4\alpha - 1}{tg^2\alpha} = \sec^2\alpha + 1$

d) $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - sen\alpha} = \frac{\cos\alpha\cdot(\cos\alpha - sen\alpha)}{1 - 2sen\alpha\cdot\cos\alpha}$ e) $\frac{2\cos^2\alpha - sen^2\alpha + 1}{\cos\alpha} = 3\cos\alpha$

f) $\frac{\cos\alpha}{1-sen\alpha} - \frac{1+sen\alpha}{\cos\alpha} = 0$ g) $\frac{\cos ec\alpha - sen\alpha}{ctg\alpha} - \frac{ctg\alpha}{\cos ec\alpha} = 0$ h) $\frac{\sec\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{\sec\alpha + 1}{sen^2\alpha}$

i) $(\sec\alpha - tg\alpha)\cdot(\cos ec\alpha + 1) = ctg\alpha$ j) $(sen^2\alpha - \cos^2\alpha) = sen^4\alpha - \cos^4\alpha$

(Sol: Son todas ciertas)

d) $\cos\alpha\cdot(1-2\,sen\,\alpha\cos\alpha)=\cos\alpha\cdot(\cos\alpha - sen\,\alpha)^2$ Es equivalente

$1-2\,sen\,\alpha\cos\alpha=(\cos\alpha - sen\,\alpha)^2$ Es equivalente

$(\cos\alpha - sen\,\alpha)^2=\cos^2\alpha+sen^2\alpha-2\,sen\,\alpha\cos\alpha=1-2\,sen\,\alpha\cos\alpha$ Queda demostrada la igualdad

j) $sen^4\alpha-\cos^4\alpha=(sen^2\alpha-\cos^2\alpha)\underbrace{(sen^2\alpha+\cos^2\alpha)}_{1}=sen^2\alpha-\cos^2\alpha$ (suma por diferencia)

7. Demostrar las siguientes identidades:

a) $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{sen^2\alpha+\cos 2\alpha}=2\,tg^2\alpha$

b) sen 2α cos α – sen α cos 2α = sen α

c) $1-sen\,\alpha=\left(sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)-\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2$

d) $\cos(2\alpha)+2\,sen^2\alpha=1$

e) $\dfrac{sen\,\alpha+sen(2\alpha)}{1+\cos\alpha+\cos(2\alpha)}=tg\,\alpha$

f) $\left(\dfrac{tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sen\,\alpha}-2\,sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1-\cos\alpha}{2\,sen\,\alpha}-\dfrac{sen^2\alpha}{2}$

d) $\cos(2\alpha)+2\,sen^2\alpha=1$

$$\cos(2\alpha)+2\,sen^2\alpha=\cos^2\alpha-sen^2\alpha+2\,sen^2\alpha=\cos^2\alpha+sen^2\alpha=1$$

e) $\dfrac{sen\,\alpha+sen(2\alpha)}{1+\cos\alpha+\cos(2\alpha)}=tg\,\alpha$

$$\frac{sen\,\alpha+sen(2\alpha)}{1+\cos\alpha+\cos(2\alpha)}=\frac{sen\,\alpha+2\,sen\,\alpha\cos\alpha}{1+\cos\alpha+\cos^2\alpha-sen^2\alpha}=\frac{sen\,\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha+2\cos^2\alpha}=\frac{sen\,\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha(1+2\cos\alpha)}=tg\,\alpha$$

f) $\left(\dfrac{tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sen\,\alpha}-2\,sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1-\cos\alpha}{2\,sen\,\alpha}-\dfrac{sen^2\alpha}{2}$

$$\left(\frac{tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sen\,\alpha}-2\,sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sen\,\alpha}-2\,sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{sen^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sen\,\alpha}-2\cdot\frac{1}{4}\cdot sen^2\alpha=$$

$$=\frac{\frac{1-\cos\alpha}{2}}{sen\,\alpha}-\frac{sen^2\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2\,sen\,\alpha}-\frac{sen^2\alpha}{2}$$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) cos 3x = $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (Sol: x=10º+k120º; x=110º+k·120º)

b) sen x + cos x = $\sqrt{2}$. (Sol: x=45º+k·360º)

c) sen x- 2cos 2x= -1/2 (Sol: 30º +k·360º, 150º +k·360º, 311º24’35’’ +k·360º y 228º35’25’’ +k·360º)

d) sen x cos x = 1/2 (Sol: x=45º+k·180º)

e) sen 2x=cos x (Sol: x=30º+k·360º; x=150º+k·360º; x=90º+k·180º)

f) 3 sen x + cos x = 1 (Sol: x=k·360º; x=143,13º+k·360º)

g) 2cos²x – sen²x + 1 = 0 (Sol: x=90º+k·180º)

h) sen²x-senx=0 (Sol: x=k·180º; x=90º+k·360º)

i) 2 cos²x - $\sqrt{3}$ cos x = 0 (Sol: x=90º+k·180º; x=30º+k·360º; x=330º+k·360º)

9. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

a) $\cos\left(\frac{\pi}{4}+2x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Sol: x= 19π/24+π k·; x = -π/24+π k)

$\pi/4 + 2x_1 = \pi/6+2\pi k$ –> $2x_1 = -2\pi/24+ 2\pi k$ –> $x_1 = -\pi/24+ \pi k$

$\pi/4 + 2x_2 = (2\pi - \pi/6)+2\pi k$ –> $2x_2 = 19\pi/12+ 2\pi k$ –> $x_2 = 19\pi/24+ \pi k$

b) $sen\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Sol: x= π/12+π k·; x = -π/12+π k)

$\pi/2 - 2x_1 = \pi/3 + 2\pi k$ –> $2x_1 = \pi/6+ 2\pi k$ –> $x_1 = \pi/12+ \pi k\cdot$

$\pi/2 – 2x_2 = (\pi - \pi/3) + 2\pi k$ –> $2x_2 = -\pi/6+ 2\pi k$ –> $x_2 = -\pi/12+ \pi k\cdot$

c) $tg\left(\pi-\frac{x}{2}\right)=-1$ (Sol: x = π/2 + 2πk)

$\pi - x_1/2= 3\pi/4 + 2\pi k$ –> $x_1/2= \pi/4 + 2\pi k$ –> $x_1 = \pi/2+ 4\pi k\cdot$

$\pi – x_2/2 = (2\pi - \pi/4) + 2\pi k$ –> $x_2/2 = -3\pi/4+ 2\pi k$ –> $x_2 = -3\pi/2+ 4\pi k\cdot$

d) sen2x = 2cosx (Sol: x = π/2 + πk)

2senxcosx - 2cosx = 0 –> 2cosx (senx – 1) = 0 –> cosx = 0 –> x = π/2 + πk

senx = 1 –> x = π/2 + 2πk

e) sen4x = sen2x (Sol: x= π k·; x = π/6+π k; x = π/2+π k; x = 5π/6+π k)

2sen2xcos2x - sen2x = 0 –> sen2x(2cos2x - 1) = 0 –>

sen2x = 0 –> $2x_1 = 0 + 2\pi k$ $x_1 = \pi k$
$2x_2 = \pi + 2\pi k$ $x_2 = \pi/2+\pi k$

cos2x = ½ –> $2x_3 = \pi/3 + 2\pi k$ $x_3 = \pi/6+\pi k$
$2x_4 = 5\pi/3 + 2\pi k$ $x_4 = 5\pi/6+\pi k$

f) senx = 1 + 2cos2x (Sol: x= 0,848+2π k·; x = 2,294+2π k; x = 3π/2+2π k)

$senx = 1 + 2(1 – 2sen^2 x)$ –> $senx = 1 + 2 – 2sen^2 x$ –> $2sen^2 x + senx - 3 = 0$

Resolviendo la ecuación de 2º grado: sen x= ¾ y sen x = -1

g) secx + tgx = 0 No tiene solución

$\frac{1}{cosx}+\frac{senx}{cosx}=0$ –> $\frac{1+senx}{cosx}=0$ –> 1 + senx = 0 –> senx = -1

En este caso si senx = -1 –> cosx = 0 y no tiene solución

h) $6\cos^2 (x/2) + \cos x = 1$ (Sol: x= 2π/3+2π k·; x = 4π/3+2π k)

$6\cdot\left(\frac{1+cosx}{2}\right)+cosx=1$ –> 3(1 + cosx) + cosx = 1 –> 3cosx + cosx = -2 –> cosx = -1/2

10. Resuelve los sistemas de ecuaciones trigonométricas, siendo x e y ángulos agudos:

a) $\begin{cases} sen^2 x + 2\cos^2 y = \frac{3}{2} \\ \cos^2 x - 2\,sen^2 y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} sen\,x + \cos y = 1 \\ \cos 2x + sen^2 y = \frac{5}{4} \end{cases}$ c) $\begin{cases} senx + sen^2 y = 1 \\ \cos(2x) - sen^2 y = 0 \end{cases}$

(Sol: a) x= π/4+2πk·; y = π/4+2πk

b) x_1 = π/6+2πk·; y_1 = π/3+2πk x_2 = 0,1674+2πk·; y_2 = 0,5857+2πk
c) x_1 = 2πk·; y_1 = π/2 + πk x_2 = π/6 + 2πk·; y_2 = π/4+ 2πk)

a) $\begin{cases} sen^2 x + 2\cos^2 y = \frac{3}{2} \\ \cos^2 x - 2\,sen^2 y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ sumando las ecuaciones $sen^2 x + \cos^2 x + 2\cos^2 y - 2\,sen^2 y = 1$

1 + 2cos2y = 1 –> cos2y = 0 –> $2y_1$ = π/2+2πk –> y_1 = π/4+πk

$sen^2 x_1 + 2\cos^2(\pi/4) = 3/2$ –> $sen^2 x_1 + 2 \cdot 1/2 = 3/2$ –> $sen^2 x_1 = 1/2$

x_1 = π/4+2πk y_1 = π/4+πk

b) $\begin{cases} sen\,x + \cos y = 1 \\ \cos 2x + sen^2 y = \frac{5}{4} \end{cases}$ senx = 1 – cosy –> Sustituyendo en la 2ª ecuación:

$\cos 2x + sen^2 y = 5/4$ –> $1 - 2sen^2 x + sen^2 y = 5/4$ –> $1 - 2(1 - \cos y)^2 + sen^2 y = 5/4$

$1 - 2(1 + \cos^2 y - 2\cos y) + sen^2 y = 5/4$ –> $1 - 2 - 2\cos^2 y + 4\cos y + 1 - \cos^2 y = 5/4$

$-3\cos^2 y + 4\cos y - 5/4 = 0$ resolviendo la ecuación de 2º grado cosy = 1/2 o cosy = 5/6

c) $\begin{cases} senx + sen^2 y = 1 \\ \cos(2x) - sen^2 y = 0 \end{cases}$ sumando las dos ecuaciones: senx + cos2x = 1

$senx + 1 - 2sen^2 x = 1$ –> $-2sen^2 x + senx = 0$ –> senx = 0 senx = ½

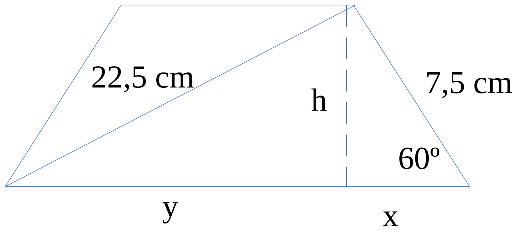
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

11. Calcula los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita a un octógono de lado 10 cm.

(Sol: R = 13,07 cm y r = 12,07 cm)

12. En un trapecio isósceles conocemos la diagonal, que mide 22,5 cm, el lado oblicuo que mide 7,5 cm, y el ángulo que este forma con la base mayor, que es 60°. Halla el área del trapecio.

(Sol: Área = 139,92 cm²)



$$sen\,60^o = \frac{h}{7{,}5} \quad \text{–>} \quad h = 7{,}5\,sen\,60^o = \frac{7{,}5\cdot\sqrt{3}}{2} \simeq 6{,}4952\,cm$$

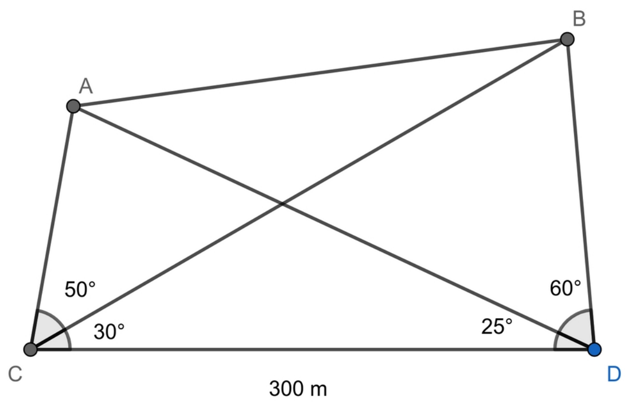
$$\cos 60^o = \frac{x}{7{,}5} \quad \text{–>} \quad x = 7{,}5\cos 60^o = \frac{7{,}5}{2}\,cm$$

$$22{,}5^2 = h^2 + y^2 \quad \longrightarrow \quad y = \sqrt{22{,}5^2 - \left(7{,}5\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 21{,}5421\,cm$$

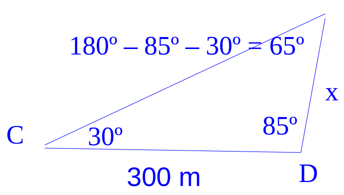
Base mayor = y + x = 25,2921 cm base menor = y – x = 17,7921 cm

$$Área = \frac{B+b}{2}\cdot h = \frac{25{,}2921+17{,}7921}{2}\cdot 6{,}4952 = 139{,}92\,cm^2$$

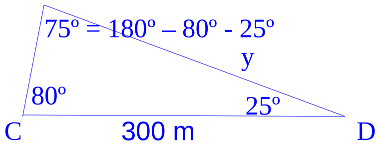
13.- Sean A y B dos puntos inaccesibles y C y D desde los que se observa A y B con los ángulos ACB= 50°, BCD=30° ADC=25° BDA=60°. Calcula AB.



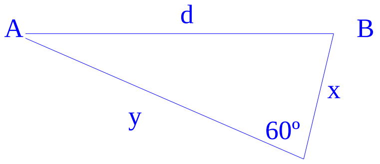
(Sol: AB = 265,18 m)



$$\frac{x}{sen\,30^o} = \frac{300}{sen\,65^o} \quad \text{–>} \quad x = \frac{300\cdot sen\,30^o}{sen\,65^o} = \frac{150}{sen}65^o = 165{,}51\ m$$



$$\frac{y}{sen\,80^o}=\frac{300}{sen\,75^o} \quad \rightarrow \quad y=\frac{300\cdot sen\,80^o}{sen\,65^o}=305{,}86 \quad m$$



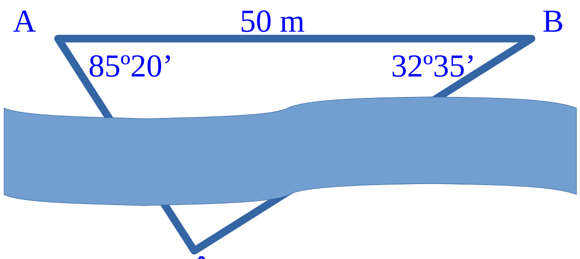
$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 60º$

$d^2 = 165{,}51^2 + 305{,}86^2 – 2 \cdot 165{,}51 \cdot 305{,}86 \cdot 1/2$

$$d=\sqrt{70321{,}0111}=265{,}1811 \quad m$$

14. Desde dos puntos A y B , situados en una orilla de un río , se ve un punto C al que no podemos llegar. Si la distancia de A a B es de 50 m y los ángulos CAB y CBA miden 85º20’ y 32°35’ respectivamente, ¿qué distancia hay entre C y A?

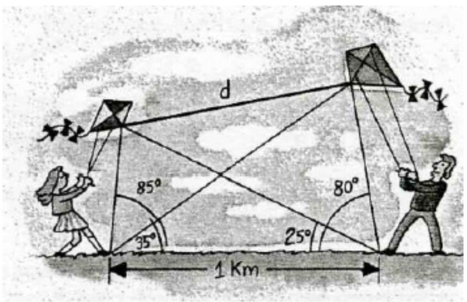
(Sol: CA = 30,47 m)



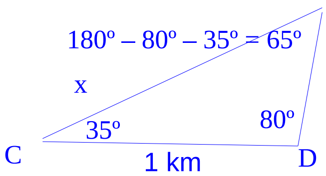
$\hat{C}$ = 180º – 85º20’ – 32º35’ = 62º 5’

$$\frac{50}{sen\,62^o5'}=\frac{b}{sen\,32^o35'} \quad \rightarrow \quad b=\frac{50\cdot sen\,32^o35'}{sen\,62^o5'}=30{,}47 \quad m$$

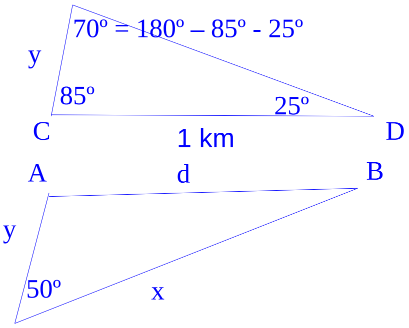
15. ¿A qué distancia se encuentran las cometas?



(Sol: d = 868,76 cm)



$$\frac{x}{sen\,80^o}=\frac{1}{sen\,65^o} \quad \rightarrow \quad x=\frac{sen\,80^o}{sen\,65^o}=1{,}0866 \quad km$$



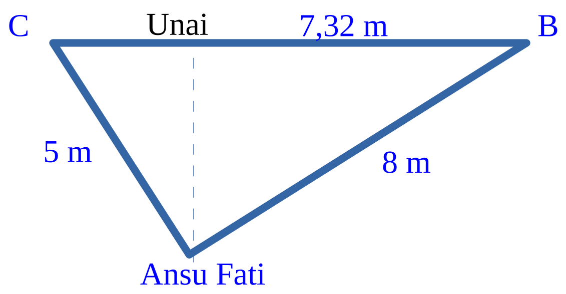
$$\frac{y}{sen\,25^o}=\frac{1}{sen\,70^o} \quad \text{–>} \quad y=\frac{sen\,25^o}{sen\,70^o}=0{,}4497 \quad km$$

d² = x² + y² -2xycos50º → $d^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 50^o$

$d^2 = 1{,}0866^2 + 0{,}4497^2 - 2 \cdot 1{,}0866 \cdot 0{,}4497 \cdot \cos 50^o$

$$d=\sqrt{0{,}7547}=0{,}86876 \quad km=868{,}76 \quad m$$

16. En un entrenamiento de la selección española de fútbol, Ansu Fati coloca el balón en un punto que está a 5 m y 8 m respectivamente de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7,32 m, para lanzar a puerta. Además, Unai Simón se coloca en el borde de la portería y enfrente del balón. ¿Bajo qué ángulo ve Ansu Fati los dos bordes de la portería desde el punto de tiro? ¿A qué distancia está Unai Simón del balón? (Sol: 63º 43' 21'' y 4,90 m)



$$\cos\hat{A}=\frac{a^2-b^2-c^2}{-2bc}=\frac{7{,}32^2-5^2-8^2}{-2\cdot 5\cdot 8}=o{,}44272$$

$\hat{A} = \cos^{-1}0{,}44272 = 63{,}722443 = 63^o\ 43'\ 21''$

$$\cos\hat{C}=\frac{c^2-a^2-b^2}{-2ab}=\frac{8^2-7{,}32^2-5^2}{-2\cdot 7{,}32\cdot 5}=o{,}1992$$

$\hat{C} = \cos^{-1}0{,}1992 = 78{,}50905209 = 78^o\ 30'\ 33''$

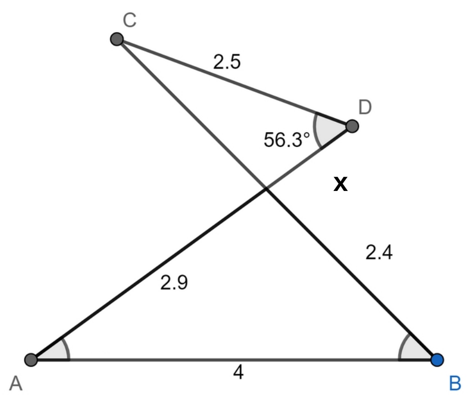
ángulo bajo el que ve Ansu Fati los postes de la portería

$sen\,\hat{C}=\frac{h}{5}$ –> $h = 5sen\hat{C} = 5\ sen78^o30'33'' = 4{,}90$ m distancia a la que está Unai Simón del balón

17. Calcular la superficie de un heptágono regular inscrito en una circunferencia de diámetro d = 20 cm.

(Sol: Área = 273,64 cm²)

18. Con los datos de la figura calcula x:



(Sol: x = 1,1)

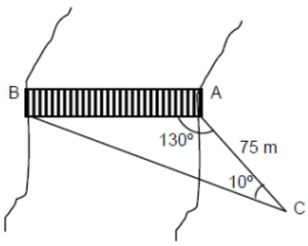
19. Un grupo decide escalar una montaña de la que desconocen la altura. A la salida del pueblo han medido el ángulo de elevación, que resulta ser 30º. A continuación han avanzado 100 m hacia la base de la montaña y han vuelto a medir el ángulo de elevación, siendo ahora 45º. Calcular la altura de la montaña.

(Sol: 136,60 m)

20. Rosa y Juan se encuentran a ambos lados de la orilla de un río, en los puntos A y B respectivamente. Rosa se aleja hasta un punto C distante 100 m del punto A desde la que dirige visuales a los puntos A y B que forman un ángulo de 20º y desde A ve los puntos C y B bajo un ángulo de 120º. ¿Cuál es la anchura del río?

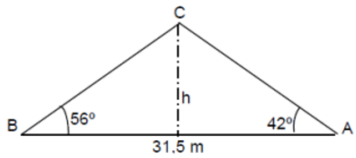
(Sol: 53,21 m)

21. Se quiere tender un puente desde A hasta B. El observador se desplaza desde B hasta un punto cualquiera C y mide los datos que aparece en la figura. Calcula la longitud del puente.



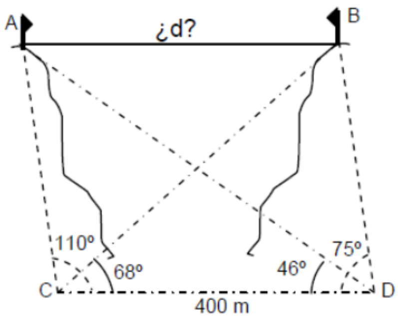
(Sol: 20,26 m)

22. Un río tiene las dos orillas paralelas. Desde los puntos A y B de una orilla se observa un punto de la orilla opuesta. Las visuales con la dirección de la orilla unos ángulos de 42º y 56º respectivamente. Calcular la anchura del río sabiendo que la distancia AB es 31,5 m.



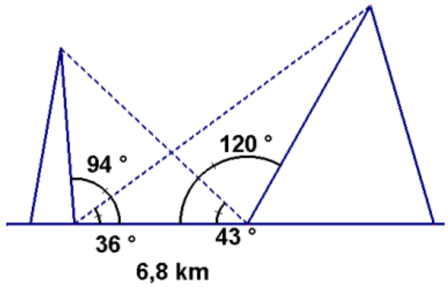
(Sol: h = 17,65 m)

23. Se desea calcular la distancia entre dos cimas de montañas con objeto de construir un teleférico. Desde el valle se obtiene por medición directa los datos que aparecen en la figura. Calcular la distancia AB.



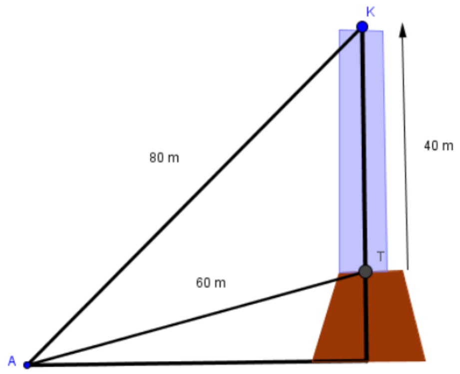
(Sol: d = 487,44 m)

24. Dos montañeros han ascendido en fines de semana sucesivos a dos picos, A y B, y querrían saber la distancia entre dichos picos. Para ello han medido desde las bases de las montañas los ángulos indicados en la figura. Sabiendo que la distancia entre las bases dichas es de 6800m, ¿qué distancia hay entre los picos?



(Sol: 12,31 km)

25. Un faro tiene 40 m de altura, hallándose situado sobre una roca. Situados en un punto A de la playa, hemos comprobado que la distancia que hay hasta la base del faro es 60 m, y la distancia que le separa de la cúpula del faro es 80 m. Hállese la altura de la roca sobre la que se encuentra el faro.

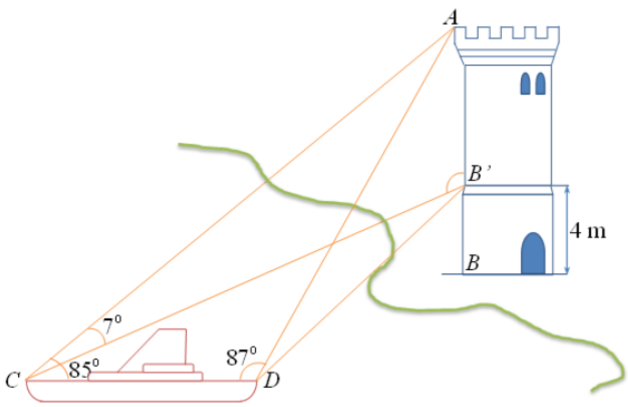


(Sol: 15 m)

Altura de un punto de pie inaccesible desde un terreno horizontal con obstáculos.

26. Desde un barco fondeado frente a la costa se desea calcular la altura AB de una torre. Para ello, desde la proa C, a 4 metros sobre el nivel del mar, se mide el ángulo de elevación de A: 7º y ACD=85º. Así mismo, desde la popa D, también a 4 metros sobre el nivel del mar, se mide el ángulo ADC=87º (ver figura). Si la distancia entre la proa y la popa es CD=60 metros, calcula la altura de la torre.

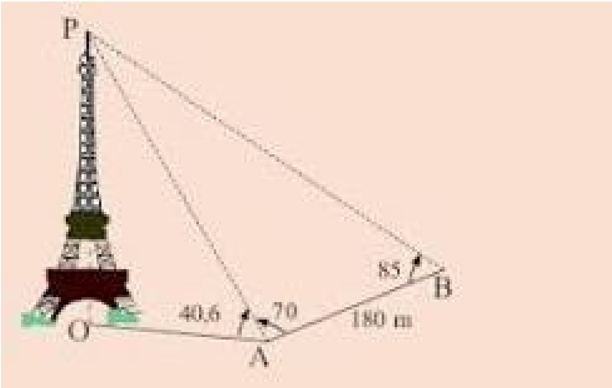
NOTA: Ángulo AB'C recto



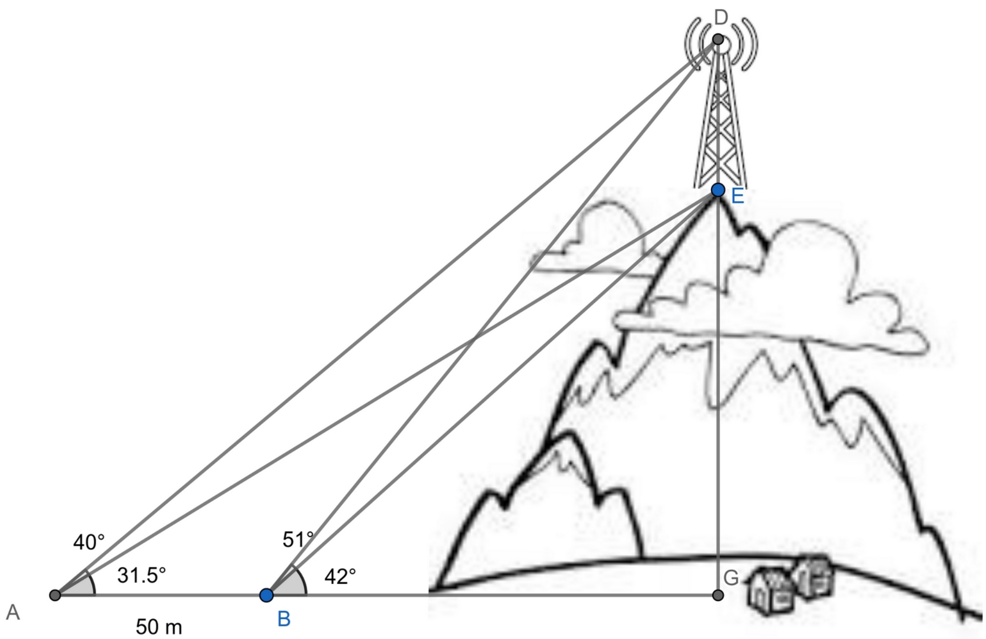
(Sol: x = 52,47. Es decir, la altura de la torre es, aproximadamente, AB = 4+x = 56,47 metros)

27. Para calcular la altura de la torre Eiffel sin acceder hasta su base, una persona efectúa las medidas de los ángulos del dibujo en dos puntos A y B separados 180 m. ¿Cuánto mide la altura OP de la torre Eiffel?

(Sol: OP = 276,12 m)

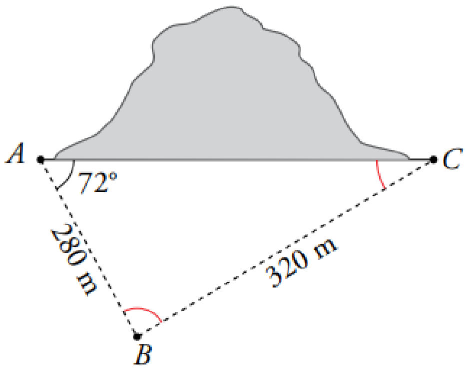


28. Desde un punto se observa el pie y la punta de una torre de televisión situada sobre una montaña bajo ángulos de **42º y 51º**, respectivamente. Si retrocedemos **50m,** los ángulos de observación son **31,5º y 40º**.Calcula la altura de la torre. (Sol: 35,46 m)



PISTA: Calcula primero la altura total DG y la distancia BG con los ángulos de 40º y 51º

29. Para construir un túnel entre A y C necesitamos saber su longitud y dirección. Para ello, fijamos un punto B y tomamos las medidas indicadas en la figura. Calcula $\overline{AC}$ y los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$.



Usamos el teorema de los senos:

$$\frac{320}{sen\,72°} = \frac{280}{sen\,\widehat{C}} \rightarrow sen\,\hat{C} = \frac{280 \cdot sen\,72°}{320} = 0{,}8322 \rightarrow \hat{C} = 56°\,19'\,31''$$

$$\hat{B} = 180° - (72° + 56°\,19'\,31'') = 51°\,40'\,29''$$

Aplicando de nuevo el teorema de los senos:

$$\frac{320}{sen\,72°} = \frac{AC}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow \overline{AC} = \frac{320 \cdot sen\,\widehat{B}}{sen\,72°} = 263{,}96 \text{ m}$$

Recuerda que hay que comprobar las dos soluciones $\hat{C}_1 = 56°\,19'31''$ y $\hat{C}_2 = 180° - 56°19'31''$

En este caso la 2ª solución no es válida puesto que $\hat{A} + \hat{C}_2$ suman más de 180º.

30. Repite el problema anterior siendo el ángulo $\hat{A} = 30°$, $\overline{AB} = 500\,m$ y $\overline{BC} = 360\,m$.

$$sen\,\hat{C} = \frac{500 \cdot sen\,30°}{360} = 0{,}69\hat{4} \rightarrow \hat{C}_1 = Arcsen(0{,}69\hat{4}) = 43°\,58'\,59'' \quad y \quad \hat{C}_2 = 136°\,1'\,1''$$

Solución 1: $\hat{B}_1 = 180° - 30° - 43°\,58'\,59'' = 106°\,1'\,1''$

$$\frac{360}{sen\,30°} = \frac{\overline{AC}}{sen(106°\,1'\,1'')} \rightarrow \overline{AC} = \frac{360 \cdot sen(106°\,1'\,1'')}{sen\,30°} = 692{,}05\,m$$

Solución 2: $\hat{B}_2 = 180° - 30° - 136°\,1'\,1'' = 13°\,58'\,59''$

$$\frac{360}{sen\,30°} = \frac{\overline{AC}}{sen(13°\,58'\,59'')} \rightarrow \overline{AC} = \frac{360 \cdot sen(13°\,58'\,59'')}{sen\,30°} = 173{,}98\,m$$