

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS LA BINOMIAL B(n,p)

La distribución de probabilidad discreta más comúnmente utilizada es la distribución Binomial de Bernoulli. Veamos en qué consiste:

➤ Características de la distribución Binomial

Una distribución Binomial es la que cumple las siguientes características:

- Repetir un experimento n veces de la misma manera
- En cada experimento solo puede haber 2 posibles resultados que llamaremos $A = \text{éxito}$, $\bar{A} = \text{fracaso}$. La probabilidad se define cómo $P(A) = p$ $P(\bar{A}) = q = 1 - p$
- Cada experimento es independiente de los anteriores (el resultado no depende de lo sucedido anteriormente)

VARIABLE ALEATORIA BINOMIAL.

Es la que expresa el número de éxitos observados en las n experiencias que siguen el modelo de distribución Binomial.

Es una variable discreta (que llamaremos X) porque toma los valores $0, 1, 2, 3 \dots, n$.

Las distribuciones Binomiales se definen por el número de experimentos, n y la probabilidad de éxito, p . Por lo tanto, se designa por $B(n, p)$ a la distribución Binomial con n experimentos y probabilidad p de éxito.

FUNCIÓN DE PROBABILIDAD DE PROBABILIDAD BINOMIAL.

Para ver la probabilidad de que en un experimento necesitamos un poco de combinatoria. Si queremos ver la probabilidad de que en una distribución Binomial $B(n, p)$ ocurra k veces A (éxito), es decir $X = k$, tenemos que considerar: La probabilidad de ocurrir $X = k$ conocida el orden en que ocurren k éxitos y los $n-k$ fracasos.

Tenemos que ver las diferentes maneras en que tenemos que ordenar los éxitos k y los fracasos $n-k$ en n experimentos (variaciones con repetición):

A partir de estas dos consideraciones es fácil ver cuál es la probabilidad de obtener k éxitos

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Si consideramos todas las posibles situaciones ante un experimento de estas características, se

cumple que $\sum_{k=0}^n P(X = k) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} = 1$ (la suma de las probabilidades de los sucesos elementales es 1)

Los parámetros estadísticos asociados a una función de distribución (en este caso la binomial) son

ESPERANZA MATEMÁTICA O MEDIA ARITMÉTICA : $\mu = E[X] = \sum_{k=0}^n k \cdot P(X = k) = n \cdot p$

VARIANZA: $Var[X] = \sigma^2 = \sum_{k=0}^n (k - \mu)^2 \cdot P(X = k) = n \cdot p \cdot q$

DESVIACIÓN TÍPICA: $DT[X] = \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$

1.- Una máquina fabrica discos compactos, los hace de forma que el 90% no tienen fallos. Escogemos 10 de ellos al azar, calcula las probabilidades de que:

- a) Ninguno de ellos sea defectuoso.
 - b) Más de uno sea defectuoso
-

2.- Se supone que la probabilidad de nacer como niño es 0.5. Calcular la probabilidad de que en una familia de 6 hijos se cumpla:

- a. Todos son varones
- b. por lo menos dos varones
- c. Tres varones
- d. Calcular la media y la desviación típica

3.- La probabilidad de que un estudiante de Bachillerato repita el curso es 0.3. Escoge al azar 20 estudiantes. Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 estudiantes hayan suspendido

4.- Calcula la probabilidad de que a variable aleatoria, X , que cuenta el número de veces que sale un 5 en 4 tiradas de un dado, sea mayor o igual que 3.

6.- Tenemos una moneda trucada de forma que la probabilidad de sacar cara es cuatro veces la de sacar cruz. Se lanza 6 veces a moneda, calcular las probabilidades la) Obtener dos veces cruz, b) Obtener como máximo dos veces cruz

10.- Tráfico observó que el 60% de los accidentes de tráfico se producen por conductores que sobrepasaron el nivel de alcohol permitido. En un fin de semana se produjeron 4 accidentes de tráfico. Encontrar la distribución de probabilidad asociada a la variable aleatoria X =que cuenta el número de conductores que sobrepasaron el límite de alcohol permitido. Hallar $P(X < 4)$, la media y la desviación típica.

12.- Un examen consta de 10 preguntas a las que hay que responder SÍ o NO. Suponemos que a las personas a las que se les aplica no saben contestar la ninguna de ellas ,por lo que responden al azar. Obtener

- a) Probabilidad de acertar 5.
- b) Probabilidad de acertar alguna.
- c) Probabilidad de acertar la lo menos cinco.

14.- En un laboratorio de análisis clínicos saben que el 98% de las pruebas de diabetes que se realizan resultan negativas. Sí recibieron 10 muestras para analizar: la) Determina la probabilidad de que la dos personas les de positivo. b) ¿Cuál es la probabilidad de que la prueba resulte positiva a más de una persona?

15.- El 20% de la población de una ciudad es inmigrante de origen africano. Elixense cinco personas al azar. Determina la probabilidad de que: la) Haya un inmigrante africano b) Sean dos o más inmigrantes africanos. c) Los cinco sean inmigrantes africanos. d) Haya, la lo menos, un africano. y) Sean cuatro los inmigrantes africanos

16.- Un ajedrecista enfrentara con otro de igual maestría. ¿Qué es el más probable, que gane 2 de 4 partidas o 3 de 6 partidas? (los empates no se consideran)

19.-La probabilidad de que aparato de TV,antes de revisarlo sea defectuoso es de 0,2. Si revisamos 5 aparatos, calcula la probabilidad de que ninguno de ellos sea defectuoso. Probabilidad de que la lo menos dos sean defectuosos.

22.- El 53% de los trabajadores de una determinada empresa son mujeres. Si elegimos 8 personas de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que haya: Alguna mujer Más de 6 mujeres
Halla la media y la desviación típica

23.-Averiguar y cuál de los dos sucesos siguientes es más probable.

A: Salir más de 7 caras cuando se hacen 12 lanzamientos de una moneda.

B: Salir menos de 3 seises cuando se hacen 10 lanzamientos de un dado.

25.- Un examen de preguntas con respuestas múltiples consta de 8 preguntas con 4 opciones de contestación. Si un alumno responde al azar, calcular la probabilidad de que:

a) Responda correctamente a 6 preguntas

b) Responda correctamente al menos 6 preguntas.

c) Calcular el número medio de respuestas acertadas si responde a 40 preguntas.

27.- Un examen consiste en elegir al azar dos temas de entre los diez del programa y desarrollar uno. ¿Qué probabilidad tiene un alumno que sabe seis temas, de aprobar el examen? ¿Qué probabilidad tiene el mismo alumno de saberse uno de los dos temas elegidos y el otro no?

34.- Una moneda con probabilidad de cara es 0,6 se lanza ocho veces. Calcula la probabilidad de obtener cara:

Alguna vez

Más de seis veces.

Halla la media y la desviación típica.
