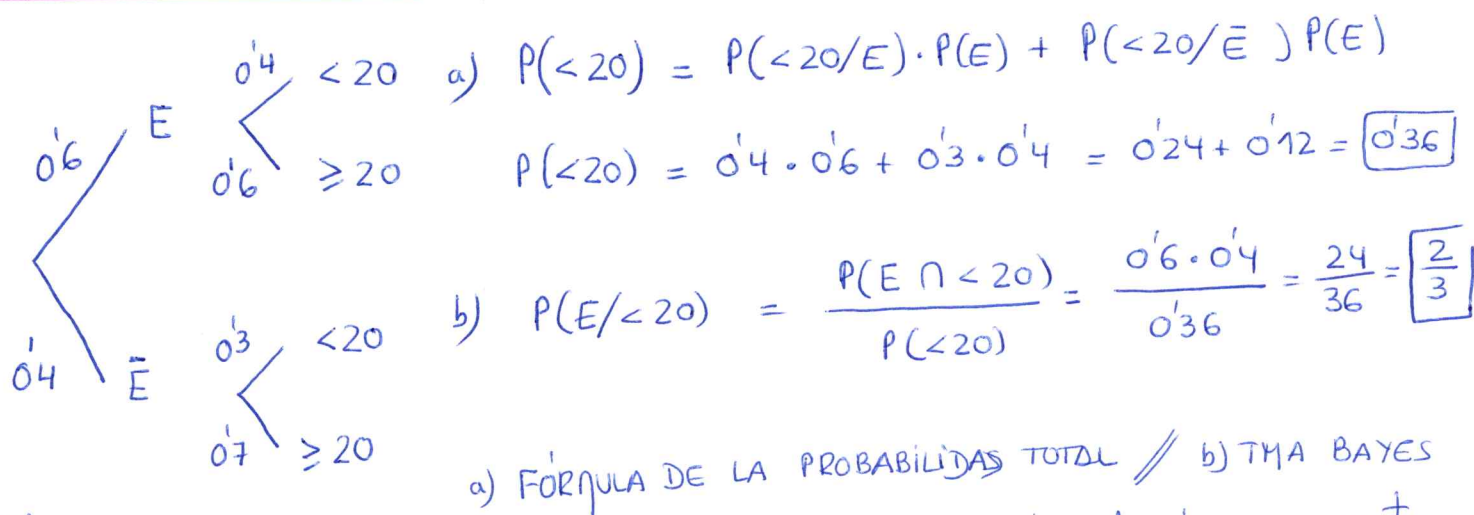


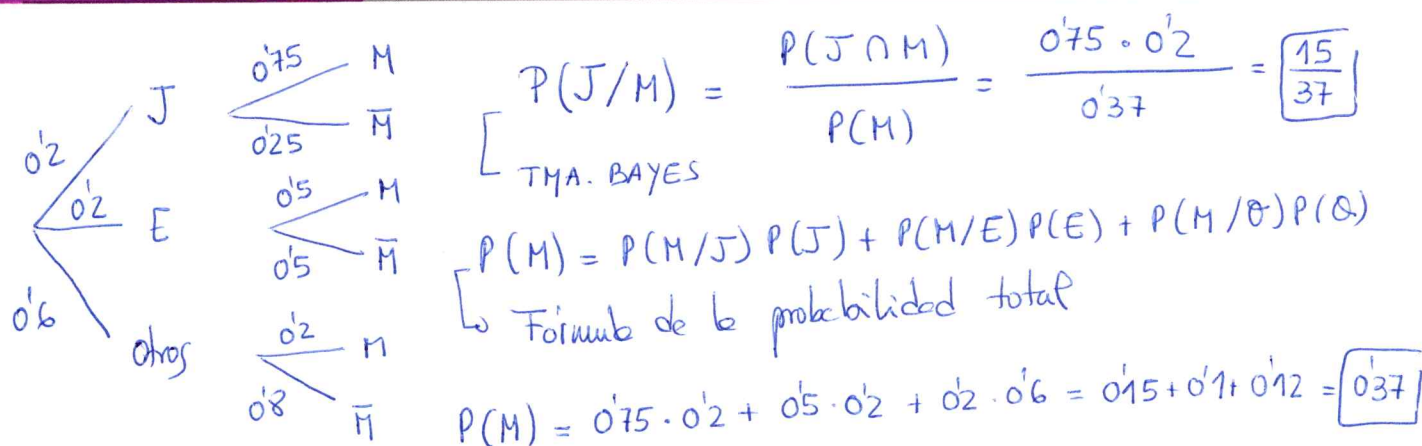
2º TIPO DE EJERCICIOS

1.- El 60% de las personas que visitaron un museo durante el mes de mayo eran españolas. De éstos, el 40% eran menores de 20 años. En cambio, de los que no eran españoles, tenían menos de 20 años el 30%. Calcular A) La probabilidad de que un visitante elegido al azar tenga menos de 20 años B) La probabilidad de que sea español, sabiendo que tiene menos de 20 años

NOTA

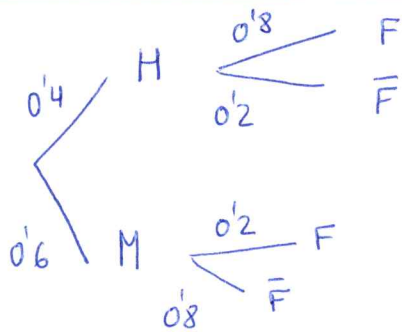
Este es un problema "tipo". Se trata de clasificar los elementos de una muestra según dos criterios distintos, es decir, en este caso ser o no español y tener más o menos de 20 años. Se suelen hacer por diagrama de árbol.

2.- El 20% de los habitantes de una determinada población son jubilados y otro 20% son estudiantes. La música clásica les gusta al 75% de los jubilados, al 50% de los estudiantes y al 20% del resto de la población. Calcula la probabilidad de que elegido al azar una persona a la que le gusta la música clásica sea jubilada.



En este caso, uno de los criterios de análisis de la muestra es ser Jubilado, estudiante o resto de la población, siendo el segundo criterio, el que guste o no la música clásica.

3.- En una población el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al fútbol. a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al fútbol. b) Elegida al azar una persona resulta ser aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?



$$a) P(F) = P(F/H)P(H) + P(F/M)P(M)$$

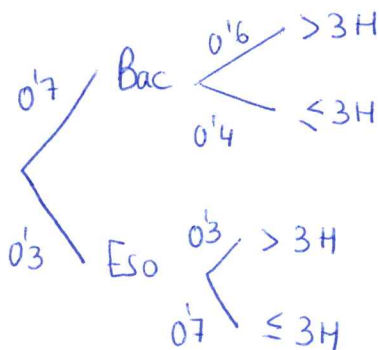
$$P(F) = 0.8 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.6 = 0.32 + 0.12 = 0.44$$

↳ Tma. Probabilidad total

$$b) P(M/F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{0.2 \cdot 0.6}{0.44} = \frac{0.12}{0.44} = \boxed{\frac{3}{11}}$$

↳ Tma. Bayes

4.- El 70% de los alumnos de un instituto son de bachillerato y el resto de la ESO. De los alumnos de bachillerato el 60% estudia más de tres horas al día y sólo el 30% de los alumnos de ESO estudia más de tres horas al día. a) Calcula la probabilidad de que un alumno de dicho instituto, elegido al azar, estudie más de tres horas al día. b) Sabiendo que un alumno de este instituto, elegido al azar, estudia más de tres horas al día, ¿cuál es la probabilidad de que sea de bachillerato?



$$P(>3H) = P(>3H/Bac)P(Bac) + P(>3H/ESO)P(ESO)$$

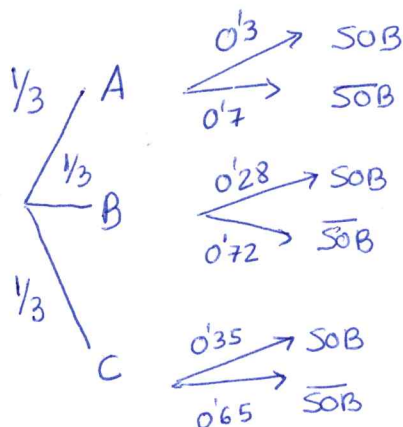
$$P(>3H) = 0.6 \cdot 0.7 + 0.3 \cdot 0.3 = 0.42 + 0.09 = 0.51$$

↳ TMA. Probabilidad total

$$P(Bac / >3H) = \frac{P(Bac \cap >3H)}{P(>3H)} = \frac{0.6 \cdot 0.7}{0.51} = \frac{42}{51} = \boxed{\frac{14}{17}}$$

↳ Tma. Bayes

5.- En un IES hay 3 profesores de física. Cuando un alumno se matricula en el centro tiene igual probabilidad de que le asignen uno u otro. La probabilidad de obtener como nota final un sobresaliente con el profesor A es 0'3; la de obtenerlo con el profesor B es de 0'28; y la de obtenerlo con el profesor C es 0'35. a) Calcula la probabilidad de que un alumno matriculado en física obtenga como nota final un sobresaliente. b) Sabiendo que un alumno ha tenido un sobresaliente como nota final en física, ¿cuál es la probabilidad de que le hubieran asignado el profesor C?



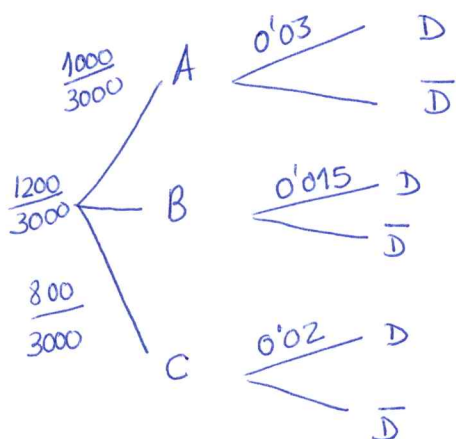
$$P(\text{Sob}) = P(\text{Sob}/A)P(A) + P(\text{Sob}/B)P(B) + P(\text{Sob}/C)P(C)$$

$$P(\text{Sob}) = 0.3 \cdot \frac{1}{3} + 0.28 \cdot \frac{1}{3} + 0.35 \cdot \frac{1}{3} = 0.93 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{0.31}$$

$$P(C/\text{Sob}) = \frac{P(C \cap \text{Sob})}{P(\text{Sob})} = \frac{0.35 \cdot \frac{1}{3}}{0.93 \cdot \frac{1}{3}} = \boxed{\frac{35}{93}}$$

6.- Una imprenta tiene en almacén 1000 libros de una edición A, 1200 de la edición B y 800 de la edición C. Se sabe que el 3% de los libros A, el 1'5% de B y el 2% de C tienen defectos. Se elige un libro al azar. a) Halla la probabilidad de que tenga defectos. b) Sabiendo que el libro presenta defectos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la edición B?

Total de libros $1000 + 1200 + 800 = 3000$



$$P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B) + P(D/C)P(C)$$

$$P(D) = 0.03 \cdot \frac{1}{3} + 0.015 \cdot \frac{2}{5} + 0.02 \cdot \frac{4}{15}$$

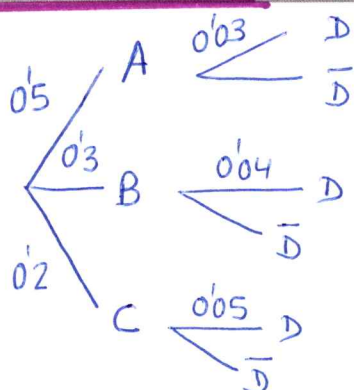
$$P(D) = 0.01 + 0.006 + 0.005 = \underline{\underline{0.021}}$$

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.006}{0.021} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

7.- Tres máquinas, A, B y C, producen el 50%, el 30% y el 20%, respectivamente, del total de los objetos de una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son, respectivamente, el 3%, el 4% y el 5%.

a) Si selecciona un objeto al azar, ¿qué probabilidad tiene de salir defectuoso?

b) Suponiendo que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A?



$$P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B) + P(D/C)P(C)$$

$$P(D) = 0.03 \cdot 0.5 + 0.04 \cdot 0.3 + 0.05 \cdot 0.2 \rightarrow$$

$$P(D) = 0.037$$

Fórmula de la probabilidad Total

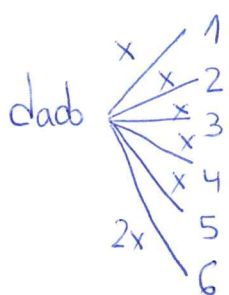
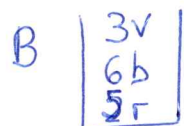
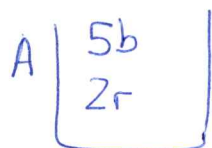
$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} \quad (\text{Teorema de Bayes})$$

$$P(A/D) = \frac{0.03 \cdot 0.5}{0.037} = 0.405$$

8.- En una urna A hay 5 bolas blancas y dos rojas, y en otra B hay 3 bolas verdes, 6 blancas y 5 rojas. Se lanza un dado truco, con las caras numeradas del 1 al 6 y en el que la probabilidad de obtener un 6 es el doble que la de obtener cualquier otro número.

Si en el lanzamiento del dado sale un número par, se saca una bola de la urna A, y si sale un número impar, la bola se saca de la urna B.

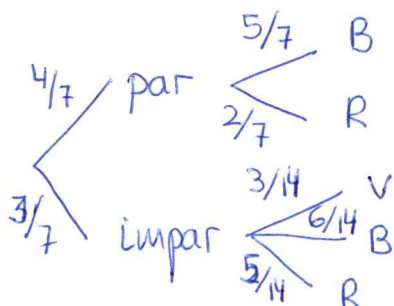
Determina la probabilidad de que la bola que se saque sea roja.



$$7x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{Salir } 6) = \frac{2}{7}$$

$$P(\text{Salir par}) = \frac{4}{7}$$



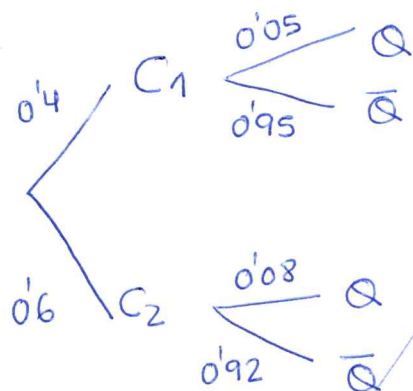
$$P(R) = P(R/\text{par})P(\text{par}) + P(R/\text{impar})P(\text{impar})$$

$$P(R) = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{7} + \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{7} = \frac{16+15}{98} = \frac{31}{98}$$

9.- Dos compañeros de estudios comparten piso. El primero prepara la comida el 40% de los días y el resto de los días lo hace el segundo. El porcentaje de veces que se le quema al primero es el 5%, mientras que el del segundo es el 8%.

a) Calcula la probabilidad de que un día, elegido al azar, la comida esté quemada.

b) Si cierto día se ha quemado, calcula la probabilidad de que haya cocinado el primero.



$$P(Q) = P(Q/C_1)P(C_1) + P(Q/C_2)P(C_2)$$

$$P(Q) = 0.05 \cdot 0.4 + 0.08 \cdot 0.6$$

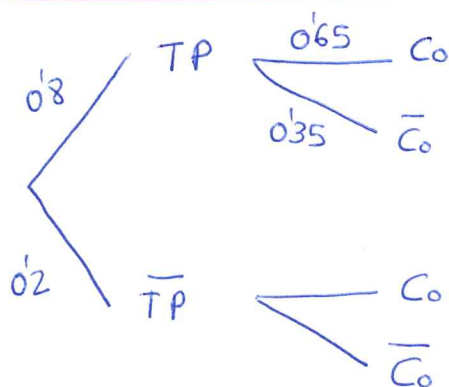
$$P(Q) = 0.02 + 0.048 = \underline{\underline{0.068}}$$

$$P(C_1/Q) = \frac{P(C_1 \cap Q)}{P(Q)} = \frac{0.05 \cdot 0.4}{0.068} = \frac{0.02}{0.068} = \boxed{\frac{5}{17}}$$

Tma. de Bayes

fórmula de la probabilidad Total

10.- En un estudio realizado en cierta universidad, se ha determinado que un 20% de sus estudiantes no utiliza transportes públicos para acudir a sus clases y que un 65% de los estudiantes que utilizan transportes públicos, también hacen uso del comedor universitario. Calcula la probabilidad de que seleccionando al azar un estudiante en esa universidad, resulte ser usuario de los transportes públicos y del comedor universitario. Justifica la respuesta.



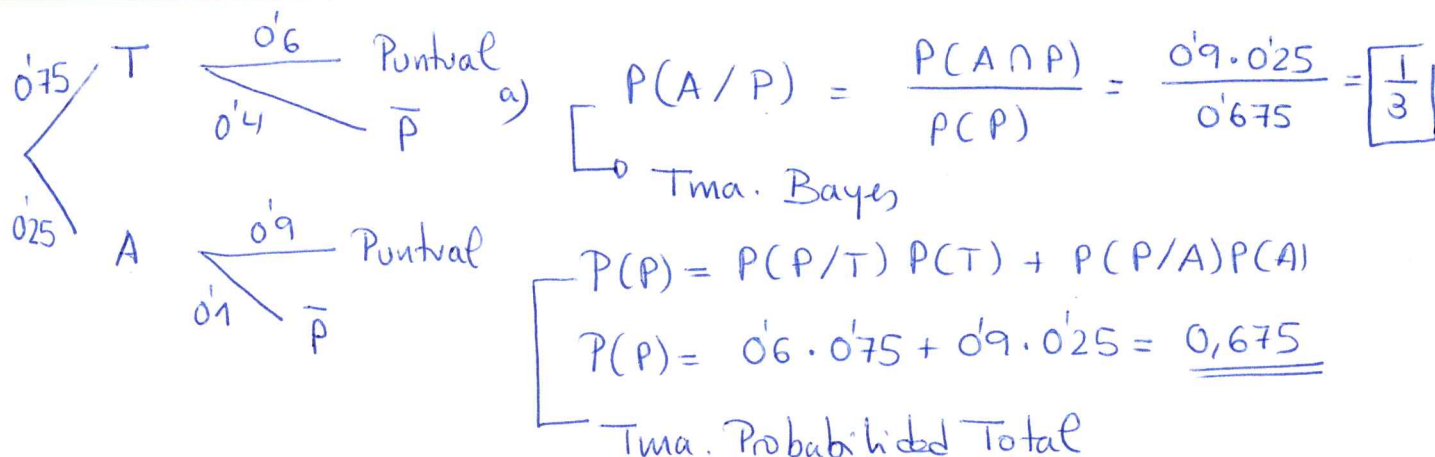
$$P(TP \cap Co) = P(Co/TP) \cdot P(TP)$$

$$P(TP \cap Co) = 0.65 \cdot 0.8 = 0.52$$

Nota No podían, con estos datos, preguntar nada que relacione el uso o no del servicio de comedor con los que no usan transporte público.

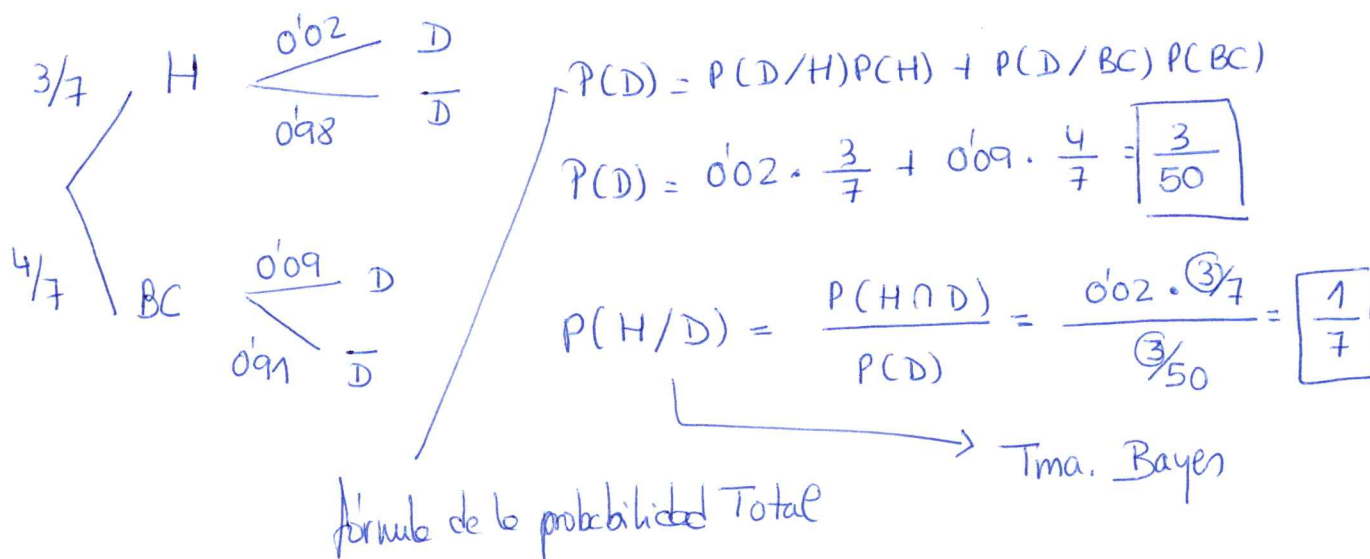
11.- El 75% de los alumnos acude a clase en algún tipo de transporte y el resto andando. Llega puntual a clase el 60% de los que utilizan transporte y el 90% de los que acuden andando. Calcular:

a) Si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, la probabilidad de que haya acudido andando. b) Si se elige un alumno al azar, la probabilidad de que no haya llegado puntual.

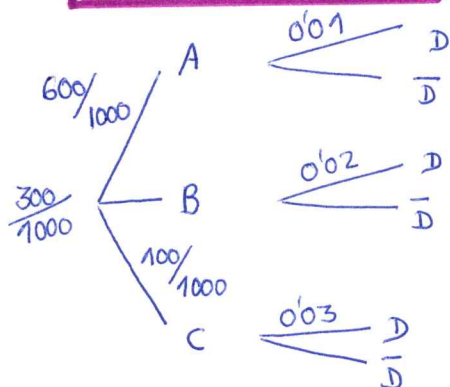


$$b) P(\bar{P}) = 1 - P(P) = 1 - 0.675 = \underline{\underline{0.325}}$$

12.-En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0.02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0.09. Se escoge al azar una bombilla y resulta ser defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que sea halógena?



13.- Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos. En una hora, la máquina A fabrica 600 tornillos, la B 300 y la C 100. Las probabilidades de que las máquinas produzcan tornillos defectuosos son, respectivamente, de 0'01 para A, de 0'02 para B y de 0'03 para C. Al finalizar una hora se juntan todos los tornillos producidos y se elige uno al azar. a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso? b) ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya fabricado la máquina A, sabiendo que no es defectuoso?



Tma. Probabilidad Total

$$P(\bar{D}) = P(\bar{D}/A)P(A) + P(\bar{D}/B)P(B) + P(\bar{D}/C)P(C)$$

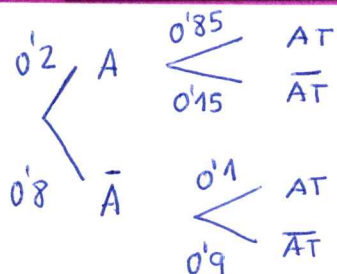
$$P(\bar{D}) = 0'99 \cdot \frac{6}{10} + 0'98 \cdot \frac{3}{10} + 0'97 \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(\bar{D}) = \underline{\underline{0'985}}$$

$$P(A/\bar{D}) = \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0'99 \cdot 0'6}{0'985} = \frac{594}{985} = \underline{\underline{0'603}}$$

Fórmula de Bayes

14.- La probabilidad de que un vehículo de una cierta compañía de coches tenga un accidente es igual a 0'2. Si uno de los vehículos sufre un accidente, la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa es igual a 0'85. Por otra parte, la probabilidad de que uno de los vehículos necesite la asistencia de la grúa sin haber tenido un accidente es igual a 0'1. a) Si se elige al azar un vehículo de dicha compañía de coches, ¿cuál es la probabilidad de que necesite la asistencia de una grúa? b) Si el vehículo elegido ha necesitado la asistencia de una grúa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido por causa de un accidente?



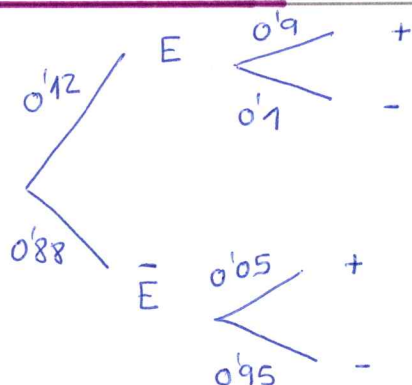
$$P(AT) = P(AT/A)P(A) + P(AT/\bar{A})P(\bar{A})$$

$$P(AT) = 0'85 \cdot 0'2 + 0'1 \cdot 0'8$$

$$P(AT) = 0'17 + 0'08 = \underline{\underline{0'25}}$$

$$P(A/AT) = \frac{P(A \cap AT)}{P(AT)} = \frac{0'85 \cdot 0'2}{0'25} = \boxed{\frac{17}{25}}$$

15.- En cierto país donde la enfermedad X es endémica, se sabe que un 12% de la población padece dicha enfermedad. Se dispone de una prueba para detectar la enfermedad, pero no es totalmente fiable, ya que da positiva en el 90% de los casos de personas realmente enfermas y también da positiva en el 5% de personas sanas. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana una persona a la que la prueba le ha dado positiva?



$$P(+)=P(+/E) \cdot P(E)+P(+/\bar{E})P(\bar{E})$$

$$P(+)=0.9 \cdot 0.12+0.05 \cdot 0.88$$

$$P(+)=\underline{0.152}$$

$$P(\text{sana} / +)=P(\bar{E} / +)=\frac{P(\bar{E} \cap +)}{P(+)}$$

$$P(\bar{E} / +)=\frac{0.05 \cdot 0.88}{0.152}=\frac{44}{152}=\frac{11}{38} //$$

16.-Según cierto estudio del departamento de ventas de unos grandes almacenes, el 30% de sus clientes son hombres, el 25% de sus clientes adquieren algún producto del departamento de electrónica y el 40% de los que adquieren algún producto del departamento de electrónica son mujeres.

- Qué porcentaje de sus clientes son mujeres y adquieren algún producto del departamento de electrónica?
- Si un cliente elegido al azar es hombre, calcula la probabilidad de que no adquiera algún producto del departamento de electrónica

$$P(E)=0.25 \quad (\text{dato})$$

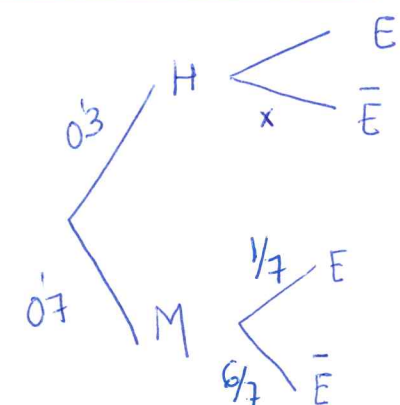
$$P(M/E)=0.4 \quad (\text{dato})$$

$$P(M/E)=\frac{P(M \cap E)}{P(E)} \quad (\text{probabilidad condicional})$$

$$0.4 \cdot 0.25=P(M \cap E) \Rightarrow P(M \cap E)=0.1$$

$$P(\bar{E}/H)=0.5$$

↓ 0.5



$$P(E/M)=\frac{P(E \cap M)}{P(M)}=\boxed{\frac{1}{7}}$$

$$P(\bar{E})=P(\bar{E}/H)P(H)+P(\bar{E}/M)P(M) \Rightarrow 0.75=x \cdot 0.3+\frac{6}{7} \cdot 0.7$$

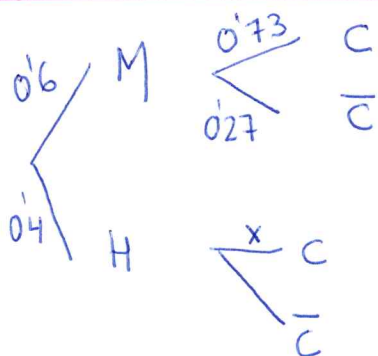
$$\boxed{x=0.5}$$

17.- Se realiza una encuesta sobre las preferencias de vivir en la ciudad o en urbanizaciones cercanas. Del total de la población encuestada el 60% son mujeres, de las cuales prefieren vivir en la ciudad un 73%. Se sabe que la probabilidad de que una persona, sea hombre o mujer, desee vivir en la ciudad es 0,62.

Calcule la probabilidad de que elegido un hombre al azar, prefiera vivir en la ciudad.

Supuesto que una

persona, elegida al azar, desee vivir en la ciudad, calcule la probabilidad de que sea mujer.



$$P(C) = 0.62 \quad (\text{dato})$$

$$P(C) = P(C/M)P(M) + P(C/H) \cdot P(H)$$

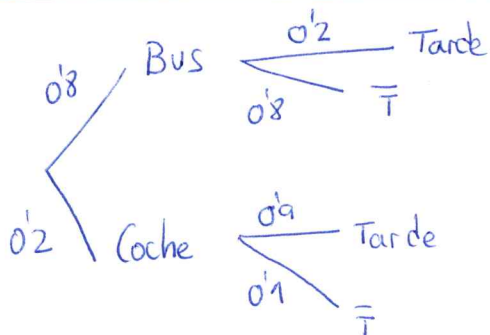
$$0.62 = 0.73 \cdot 0.6 + x \cdot 0.4 \Rightarrow \boxed{x = 0.455}$$

$$P(C/H) = x \Rightarrow$$

$$P(C/H) = 0.455$$

$$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0.73 \cdot 0.6}{0.62} = \boxed{0.7065}$$

18.- Un alumno va a la Facultad en autobús el 80% de los días y el resto en su coche. Cuando va en autobús llega tarde el 20% de las veces y cuando va en coche llega a tiempo sólo el 10% de las veces. Elegido un día cualquiera al azar, determine: a) La probabilidad de que llegue a tiempo a clase y haya ido en autobús. b) La probabilidad de que llegue tarde a clase. c) Si ha llegado a tiempo a clase, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido en autobús?



$$a) P(\bar{T} \cap \text{Bus}) = P(\bar{T}/\text{Bus})P(\text{Bus}) = 0.8 \cdot 0.8$$

$$P(\bar{T} \cap \text{Bus}) = \boxed{0.64}$$

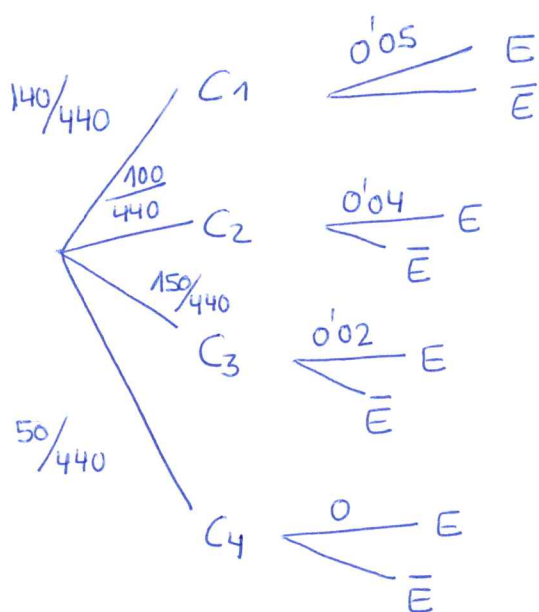
$$b) P(\text{Tarde}) = P(T/B)P(B) + P(T/C)P(C)$$

$$P(\text{Tarde}) = 0.2 \cdot 0.8 + 0.9 \cdot 0.2 = 0.16 + 0.18 = \boxed{0.34}$$

$$c) P(\text{Coche}/\bar{T}) = \frac{P(\text{Coche} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0.1 \cdot 0.2}{0.34} = \boxed{\frac{1}{17}}$$

19.- Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores. a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error? b) Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?

$140 + 100 + 150 + 50 = 440$ páginas el libro



$$a) P(E) = P(E/C_1)P(C_1) + P(E/C_2)P(C_2) + P(E/C_3)P(C_3) + P(E/C_4)P(C_4)$$

$$P(E) = 0.05 \cdot \frac{140}{440} + 0.04 \cdot \frac{100}{440} + 0.02 \cdot \frac{150}{440} = \frac{0.7 + 0.4 + 0.3}{44} = \boxed{\frac{7}{220}}$$

→ Tma. probabilidad total

$$b) P(C_2/\bar{E}) = \frac{P(C_2 \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{0.96 \cdot \frac{100}{440}}{1 - \frac{7}{220}} = \frac{96/440}{426/440} = \boxed{\frac{16}{71}}$$

→ Tma Bayes