

1ER. TIPO DE EJERCICIOS

1.- Sea A y B dos sucesos tales que $P(A)=0,4$, $P(B)=0,3$ y $P(A \cap B)=0,3$

Calcula $P(A \cup B)$, $P(A/B)$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

Como $P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$ $\left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) \neq P(A)P(B) \\ P(A \cap B) = 0,3 \end{array} \right.$ $\Rightarrow$ A y B Son Sucesos dependientes

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,3 - 0,3 = \underline{0,4}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,3} = 1$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

^
Leyes de Morgan.

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

OTRA FORMA

$$\Rightarrow \begin{array}{c|cc|c} & B & \bar{B} & \\ \hline A & 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ \hline \bar{A} & 0 & 0,6 & 0,6 \\ \hline & 0,3 & 0,7 & \end{array}$$

Cuadro de Contingencia
 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$

2.- Sea A y B dos sucesos tales que $P(A)=0,4$, $P(B)=0,5$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B})=0,3$

Calcula $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$

dato $\left. \begin{array}{l} P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3 \\ P(A) = 0,4 \\ P(B) = 0,5 \end{array} \right\}$

	B	$\bar{B}$	
A	0,2	0,2	0,4
$\bar{A}$	0,3	0,2	0,5
	0,5	0,5	

$$P(A \cap B) = \underline{0,2} \quad (\text{Tabla de Contingencia})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 \Rightarrow P(A \cup B) = \underline{0,7}$$

3.- TIPO ABAU

En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos tales que $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,7$.

Sabiendo que A y B son independientes, calcula $P(A \cup B)$ y $P(A - B)$

$$P(\bar{A}) = 0,4$$

$$P(A) = 0,6$$

$$P(B) = 0,7$$

$$P(A \cap B) = 0,42$$

(Son independientes)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,7 - 0,42$$

$$P(A \cup B) = \underline{\underline{0,88}}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = 0,6 - 0,42 = \underline{\underline{0,18}}$$

4.- TIPO ABAU

En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$. Y

$P(A/B) = 0,7$. Calcula $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A}/B)$

$$\text{dato } P(A/B) = 0,7$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0,7 = \frac{P(A \cap B)}{0,5} \rightarrow P(A \cap B) = 0,35$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,35 = \underline{\underline{0,55}}$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,5} = \frac{15}{50} = \underline{\underline{0,3}}$$

	B	$\bar{B}$	
A	0,35	0,05	0,4
$\bar{A}$	0,15	0,45	0,6
	0,5	0,5	

NOTA Los cuadros de contingencia son muy útiles por muchos ejercicios

5.- TIPO ABAU

En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,6$. Y $P(A \cup B) = 0,9$. Razona si A y B son sucesos independientes. Calcula $P(A - B)$ y $P(A/\bar{B})$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,9 = 0,7 + 0,6 - P(A \cap B)$$

$$\left\{ \rightarrow P(A \cap B) = 0,4 \right.$$

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) = 0,42, \quad \text{A y B Son Sucesos Dependientes}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,4 = \underline{\underline{0,3}}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,3}{0,4} = \underline{\underline{0,75}}$$

	B	$\bar{B}$	
A	0,4	0,3	0,7
$\bar{A}$	0,2	0,1	0,3
	0,6	0,4	

6.- TIPO ABAU

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento tales que $P(A \cup B) = 0,9$, $P(\bar{A}) = 0,4$ y que $P(A \cap B) = 0,2$.

Calcula $P(A/B)$. Argumenta si los sucesos A y B son, o no, independientes.

Calcula $P(\bar{A} \cup B)$, $P(B - A)$, $P(B/\bar{A})$

$$\underline{\underline{0}} \quad P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \underline{\underline{0,75}}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,9 = 0,6 + P(B) - 0,2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(B) = 0,5 \end{array} \right.$$

$$P(A)P(B) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$$

$$P(A \cap B) = 0,2$$

A y B Son dependientes

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = \underline{\underline{0,4}}$$

Otra forma de ver que A y B Son dependientes $(\Rightarrow) P(A/B) \neq P(A)$

Como $P(A/B) = 0,4$ y $P(A) = 0,6$ A y B Son dependientes

$$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B) ; P(\bar{A} \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,3 = \underline{\underline{0,6}}$$

	B	$\bar{B}$	
A	0,2	0,4	0,6
$\bar{A}$	0,3	0,1	0,4
	0,5	0,5	

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,2 = \underline{\underline{0,3}}$$

7.- TIPO ABAU

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento, tal que $P(\bar{A}) = 0,3$ $P(B) = 0,35$ y $P(A \cup B) = 0,8$.

Calcula $P(B/A)$ Argumenta si A y B son sucesos independientes

Calcula $P(\bar{A} - B)$, $P(\bar{A} \cup B)$, $P(A/B)$

$$\left. \begin{array}{l} P(\bar{A}) = 0,3 \\ P(A) = 0,7 \\ P(B) = 0,35 \\ P(\bar{B}) = 0,65 \\ P(A \cup B) = 0,8 \end{array} \right\} \text{datos}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,8 = 0,7 + 0,35 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0,25$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,35 = 0,245 \neq P(A \cap B)$$

A y B Son dependientes

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(B/A) = \frac{0,25}{0,7} = \boxed{\frac{5}{14}} \quad \text{como } P(B/A) \neq P(B) \text{ A y B Son dependientes}$$

	B	$\bar{B}$	
A	0,25	0,45	0,7
$\bar{A}$	0,1	0,2	0,3
	0,35	0,65	

$$P(\bar{A} - B) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$P(\bar{A} - B) = 0,3 - 0,1 = \underline{\underline{0,2}}$$

$$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cup B) = 0,3 + 0,35 - 0,1 = \underline{\underline{0,55}}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,25}{0,35} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

8.- TIPO ABAU

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento, tales que $P(\bar{A}) = 0,2$ $P(B) = 0,25$ y $P(A \cup B) = 0,85$.

Calcula $P(B/A)$ Argumenta si A y B son sucesos independientes

Calcula $P(\bar{A} / B)$, $P(\bar{B} - A)$, $P(\bar{A} \cup B)$

$$\left. \begin{array}{l} P(\bar{A}) = 0,2 \\ P(A) = 0,8 \\ P(B) = 0,25 \\ P(\bar{B}) = 0,75 \\ P(A \cup B) = 0,85 \end{array} \right\} \text{datos} \rightarrow \begin{array}{l} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ 0,85 = 0,8 + 0,25 - P(A \cap B) \\ P(A \cap B) = \underline{\underline{0,2}} \end{array}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25 = P(B)$$

Como $P(B/A) = P(B)$ A y B Son independientes

$$\text{de otra forma, } \begin{array}{l} P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,25 = 0,2 \\ P(A \cap B) = 0,2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A) P(B) \\ \text{Son independientes} \end{array} \right.$$

$$\bullet P(\bar{A}/B) = P(\bar{A}) = 0,2 \quad (A \text{ y } B \text{ Son independientes})$$

$$\bullet P(\bar{B} - A) = P(\bar{B}) - P(\bar{B} \cap A) = P(\bar{B}) - \overbrace{P(\bar{B}) \cdot P(A)}^{\text{independientes}} = 0,75 - 0,75 \cdot 0,8 = 0,15$$

$$\bullet P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - \overbrace{P(\bar{A} \cap B)}^{\text{independientes}} = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A})P(B)$$

$$P(\bar{A} \cup B) = 0,2 + 0,25 - 0,2 \cdot 0,25 = \underline{\underline{0,4}}$$

9.- TIPO ABAU

Se considera dos sucesos A y B asociados a un mismo experimento, tales que

$$P(A)=0,4, P(B/A)=1/3 \text{ y } P(A \cup B)=11/15$$

¿Son A y B independientes? ¿Son A y B compatibles? Razona tus respuestas.

Calcula $P(A \cap B)$, $P(B/\bar{A})$, $P(\bar{A} \cup B)$, $P(\bar{A}/\bar{B})$

$$\left. \begin{aligned} P(B/A) &= \frac{1}{3} \\ P(B/A) &= \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \end{aligned} \right\} \frac{1}{3} = \frac{P(B \cap A)}{0,4} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} //$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{11}{15} = \frac{4}{10} + P(B) - \frac{2}{15} \Rightarrow P(B) = \frac{9}{15} - \frac{4}{10}$$

$$P(B) = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \Rightarrow \boxed{P(B) = 1/5}$$

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25} \neq P(A \cap B)$$

A y B Son dependientes

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{1/15}{0,6} = \boxed{\frac{1}{25}}$$

	B	$\bar{B}$	
A	2/15	4/15	0,4
$\bar{A}$	1/15	8/15	0,6
	0,2	0,8	

○ $\equiv$ deducidos a partir de los datos

$$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cup B) = 0,6 + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{18+6-2}{30} = \frac{22}{30} = \boxed{\frac{11}{15}}$$

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{8/15}{0,8} = \frac{2}{3} //$$

10.- TIPO ABAU

Se consideran dos sucesos A y B, asociados a un espacio muestral, tales que:

$$P(A \cup B) = 0,9; P(A \cap B) = 0,3; P(A/B) = 0,6.$$

- a) Halle las probabilidades de los sucesos A y B.
 b) Determine si el suceso B es independiente del suceso A.
 c) Calcule $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} \cup B)$,

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A/B)} = \frac{0,3}{0,6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,9 = P(A) + 0,5 - 0,3 \Rightarrow \boxed{P(A) = 0,7}$$

$$\boxed{P(B) = 0,5}$$

$$P(A \cap B) = 0,3 \neq 0,5 \cdot 0,7 = P(A)P(B)$$

A y B son dependientes

	B	$\bar{B}$	
A	0,3	0,4	0,7
$\bar{A}$	0,2	0,1	0,3
	0,5	0,5	

$$P(A \cap \bar{B}) = 0,4$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,1$$

$$P(\bar{A} \cap B) = 0,2$$

de la tabla de contingencia

$$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cup B) = 0,3 + 0,5 - 0,2 \Rightarrow P(\bar{A} \cup B) = 0,6$$