

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

PORCENTAXES. AUMENTOS E DIMINUICIÓNS PORCENTUAIS.

1. Por un bolso que estaba rebaxado un 25% pagamos 55€ euros. Canto custaba antes da rebaixa?

Rebaixa dun 25%: $100\% - 25\% = 75\%$ --> 0,75 (Índice de Variación)

Antes da rebaixa valía $55 : 0,75 = 73,33€$

2. Un ordenador costa 650 € sen I.V.A. Sabendo que se lle aplica un 21% de I.V.A. e un desconto do 15%, cal será o seu prezo final? Cal é o índice de variación? Cal é a porcentaxe de aumento aplicada?

Calculamos os índices de variación: $100\% + 21\% = 121\%$ --> 1,21

$100\% - 15\% = 85\%$ --> 0,85

$650 \times 1,21 \times 0,85 = 668,53€$ é o prezo finalmente

O índice de variación é $1,21 \times 0,85 = 1,0285$ --> A porcentaxe de aumento é 2,85%

3. A poboación de Ferrol era de 81.255 no ano 2000. Se no ano 2017 era de 67.569, cal é a porcentaxe que representa a diminución de poboación?

$(67569 - 81255) / 81255 = -0,1684$ --> Rebaixa do 16,84%

4. Un coche de 25.000€ foi rebaxado en setembro un 15%, a campaña de Nadal ofrecía descontos do 5% e finalmente un plan Renove supoñía un desconto do 10%.

a) Cal foi o prezo final do coche?

$25000 \times (1-0,15) \times (1-0,05) \times (1-0,1) = 25000 \times 0,85 \times 0,95 \times 0,9 = 25000 \times 0,72675 = 18168,75€$

b) Cal é o índice de variación?

$(1-0,15) \times (1-0,05) \times (1-0,1) = 0,85 \times 0,95 \times 0,9 = 0,72675$

c) Cal foi a porcentaxe final de desconto?

$0,72675 \times 1 = -0,27325$ --> A porcentaxe de desconto é 27,3%

5. Se pagamos 325€ por unha televisión que tiña un desconto do 25%. Cal era o seu prezo orixinal sen IVE? Nota: IVE do 21%

$325 : (0,75 \times 1,21) = 358,13€$

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

INTERESE SIMPLE. INTERESE COMPOSTO.

Interese simple (intereses depositados nunha conta diferente) $C_f = C_0 + I$			
Períodos de capitalización anuais:	Períodos de capitalización trimestrais:	Períodos de capitalización mensuais:	Períodos de capitalización diarios:
$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100}$	$I = \frac{C_0 r t}{400}$	$I = \frac{C_0 r t}{1200}$	$I = \frac{C_0 r t}{3600}$
Se depositamos 200€ nun banco a un interese simple do 5% con períodos de capitalización mensuais, cal será o meu capital dentro de 15 meses? $C_0 = 200$ $r = 5\%$ $t = 15$ meses $I = \frac{200 \cdot 5 \cdot 15}{1200} = 12,5€$ $C_f = 200 + 12,5 = 212,5€$			

Interese composto (intereses depositados na mesma conta) $I = C_f - C_0$			
$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{n \cdot 100} \right)^{n \cdot t}$			
Períodos de capitalización anuais: $n=1$	Períodos de capitalización trimestrais: $n=4$	Períodos de capitalización mensuais: $n=12$	Períodos de capitalización diarios: $n=360$
$C = C_0 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$	$C = C_0 \left(1 + \frac{r}{400} \right)^{4t}$	$C = C_0 \left(1 + \frac{r}{1200} \right)^{12t}$	$C = C_0 \left(1 + \frac{r}{36000} \right)^{360t}$
Se depositamos 500€ no banco a un interese composto do 3% con períodos de capitalización trimestrais, canto cobrarei dentro de 15 meses? Cantos intereses cobrei? $C_0 = 500€$ $r = 3\%$ $t = 15 \text{ meses} / 3 = 5$ trimestres $C = 500 \cdot \left(1 + \frac{3}{400} \right)^5 = 500 \cdot (1 + 0,0075)^5 = 519,03 €$ $I = 519,03 - 500 = 19,03€$			

6. Completa a táboa co capital e os intereses acumulados ano a ano:

Capital inicial=10000€ Interese anual=5% Tempo=5 anos Pago de intereses anual

Ano	Interese simple	Interese composto
1	$I = \frac{10000 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 500€$ $C_f = 10000 + 500 = 10500€$	$C_f = 10000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100} \right)^1 = 10500€$ $I = 10500 - 10000 = 500€$
2	$I = \frac{10000 \cdot 5 \cdot 2}{100} = 500 \cdot 2 = 1000€$ $C_f = 10000 + 500 \cdot 2 = 11000€$	$C_f = 10000 \cdot 1,05^2 = 11025€$ $I = 11025 - 10000 = 1025€$

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

3	I = 1500€ C _f = 11500€	C _f = 10000x1,05 ³ = 11576,25€ I = 11576,25 – 10000 = 1576,25 €
4	I = 2000€ C _f = 12000€	C _f = 10000x1,05 ⁴ = 12155,06€ I = 12155,06 – 10000 = 2155,06€
5	I = 2500€ C _f = 12500€	C _f = 10000x1,05 ⁵ = 12762,82 € I = 12762,82 – 10000 = 2762,82€

7. Ana ten aforrados 5000€ e busca un produto bancario que lle dea intereses. Atopa dous ofertas de bancos distintos:

OFERTA A: Interese anual do 5% durante 10 meses e pagos de intereses mensuais na mesma conta.

OFERTA B: Interese anual do 4,5% durante 12 meses e pagos de intereses semestrais en distinta conta.

Cal é a mellor oferta para Ana? Contesta razoadamente.

OFERTA A: INTERESE COMPOSTO $C_f = 5000 \cdot \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{10} = 5212,28 \text{ €}$

OFERTA B: INTERESE SIMPLE $I = \frac{5000 \cdot 4,5 \cdot 2}{200} = 225 \text{ €} \quad \rightarrow \quad C_f = 5000 + 225 = 5225 \text{ €}$

A oferta B é máis interesante.

8. Que capital inicial é necesario ter depositado para que, a **interese composto** durante 3 anos ao 5% anual e con períodos de capitalización trimestrais, se acumule un capital final de 29692,10€?

$C_f = 29692,10 \text{ €}$

$t = 3 \text{ anos} = 12 \text{ trimestres} \quad C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot t}$

$r = 5\% \quad 29692,10 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{400}\right)^{4 \cdot 3} \Rightarrow C_0 = \frac{29692,10}{1,0125^{12}} = 25580 \text{ €}$

$n = 4$

$C_0 = ?$

9. Calcula o rédito ofrecido por un banco no que depositamos 5000€ durante 18 meses a **interese composto** con períodos de capitalización semestrais acumulando un capital de 5151,51€.

$C_f = 5151,51 \text{ €}$

$t = 18 \text{ meses} = 1,5 \text{ anos} = 3 \text{ semestres} \quad C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{2 \cdot 100}\right)^{2 \cdot t}$

$r = ? \quad 5151,51 = 5000 \cdot \left(1 + \frac{r}{200}\right)^{2 \cdot 1,5}$

$n = 2 \text{ (dous pagos ao ano)} \quad \frac{5151,51}{5000} = \left(1 + \frac{r}{200}\right)^3$

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

$$C_0 = 5000\text{€}$$

$$\sqrt[3]{1,030302} = 1 + \frac{r}{200}$$

$$1,01 - 1 = \frac{r}{200}$$

$$r = 2\%$$

10. Un depósito ofrece un 4% de interese anual, renovable mensualmente e **sen acumular os intereses no depósito**. Canto tempo debemos depositar 12000€ para xerar uns intereses netos de 300€?

$$C_0 = 12000\text{€}$$

$$I = \frac{C_0 r t}{1200}$$

$$I = 300\text{€}$$

$$300 = \frac{12000 \cdot 4 \cdot t}{1200} \Rightarrow t = \frac{30 \cdot 12}{12 \cdot 4} \Rightarrow t = 7,5 \text{ meses}$$

$$t = ? \text{ meses}$$

$$r = 4\%$$

$$n = 12$$

(no interese simple non cambia os cálculos se se considera anual)

11. Se temos un capital de 10.000€ e o depositamos no banco a un **interese composto** do 3%, cantos anos terán que pasar para que se convertan en 20.000€?

$$C_f = 20000\text{€}$$

$$t = ?$$

$$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

$$r = 3\%$$

$$20000 = 10000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100} \right)^t$$

$$n = 1$$

$$\frac{20000}{10000} = 1,03^t$$

$$C_0 = 10000\text{€}$$

$$\ln 2 = \ln 1,03^t \Rightarrow \ln 2 = t \cdot \ln 1,03 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\ln 1,03} = 23,45 \text{ anos}$$

12. Laura obtivo un préstamo ao banco de 30.000€ cun **interese simple** do 6,5%. Tras varios anos cancela a súa débeda. Se finalmente pagou 40.000€, cantos anos tardou en pagar a súa débeda?

$$C_0 = 30000\text{€}$$

$$I = \frac{C_0 r t}{100}$$

$$I = 40000 - 30000 = 10000\text{€}$$

$$10000 = \frac{30000 \cdot 6,5 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{100}{3 \cdot 6,5} \Rightarrow t = 5,13 \text{ anos}$$

$$t = ? \text{ anos}$$

$$r = 6,5\%$$

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

Exercicio 105 da páxina 58 do libro

13. Unha persoa gana 120000€ na Lotería Primitiva. Acude a un banco a ingresalos e lle ofrecen dous produtos:

A) Entrega os 120000€ ao banco que decide comprar 4 prazas de garaxe e alugalas. Lle paga durante 10 anos 188€ ao mes por cada praza de garaxe. Ao final dos 10 anos lle devolve os 120000€.

B) Ingresa esta cantidades ao 6% de interese anual con períodos de capitalización anuais e intereses abonados na mesma conta.

Cal dos dous produtos é máis interesante?

$$188 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 4 = 90\,240 \text{ €}$$

$$C_f = 120\,000 \left(1 + \frac{6}{100} \right)^{10} = 214\,901,72 \rightarrow 214\,901,72 - 120\,000 = 94\,901,72 \text{ €}$$

O segundo produto é máis interesante que o primeiro

Exercicio 113 da páxina 58 do libro

14. Mira a publicidade dun depósito bancario

BANCO DOS ÁNXELES

SUPERDEPÓSITO12

Déixanos os teus aforros un ano e gana un 12%

Nota: O primeiro mes abónase un interese do 12% anual, o resto dos meses ata concluír o ano aplicarase un 1,8% de interese anual composto.

a) Que beneficios obteríamos cunha inversión de 100€?

$$\text{El primer mes ganaríamos } 100 \cdot \frac{12}{1200} = 1 \text{ €}.$$

$$\text{El resto del año ganaríamos } 101 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{100} \right)^{11} = 102,67 \text{ €}.$$

Los beneficios en el año han sido 2,67, es decir, cada euro ha producido 0,0267

b) A que rédito anual cun pago anual é equivale esta oferta? **2,67%**

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN E AMORTIZACIÓN

ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN

$$C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{n \cdot 100} \right)^{nt} \frac{\left(1 + \frac{r}{n \cdot 100} \right)^{nt} - 1}{\frac{r}{n \cdot 100}}$$

ANUALIDADES DE AMORTIZACIÓN

$$C_f = C_0 \frac{\left(1 + \frac{r}{n \cdot 100} \right)^{nt} - 1}{\frac{r}{n \cdot 100} \cdot \left(1 + \frac{r}{n \cdot 100} \right)^{nt}}$$

Exercicio 104 da páxina 57 do libro

15. Elena e Diego recibiron hai catro anos unha herdanza dun familiar arxentino. A cada un lle corresponderon 180 000 €.

Diego inviste en Bolsa e consegue unha revalorización media anual dun 5%. (Cada ano gana un 5% que segue invertido en Bolsa)

Elena compra Letras do Tesouro, que lle pagan un 5% anual. Estes intereses os inviste cada ano nunha conta que da un rédito dun 1% anual.

Cal dos dous ten agora máis cartos?

El capital acumulado por Diego es: $C_f = 180\,000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^4 = 218\,791,13 \text{ €}$

Elena recibe cada año: $180\,000 \cdot 0,05 = 9\,000 \text{ €}$

Así, sus beneficios ascienden a: $C_f = 9\,000 \cdot (1 + 0,01) \frac{(1 + 0,01)^4 - 1}{0,01} = 36\,909,05 \text{ €}$

Por tanto, el capital acumulado por Elena es 216 909,05 € y Diego tiene más dinero que ella.

Exercicio 106 da páxina 58 do libro

16. A familia Pérez García ten aforrados 50000€ para comprarse un piso. Despois de buscar un tempo, atopan unha vivenda que se adapta ás súas necesidades por un prezo de 250000€. Os gastos de xestión e de rexistro da propiedade supoñen 7000€ máis. Para poder realizar a compra recorren a un crédito bancario a 20 anos ao 3,2%. Cal é a cota mensual que deberán pagar?

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

En total deben pagar $250\,000 + 7\,000 = 257\,000$ €.

El dinero que tienen que pedir prestado al banco es $257\,000 - 50\,000 = 207\,000$ €.

La cuota mensual, C_0 , será:

$$207\,000 = C_0 \frac{\left(1 + \frac{0,032}{12}\right)^{20 \cdot 12} - 1}{\frac{0,032}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,032}{12}\right)^{20 \cdot 12}} \rightarrow C_0 = 1\,168,85 \text{ €}$$

17. Determina o tempo que tardaría en pagar un préstamo de 12500€ ao 5,75% anual se pago unha cota mensual de 750€?

$$C_f = 125000\text{€}$$

$$r = 5,75\%$$

$$C_0 = 750\text{€}$$

$$125000 = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} - 1}{\frac{5,75}{1200} \cdot \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t}}$$

$$\frac{125000 \cdot \frac{5,75}{1200}}{750} = \frac{\left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t}}$$

$$0,7986 = \frac{\left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} - 1}{\left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t}}$$

$$0,7986 \cdot \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} = \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} - 1$$

$$1 = \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t} - 0,7986 \cdot \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t}$$

$$1 = 0,2014 \cdot \left(1 + \frac{5,75}{1200}\right)^{12t}$$

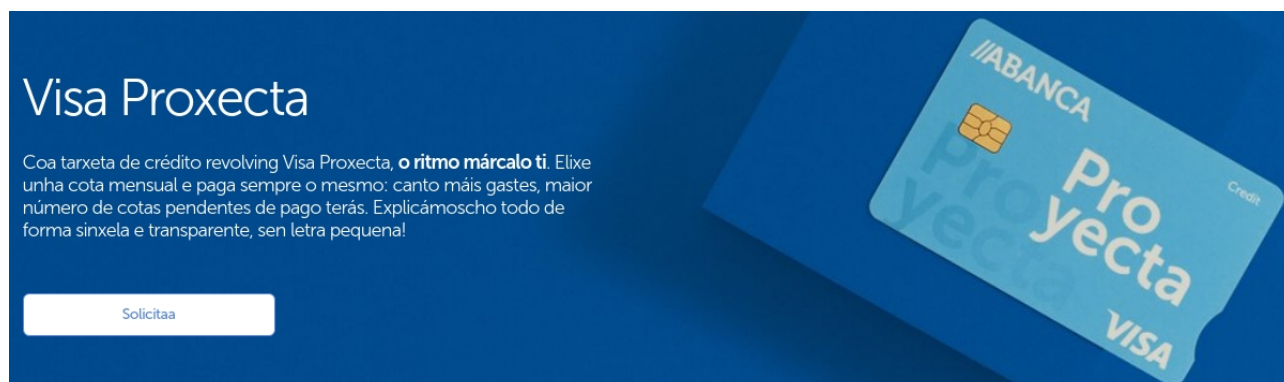
$$4,96524 = 1,00479^{12t}$$

$$\log 4,96524 = 12t \cdot \log 1,00479$$

$$t = \frac{\log 4,96524}{12 \cdot \log 1,00479} = 27,9 \text{ años}$$

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

18. A tarxeta de A Banca Visa Proxecta anuncia:



A tarxeta revolving Visa Proxecta ten un interese do **11,25% TIN** (11,85% TAE). Queres un exemplo para entendelo mellor? Para unha compra de 1500 euros a pagar en 48 meses, pagarías cada mes 38,95 euros.

Con esta información calcula: Cantos intereses pagarías en total? Comproba cos datos do exemplo que o crédito ten un efectivamente un interese anual do 11,25%

O importe total que acabarías pagando serían 1869,60 euros, dos que 369,60 euros serían xuros.

$$1500 = 38,95 \frac{\left(1 + \frac{0,1125}{12}\right)^{48} - 1}{\frac{0,1125}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,1125}{12}\right)^{48}} \quad \text{É correcto}$$

TAE (TAXA ANUAL EQUIVALENTE)

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{i}{p}\right)^p - 1 \right] \cdot 100$$

19. Unha entidade bancaria oferta un depósito a prazo fixo, para un ano, ao 6% anual a favor do cliente, liquidable e abonable mensualmente. Calcula a TAE deste tipo de depósito.

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 6,17\%$$

ÍNDICES

20. O consumo de auga en metros cúbicos do concello de Cerrillos do Monte tivo a seguinte evolución ao longo dos anos:

Consumo anual de auga de rego en m ³ Cerrillos do Monte					
2007	2008	2009	2010	2011	2012
1412	1620	1480	1398	1370	1298

TEMA 2. ARITMÉTICA DA ECONOMÍA

a) A partir deste datos, realiza unha táboa para os números índices establecendo como base o consumo do ano 2009.

Consumo anual de auga de rego en m ³ Cerrillos do Monte					
2007	2008	2009	2010	2011	2012
95,4	109,5	100	94,5	92,6	87,7

b) Estuda a evolución do consumo de auga a partir dos índices calculados.

O consumo aumentou entre 2007 e 2008, ano no que se alcanzou un máximo. A partir do ano 2009 o consumo descendeu todos os anos.

IPC E TAXA DE INFLACIÓN

21. Segundo o INE a evolución do IPC durante os os anos 2013 ao 2019 foi o seguinte:

Inflación % anual do 2013 ao 2019						
2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
2,1	1,3	-0,7	-0,3	2,1	1,7	0,6

a) Tendo en conta estes datos, calcula o prezo a finais de 2019 dun ordenador que valía 850€ a principios do 2016. Canto valía a finais do 2013?

En 2019 o ordenador vale: $850 \times (1-0,3/100)(1+2,1/100)(1+1,7/100)(1+0,6/100) = 932,75€$

En 2013 o ordenador valía: $850 : [(1-0,7/100)(1+1,3/100)] = 850 : 1,005909 = 845,01€$

b) Un alugueiro de 350€ no 2016 actualizouse no 2019 a 360€. Se por contrato o alugueiro non podía subir máis do IPC, foi legal a subida?

Subida do alugueiro en %: $(360 - 350) / 350 = 0,0286 \rightarrow 2,86\%$

Subida por IPC en %: $(1+2,1/100)(1+1,7/100) = 1,038357 \rightarrow 3,84\%$

A subida foi inferior á inflación entre estes anos, polo tanto, foi legal.

c) Un traballador cobraba 1200€ no ano 2013 e o seu soldo foi actualizado co IPC todos os anos ata o 2018, canto cobraba este ano?

$1200 \times (1+1,3/100)(1-0,7/100)(1-0,3/100)(1+2,1/100)(1+1,7/100) = 1200 \times 1,0414 = 1249,68€$

No ano 2018 cobraba 1249,68€