TEMA 2 – MATEMÁTICAS FINANCIERAS

EJERCICIO 1 : Por un artículo que estaba rebajado un 12% hemos pagado 26,4 euros. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

Solución: El índice de variación es: IV = $\left(1-\frac{12}{100}\right)$ = 0,88.

Por tanto: $C_F = C_I \cdot IV \Rightarrow 26{,}4 = C_I \cdot 0{,}88 \Rightarrow C_I = 30 \Rightarrow$ Antes de la rebaja costaba 30 euros.

EJERCICIO 2 : Un ordenador cuesta 1 036 euros sin I.V.A. Sabiendo que se aplica un 16% de I.V.A., ¿cuál será su precio con I.V.A.?

Solución: El índice de variación que corresponde a un aumento del 16% es: IV = $\left(1+\frac{16}{100}\right)$ = 1,16.

Por tanto: $C_F = C_I \cdot IV = 1036 \cdot 1{,}16 = 1\,201{,}76 \Rightarrow$ El precio con I.V.A. es de 1 201,76 euros

EJERCICIO 3 : El precio de un litro de leche (con I.V.A.) es de 0,6 euros. Sabiendo que el IVA en alimentación es del 7%, ¿cuál será su precio sin I.V.A.?

Solución: El índice de variación para un aumento del 7% es : IV = $\left(1+\frac{7}{100}\right)$ = 1,07.

$C_F = C_I \cdot IV \Rightarrow 0{,}6 = C_I \cdot 1{,}07 \Rightarrow C_I = 0{,}56 \Rightarrow$ El precio sin I.V.A. es de 0,56 euros.

EJERCICIO 4 : En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

Solución: $C_F = C_I \cdot IV \Rightarrow 80 = 200 \cdot IV \Rightarrow IV = 0{,}4 = \left(1-\frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 60 \Rightarrow$ Una disminución del 60%.

EJERCICIO 5 : Un contrato de alquiler ha subido un 2% anual durante los tres últimos años. Calcula el precio mensual que tendremos que pagar actualmente, sabiendo que hace 3 años pagábamos 420 euros al mes.

Solución: $C_F = 420 \cdot \left(1+\frac{2}{100}\right)^3 = 445{,}70736 \approx 445{,}71$ euros

EJERCICIO 6 : El precio de una raqueta de tenis subió un 20% y después la rebajaron un 15%. Si su precio actual es de 110,16 euros, ¿cuánto costaba antes de la subida? Di cuál es el índice de variación y explica su significado.

Solución: Índice de variación: IV = $\left(1+\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{15}{100}\right) = 1{,}20 \cdot 0{,}85 = 1{,}02$

$C_F = C_I \cdot IV \Rightarrow 110{,}16 = C_I \cdot 1{,}02 \Rightarrow C_I = 108$ euros $\Rightarrow$ Precio actual 108 euros

El índice de variación es 1,02 = $\left(1+\frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 2 \Rightarrow$ Ha subido un 2 %

EJERCICIO 7 : Un artículo que costaba inicialmente 60 euros fue rebajado en diciembre un 12%. En el mes de enero tuvo una segunda rebaja de un 15%; y, en febrero, se rebajó otro 10%.
a) Calcula el precio final después de las tres rebajas. b) ¿Cuál es el porcentaje total de rebaja?

Solución:

a) Calculamos el índice de variación total: IV = $\left(1-\frac{12}{100}\right)\left(1-\frac{15}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)$ $0{,}88 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}90 = 0{,}6732$

Por tanto, el precio final fue: $C_F = C_I \cdot IV = 60 \cdot 0{,}6732 = 40{,}39$ euros

b) El índice de variación obtenido, 0,6732 = $\left(1+\frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 32{,}68\%. \Rightarrow$ Un 32,68 % total de rebaja

<u>EJERCICIO 8</u> : El precio de un artículo ha aumentado en un 2%; pero, después, ha tenido una rebaja de un 5%. Calcula el índice de variación total y la disminución porcentual del precio.

Solución:

El índice de variación total será: IV = $\left(1+\frac{2}{100}\right).\left(1-\frac{5}{100}\right)$ = 1,02 · 0,95 = 0,969

0,969 = 1 - $\frac{r}{100}$ $\Rightarrow$ r = 3,1 $\Rightarrow$ Un 3,1 % de bajada.

<u>EJERCICIO 9</u> : El precio sin I.V.A. de un determinado medicamento es de 15 euros.
a) Sabiendo que el I.V.A. es del 4%, ¿cuanto costará con I.V.A.?
b) Con receta médica solo pagamos el 40% del precio total. ¿Cuánto nos costaría este medicamento si lo compráramos con receta?

Solución:
a) El índice de variación para un aumento del 4% es de 1,04.
Por tanto, el medicamento con I.V.A. costará: 15 · 1,04 = 15,6 euros
b) Para calcular el 40% multiplicamos por 0,4: 15,6 · 0,4 = 6,24 $\Rightarrow$ El precio con receta sería de 6,24 euros.

<u>EJERCICIO 10</u> : Un capital de 4 000 euros colocado al 8% anual se ha convertido en 5 441,96 euros. ¿Cuántos años han transcurrido? (Los periodos de capitalización son anuales).

Solución: $C_F = C_I \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ $\Rightarrow$ 5441,96 = 4000. $\left(1+\frac{8}{100}\right)^n$ $\Rightarrow$ 1,36049 = $1,08^n$ $\Rightarrow$ log 1,36049 = log $1,08^n$ $\Rightarrow$

Log 1,36049 = n.log 1,08 $\Rightarrow$ n = $\frac{\log 1,36049}{\log 1,08} = 4,000009933$ $\Rightarrow$ n = 4 $\Rightarrow$ Habrán transcurrido 4 años.

<u>EJERCICIO 11</u> : Halla en cuánto se transforman 3 000 euros depositados durante un año al 8% anual si los periodos de capitalización son trimestrales.

Solución: $C_F = C_I \cdot \left(1+\frac{r}{400}\right)^n$ $\Rightarrow$ C_F = 3000. $\left(1+\frac{8}{400}\right)^4$ = 3.247,30 euros

<u>EJERCICIO 12</u> : Calcula en cuánto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 meses al 7% anual (los periodos de capitalización son mensuales).

Solución: $C_F = C_I \cdot \left(1+\frac{r}{1200}\right)^n$ $\Rightarrow$ C_F = 2500. $\left(1+\frac{7}{1200}\right)^4$ = 2558,85 euros

<u>EJERCICIO 13</u> : Calcula en cuánto se transforman 800 euros al 10% anual, en un año, si los periodos de capitalización son mensuales.

Solución: $C_F = C_I \cdot \left(1+\frac{r}{1200}\right)^n$ $\Rightarrow$ C_F = 800. $\left(1+\frac{10}{1200}\right)^{12}$ = 883,77 euros

<u>EJERCICIO 14</u> : Un capital de 2 000 euros se ha transformado en 2 247,2 euros al cabo de 2 años. Calcula el tanto por ciento anual al que se ha colocado.

Solución: $2247,2 = 2000 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \Rightarrow \left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = \frac{2\,247,2}{2\,000} \Rightarrow \left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = 1,1236 \Rightarrow 1+\frac{r}{100} = \sqrt{1,1236} \Rightarrow$

$1+\frac{r}{100} = 1,06 \quad \rightarrow \quad \frac{r}{100} = 0,06 \quad \rightarrow \quad r = 6\%$ $\Rightarrow$ Por tanto, se ha colocado al 6% anual.

<u>EJERCICIO 15</u> : Hemos decidido ahorrar ingresando en un banco 1 000 euros al principio de cada año. Calcula la cantidad que tendremos ahorrado a finales del octavo año, sabiendo que el banco nos da un 6% de interés.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma,
Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final: $a_1 = 1\,000 \bullet (1,06)$

$$S_8 = \frac{1\,000 \cdot (1,06).(1,06)^8 - 1\,000(1,06)}{1,06-1} = 10\,491,32 \text{ euros.} \Rightarrow$$ Al final de los ocho años tendremos 10 491,32 euros.

<u>EJERCICIO 16</u> : Una persona ingresa, al principio de cada año, la cantidad de dinero que viene reflejada en la siguiente tabla:

	CANTIDAD DEPOSITADA (en euros)
1^{er} AÑO	1000
2º AÑO	1500
3^{er} AÑO	2000

Calcula cuál será el capital acumulado al cabo de los tres años (al final del año), sabiendo que el rédito es del 6% anual.

Solución:
- Los 1 000 euros del primer año se transforman, al cabo de tres años, en: $1\,000 \cdot (1,06)^3$ euros
- Los 1 500 euros del segundo año se transforman, al cabo de dos años, en: $1\,500 \cdot (1,06)^2$ euros
- Los 2 000 euros del tercer años se transforman, al cabo de un año, en: $2\,000 \cdot (1,06)$
- Por tanto, el total acumulado al cabo de los tres años será:

$$1\,000 \cdot (1,06)^3 + 1500 \cdot (1,06)^2 + 2000 \cdot (1,06) = 4\,996,42 \text{ euros}$$

<u>EJERCICIO 17</u> : Calcula la cantidad total que tendremos si pagamos al final de cada año una anualidad de 1 500 euros durante 10 años, al 8% anual.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma,
Como pagamos al final de cada año: $a_1 = 1\,500$.
El décimo término es $a_{10} = 1\,500 \cdot (1,08)^9$.

$$S = \frac{1\,500 \cdot (1,08)^{10} - 1\,500}{1,08-1} = 21\,729,84 \text{ euros} \Rightarrow$$ Al final de los años 10 años tendremos un total de 21 729,84 euros.

<u>EJERCICIO 18</u> : Una persona ingresa en un banco, al principio de cada año, 400 euros, durante 6 años. Calcula el dinero que habrá acumulado al final del sexto año sabiendo que el banco le da un 5% de interés anual.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma.
Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final:$a_1 = 400 \cdot (1,05)$

$$S = \frac{400 \cdot (1,05)(1,05)^6 - 400 \cdot (1,05)}{1,05-1} = 2\,856,80 \text{ euros} \Rightarrow$$ Al final del sexto año tendremos 2 856,80 euros.

<u>EJERCICIO 19</u> : Durante 4 años, depositamos al principio de cada año 1 000 euros al 5% con pago anual de intereses. ¿Cuánto dinero tendremos acumulado al final del cuarto año?

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma.
Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final $a_1 = 1\,000 \cdot (1,05)$
El cuarto término es $a_4 = 1\,000 \cdot (1,05)^4$

$$S = \frac{1\,000 \cdot (1,05).(1,05)^4 - 1\,000 \cdot (1,05)}{1,05-1} = 4\,525,63 \text{ euros.} \Rightarrow$$ Al final del cuarto año tendremos 4 525,63 euros.

<u>EJERCICIO 20</u> : Nos han concedido un préstamo hipotecario (para comprar un piso) por valor de 80 000 euros. Lo vamos a amortizar en 180 mensualidades con un interés del 5% anual. ¿Cuál es el valor de cada mensualidad que tendremos que pagar?

Solución: La mensualidad será: $m = C\dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 80\,000 \dfrac{\left(1+\frac{5}{1200}\right)^{180} \cdot \frac{5}{1200}}{\left(1+\frac{5}{1200}\right)^{180} - 1} = 632,63$ euros

Cada mes tendremos que pagar 632,63 euros.

EJERCICIO 21 : Un coche cuesta 12 000 euros. Nos conceden un préstamo para pagarlo en 48 mensualidades con un interés del 6% anual. ¿Cuál será la cuota mensual que tendremos que pagar?

Solución: $m = C\dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 12\,000\dfrac{(1{,}005)^{48} \cdot 0{,}005}{(1{,}005)^{48} - 1} = 281{,}82$ euros $\Rightarrow$ Cada mes tendremos que pagar 281,82 euros.

EJERCICIO 22 : Halla la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 40 000 euros en 5 años al 12% anual.

Solución: $a = C\dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 40\,000 \cdot \dfrac{(1{,}12)^5 \cdot 0{,}12}{(1{,}12)^5 - 1} = 11\,096{,}39$ euros $\Rightarrow$ Cada año se deben pagar 11 096,39 euros.

EJERCICIO 23 : Calcula el valor de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 25 000 euros en 6 años al 10% de interés anual.

Solución: $a = C \cdot \dfrac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 25\,000 \cdot \dfrac{(1{,}1)^6 \cdot 0{,}1}{(1{,}1)^6 - 1} = 5\,740{,}18$ euros $\Rightarrow$ Cada año se deben pagar 5740,18 euros.

EJERCICIO 24 : Tenemos que amortizar 30 000 euros en 3 años, con un 8% de interés anual, de modo que cada año pagaremos la tercera parte del capital total más los intereses del capital pendiente. Calcula lo que hay que pagar cada año.

Solución:
- Hagamos una tabla:

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL = PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1^{er} AÑO	30 000	30000 · 0,08 + 10000 = 12400	20000
2º AÑO	20 000	20000 · 0,08 + 10000 = 11600	10000
3^{er} AÑO	10 000	10000 · 0,08 + 10000 = 10800	0

- El primer año habrá que pagar 12 400 euros, el segundo año 11 600 euros y, el tercer año, 10 800 euros.

EJERCICIO 25 : Un artículo que costaba 300 euros sufrió un aumento del 25% en su precio. Después tuvo un segundo aumento del 15% y luego se rebajó un 20%.
a) Calcula el índice de variación total. **b) ¿Cuál es el precio final?**

Solución:
a) El índice de variación total será: IV = 1,25 · 1,15 · 0,8 = 1,15 (que corresponde a un 15% de aumento en el precio).
b) El precio final es: 300 · 1,15 = 345 euros

EJERCICIO 26 : El precio de un piso subió un 15% en el año 1998 y bajó un 20% en el 1999. Si su precio en el 2000 es de 225 000 euros, ¿cuál era su precio hace dos años? Di cuál es el índice de variación y explica su significado.

Solución: Índice de variación: 1,15 · 0,80 = 0,92

Precio hace dos años: $\dfrac{225\,000}{0{,}92} = 244\,565{,}22$ euros

El índice de variación, 0,92, representa una disminución del 8% en el precio del piso.

EJERCICIO 27 : El precio de un ordenador que costaba 1 200 euros fue rebajado en un 8%. Posteriormente, se le aplicó otra rebaja del 10%.
a) ¿Qué porcentaje de rebaja supone en total? **b) ¿Cuánto costaba después de las dos rebajas?**

Solución:
a) El índice de variación total es: 0,92 · 0,9 = 0,828, que corresponde a una rebaja del 17,2%.
b) El precio final será: 1 200 · 0,828 = 993,6 euros

EJERCICIO 28 : Durante un curso escolar el número de alumnos matriculados en un colegio fue de 500. El curso siguiente, este número se redujo en un 5% y, el siguiente, aumentó un 12%.
a) ¿Qué variación total de alumnos ha habido en esos años?
b) ¿Cuál es el número de alumnos matriculados que había después de las dos variaciones?

Solución:

a) El índice de variación total es: 0,95 · 1,12 = 1,064 que corresponde a un aumento del 6,4%.
b) El número final de alumnos será: 500 · 1,064 = 532

<u>EJERCICIO 29</u> : El número de habitantes de una cierta población aumentó hace tres años en un 2%. El año siguiente, el aumento fue del 3%; y, el siguiente, del 4%.
a) ¿Cuál ha sido el porcentaje total de aumento?
b) Si inicialmente eran 6 000 habitantes, ¿cuántos había después de los tres años de aumento?

Solución:
a) El índice de variación total es: 1,02 · 1,03 · 1,04 = 1,0926 que corresponde a un 9,26% de aumento.
b) Después de los tres años habrá: 6 000 · 1,0926 = 6 555,6 ≈ 6 556 habitantes

<u>EJERCICIO 30</u> : Halla el tanto por ciento anual de interés al que debe colocarse un capital de 3 000 euros para que en dos años se transforme en 3 307,5 euros.
Solución:

Si se coloca al $r\%$ anual durante dos años, se transforma en: $3000 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = 3307{,}5$ euros.

Despejamos r:

$$\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = \frac{3307{,}5}{3000}$$
$$\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = 1{,}1025$$
$$1+\frac{r}{100} = \sqrt{1{,}1025}$$
$$1+\frac{r}{100} = 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \frac{r}{100} = 0{,}05 \quad \rightarrow \quad r = 5\%$$

<u>EJERCICIO 31</u> : Hemos colocado un capital de 6 500 euros al 5% anual, y al cabo de un tiempo se ha transformado en 8 295,83 euros. Calcula los años transcurridos, sabiendo que los períodos de capitalización han sido anuales.

Solución:
Al cabo de n años tendremos: $6500 \cdot 1{,}05^n = 8295{,}83$ euros.

Despejamos n:

$$1{,}05^n = \frac{8295{,}83}{6500}$$
$$1{,}05^n = 1{,}276 \quad \rightarrow \quad n = 5 \text{ años}$$

<u>EJERCICIO 32</u> : Halla en cuánto se transforma un capital de 5 000 euros depositado durante 6 meses al 9% anual, si los períodos de capitalización son mensuales.

Solución: Al cabo de seis meses se habrá transformado en: $5000.\left(1+\frac{}{1200}\right)^6$ $5000 \cdot 1{,}0075^6 = 5229{,}26$ euros

<u>EJERCICIO 33</u> : Calcula en cuánto se transforman 3 500 euros depositados durante dos años al 6% anual si los períodos de capitalización son trimestrales.

Solución: Al cabo de los 8 trimestres tendríamos: $3500.\left(1+\frac{6}{400}\right)^8$ $3\,500 \cdot 1{,}015^8 = 3\,942{,}72$ euros

<u>EJERCICIO 34</u> : Averigua cuál es el capital que colocamos al 6% anual durante 5 años, sabiendo que al final teníamos 2 676,45 euros.

Solución: Llamamos C al capital inicial. Al cabo de los 5 años se transformó en: $C \cdot 1{,}06^5 = 2\,676{,}45$ euros

Por tanto: $C = \frac{2\,676{,}45}{1{,}06^5} = 2\,000$ euros