1.3. Logaritmos.

Dado un número real a positivo e diferente de 1, chámase **logaritmo en base a dun número p,** e represéntase por $\log_a p$, ao expoñente ao que hai que elevar á base para obter p. É dicir:

$$\log_a p = x \Leftrightarrow a^x = p$$

Como a^x é sempre positivo, xa que a é positivo, entón p tamén ten que ser positivo, ***polo tanto so están definidos os logaritmos de números positivos***.

Propiedades dos logaritmos

1. **Logaritmo da unidade.**

   O logaritmo en **calquera base** da **unidade** é **cero**.

   $$\log_a 1 = 0$$

2. **Logaritmo da base.**

   O logaritmo en calquera base da mesma base é 1.

   $$\log_a a = 1$$

3. **Logaritmo dun produto.**

   O logaritmo dun produto é igual á suma dos logaritmos dos factores.

   $$\log_a (p \cdot q) = \log_a p + \log_a q \qquad p, q \in R^+$$

4. **Logaritmo dun cociente.**

   O logaritmo dun cociente é igual á diferencia dos logaritmos do dividendo e do divisor.

   $$\log_a \frac{p}{q} = \log_a p - \log_a q \qquad p, q \in R^+$$

5. **Logaritmo dunha potencia.**
   O logaritmo dunha potencia é igual ao expoñente polo logaritmo da base.

   $$\log_a p^n = n \cdot \log_a p \quad n \in R,\ p \in R^+$$

6. **Logaritmo dunha raíz**
   O logaritmo dunha raíz é igual ao logaritmo do radicando dividido polo índice da raíz.

   $$\log_a \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} \log_a p \qquad n \in N,\ p \in R^+$$

7. **Relación entre logaritmos de distinta base (cambio de base).**
   Se a, b e p son números reais positivos con a, b ≠ 1 cúmprese o seguinte:

   $$\log_b p = \frac{\log_a p}{\log_a b}$$

úsase para cambiar de base logaritmos, por exemplo para pasalos a base 10, logaritmos decimais, ou a base **e**, logaritmos neperianos, que son os que podemos **obter coa calculadora.**

Logaritmos (exercicios).

1. Calcula, usando a definición de logaritmo, o valor da base en:

a) $\log_x 1/4 = 2$ **b)** $\log_x 2 = 1/2$

c) $\log_x 0{,}04 = -2$ **d)** $\log_x 4 = -1/2$

2. Aplicando a definición de logaritmo calcula:

a) $\log_3 9$ b) $\log_2 128$ c) $\log 1.000$ d) $\log_5 625$

e) $\log \frac{1}{1.000}$ f) $\ln e$ g) $\log_2 \sqrt{8}$ h) $\log_3 \sqrt{243}$

3. Aplicando a definición de logaritmo calcula:

$\log_5 0 =$ $\log 0 =$ $\log_7 1=$ $\log_2 1=$

4. Aplicando a definición de logaritmo e as propiedades calcula:

$\log_2 4$ $\log_2 64$ $\log_2 128$

$\log_2 \frac{1}{2}$ $\log_2 \frac{1}{4}$ $\log_2 \frac{1}{16}$

$\log_2 \sqrt{2}$ $\log_2 \sqrt{8}$ $\log_2 \sqrt[3]{2}$

$\log 1$ $\log 10$ $\log 100$

$\log 0'1$ $\log 0'01$ $\log 0'0000001$

$\log \sqrt{10}$ $\log \sqrt{1.000}$ $\log \sqrt[3]{10.000}$

5. Aplicando a definición de logaritmo e as propiedades calcula:

a) $\log_{\frac{1}{3}} 27$ b) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$ c) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{243}$ d) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2.187}$

6. Sabendo que **log 2 ≅ 0'30103**, aplicando as propiedades dos logaritmos calcula:

a) $\log 32$ b) $\log 0'64$ c) $\log 5$ d) $\log 125$ e) $\log \sqrt[3]{2}$ f) $\log \sqrt[7]{4}$

7. Sabendo que l**og 2 ≅ 0'30103** e **log 6 ≅ 0'778151**, aplicando as propiedades dos logaritmos calcula:

a) $\log 36$ b) $\log 12$ c) $\log 3$ d) $\log 18$

e) $\log \frac{1}{3}$ f) $\log \frac{2}{3}$ g) $\log_2 6$ h) $\log_6 2$

8. Coa calculadora atopa (aplicar o cambio de base para pasalo a ln ou log):

a) $\log_2 7$ b) $\log_5 23$ c) $\log_{11} 54$

9. Se o log k =0,5 , acha:

a) $\log k^3$

b) $\log \frac{k}{10}$

c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$

10. Calcular o valor de x nas seguintes ecuacións:

$3^x=5$ $8^x=16$ $10^x=0,7$