b) Comprobar que $f(x)=2x^2+x+1$ toma o valor 10 no intervalo $(-2,3)$.

↳ o exercicio transfórmase (é equivalente) a demostrar que a ecuación $\boxed{2x^2+x+1=10}$ ten solución en $(-2,3)$.

é equivalente

demostra que $2x^2+x-9=0$ ten solución en $(-2,3)$

Tomamos a función $g(x)=2x^2+x-9$

g cont. en $\mathbb{R}$ (polinómica) $\Rightarrow$ continua en $[-2,3]$

- $g(-2)=2(-2)^2+(-2)-9=8-2-9=-3<0$
- $g(+3)=2\cdot 3^2+3-9=18+3-9=12>0$

$\Longrightarrow$ Como g cumpre as condicións do teorema de Bolzano en $[-2,3]$, podemos afirmar:

$\exists\, c\in(-2,3)\ /\ g(c)=0$

$\Updownarrow$

$\exists\, c\in(-2,3)$ solución da ec. $2x^2+x-9=0$

$\Updownarrow$

$\exists\, c\in(-2,3)$ solución da ec. $\underbrace{2x^2+x+1}_{f(x)}=10$

$\Rightarrow$ $\exists\, c\in(-2,3)$ tal que $f(c)=10$ (f toma o valor 10 en $(-2,3)$)

EXERC. TEOREMA BOLZANO

(4) Pódese aplicar o Teorema de Bolzano á función $f(x) = \frac{x}{\tan x}$ no intervalo $[\pi/4, 3\pi/4]$ $\boxed{\pi/4 = 45^\circ}$

(a) Non, xa que $f(x) = \frac{x}{\tan x}$ non é continua en $[\pi/4, 3\pi/4]$

Non é continua xa que $\frac{\pi}{2} \in [\pi/4, 3\pi/4]$

e non $\nexists f(\pi/2) = \frac{\pi/2}{\tan(\pi/2)} = \frac{\pi/2}{\cancel{0}}$ $\cancel{(\tan\frac{\pi}{2} = 0)}$

$\hookrightarrow \boxed{\nexists \tan\frac{\pi}{2}}$

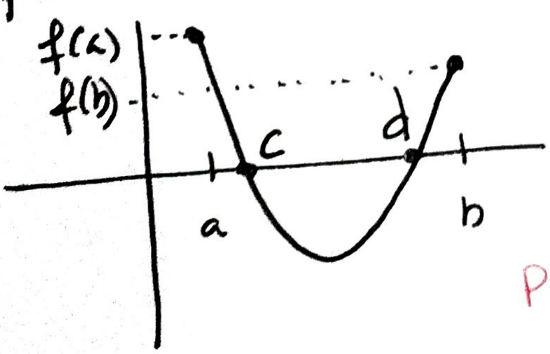
(*) A outra condición si a cumple:

- $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi/4}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\pi/4}{1} = \frac{\pi}{4} > 0$
- $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi/4}{\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{3\pi/4}{-1} = \frac{-3\pi}{4} < 0$

pero ao non ser continua non se pode aplicar o th. de Bolzano en $[\pi/4, 3\pi/4]$

(5) Se f cont. en $[a,b]$ e signo $f(a)$ = signo $f(b)$, é posible que f teña un cero en (a,b)?

Si, por exemplo:



$f(a)$ e $f(b)$ son positivos e teñen dous ceros en d e c.

Aínda que non se lle pode aplicar o th. de Bolzano