RANGO DE UNA MATRIZ

marielmates

El rango de una matriz es el numero máximo de líneas (filas o columnas) linealmente independientes.

Si el determinante de una matriz es 0, entonces dos de sus líneas paralelas son linealmente dependientes.

Si una matriz tiene dos líneas paralelas que son linealmente dependientes, entonces su determinante es 0.

Si el determinante de una matriz no es 0, es porque todas sus líneas paralelas son linealmente independientes.

$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$. $|A|=10\neq 0$, por lo que $rg(A)=2$. Tiene dos líneas linealmente independientes.

$$rg\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 10\end{pmatrix}=2$$

$C=\begin{pmatrix}1 & 3 & -3\\ -1 & 1 & -2\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}$. $|C|=-10\neq 0$, por lo que $rg(C)=3$. Hay tres líneas linealmente independientes.

$$rg\begin{pmatrix}1 & 3 & -3\\ -1 & 1 & -2\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 3 & -3\\ 0 & 4 & -5\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 3 & -3\\ 0 & 4 & -5\\ 0 & 0 & 5\end{pmatrix}=3$$

$E=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & -2 & 3\\ 2 & 4 & -6\end{pmatrix}$. $|E|=0$ por lo que $rg(E)\neq 3$. El $rg(E)=2$ si encuentro dos líneas linealmente independientes o encuentro una matriz 2x2 cuyo determinante sea distinto de 0. Todas las matrices 2x2 tienen determinante 0, por lo que $rg(E)\neq 2$. Entonces el $rg(E)=1$.

$$rg\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & -2 & 3\\ 2 & 4 & -6\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=1$$

$G=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & a & 5\\ -a & -3 & 0\end{pmatrix}$. El rango de esta matriz F será 3 si $|G|\neq 0$.

$|G|=a^2+5a-6$, $|G|=0$ si $a=-6$, $a=1$.

Si $a\neq -6, 1$, $|G|\neq 0$, por lo que $rg(G)=3$

Si $a=-6$, $|G|=0$, por lo que $rg(G)\neq 3$. El $rg(G)$ será 2 si encuentro una matriz 2x2 cuyo determinante sea distinto de 0.

$G=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & -6 & 5\\ 6 & -3 & 0\end{pmatrix}$, por ejemplo $\begin{vmatrix}0 & -1\\ 2 & -6\end{vmatrix}\neq 0$ por lo que $rg(G)=2$

Si $a=1$, $|G|=0$, por lo que $rg(G)\neq 3$. El $rg(G)$ sería 2 si encuentro una matriz 2x2 cuyo determinante sea distinto de 0.

$G=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 5\\ -1 & -3 & 0\end{pmatrix}$, por ejemplo $\begin{vmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}\neq 0$ por lo que $rg(G)=2$.

$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -6\end{pmatrix}$. $|B|=0$, por lo que el $rg(B)\neq 2$ El $rg(B)=1$ tiene una línea linealmente independiente.

$$rg\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -6\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}=1$$

$D=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & 0 & -2\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}$. $|D|=0$, por lo que $rg(D)\neq 3$ El $rg(D)=2$ si encuentro dos líneas linealmente independientes o encuentro una matriz 2x2 cuyo determinante sea distinto de 0. Por ejemplo $\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{vmatrix}\neq 0$, por lo que $rg(D)=2$.

$$rg\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & 0 & -2\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 2 & -5\\ 0 & 2 & -5\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 2 & -5\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}=2$$

$F=\begin{pmatrix}a & 2\\ -3 & 1\end{pmatrix}$. El rango de esta matriz F será 2 si $|F|\neq 0$. $|F|=a+6$, $a+6=0$, $a=-6$.

Si $a\neq -6$, $|F|\neq 0$, por lo que $rg(F)=2$.

Si $a=-6$, $|F|=0$, por lo que $rg(F)=1$.

$$rg\begin{pmatrix}-6 & 2\\ -3 & 1\end{pmatrix}=rg\begin{pmatrix}-6 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}=1$$

$L=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3 & 2\\ a & 0 & 4 & -1\\ 3 & -2 & 7 & -3\end{pmatrix}$. El rango de esta matriz L sería 3 si encuentro una matriz 3x3 con determinante distitno de 0. Existen cuatro matrices 3x3 :

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & -3\\ a & 0 & 4\\ 3 & -2 & 7\end{vmatrix}=-8a+32=0,\ a=\frac{32}{8}=4$$

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 2\\ a & 0 & -1\\ 3 & -2 & -3\end{vmatrix}=-8+2a=0,\ a=\frac{8}{2}=4$$

$$\begin{vmatrix}2 & -3 & 2\\ 0 & 4 & -1\\ -2 & 7 & -3\end{vmatrix}=-24-6-(-16-14)=0,$$

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 2\\ a & 4 & -1\\ 3 & 7 & -3\end{vmatrix}=-20+5a=0,\ a=\frac{20}{5}=4$$

Si $a=4$, todas las matrices 3x3 tienen determinante 0, por lo que el $rg(L)\neq 3$. El rango será 2 si encuentro una matriz 2x2 cuyo determinante sea distinto de 0. Por ejemplo $\begin{vmatrix}2 & -3\\ 0 & 4\end{vmatrix}=8$ por lo que $rg(L)=2$.

Si $a\neq 4$, puedo encontrar una matriz 3x3 cuyo determinante se distinto de 0. Por ejemplo $\begin{vmatrix}1 & 2 & -3\\ a & 0 & 4\\ 3 & -2 & 7\end{vmatrix}$, por lo que $rg(L)=3$.