

Modelo de exame 2:

Isto só é un modelo de exame, non quere dicir que os exercicios do exame sexan iguais. Pode haber algúns parecidos e outros que están traballados na clase ou se poden deducir co aprendido.

Tema 1: Números complexos

1 – Atopa o valor que debe ter a para que o cociente

$$\frac{1+3ai}{3-4i} \quad \text{sexa:}$$

- a) Un número real.
- b) Un número imaxinario puro.
- c) Un número de módulo 2.

2 – Calcula e representa as solucións de:

$$\sqrt[4]{(-2 + 2\sqrt{3})^3}$$

3 – Resolve as seguintes ecuacións:

- a) $\frac{z+1}{z-1} = 2 - i$
- b) $z^4 - z^2 - 2 = 0$

4 – Expresa $\cos(3\alpha)$ e $\sin(3\alpha)$ en función de $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$ utilizando a fórmula de Moivre e o binomio de Newton.

5 – Expresa en forma polar z , o seu oposto $-z$ e o seu conxugado $\bar{z}$ en cada un destes casos:

- a) $z = -2 - 2i$
- b) $z = 7i$
- c) $z = -5$

6 – Dados os números complexos $z_1 = 5_{45}$; $z_2 = 2_{15}$; $z_3 = i$. Calcula:

- a) $\frac{z_1 \cdot z_3}{(z_2)^2}$
- b) z_3^{123}
- c) $z_1 - z_2$

Soluciones:

- 1 a) $a = \frac{-4}{9}$ b) $a = \frac{1}{4}$ c) $a = \pm\sqrt{11}$
- 2 $z_1 = 2\sqrt{2}_0$; $z_2 = 2\sqrt{2}_{90}$; $z_3 = 2\sqrt{2}_{180}$; $z_4 = 2\sqrt{2}_{270}$
- 3 a) $2 + i$ b) $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, i, -i$
- 4 $\cos(3\alpha) = (\cos\alpha)^3 - 3\cos\alpha \cdot (\sen\alpha)^2$; $\sen(3\alpha) = 3(\cos\alpha)^2 \cdot \sen\alpha - (\sen\alpha)^3$
- 5 a) $z = \sqrt{8}_{225}$; $-z = \sqrt{8}_{45}$; $\bar{z} = \sqrt{8}_{135}$
b) $z = 7_{90}$; $-z = 7_{270}$; $\bar{z} = 7_{270}$
c) $z = 5_{180}$; $-z = 5_0$; $\bar{z} = 5_{180}$
- 6 a) $1,25_{105}$; b) $-i$; c) $\frac{-\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2} + \frac{-\sqrt{6}+6\sqrt{2}}{2}i$