OPTIMIZACIÓN DE FUNCIONES

marielmates

Pasos para resolver problemas de optimización:

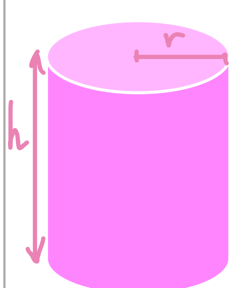
1. Plantear la función que hay que maximizar o minimizar.
2. Plantea una ecuación que relacione las distintas variables del problema, en el caso de que haya más de una variable.
3. Despejar una variable de la ecuación y se sustituye en la función (sólo nos quede una variable).
4. Derivar la función e igualar a cero, para hallar los extremos relativos. Buscar el máximo/mínimo (según el ejercicio).
5. Comprobar el resultado obtenido.
6. Responder al problema.

RECUERDA

Si una función no tiene asíntotas en un intervalo cerrado $[a\ b]$, los máximos y mínimos absolutos pueden encontrarse en los extremos del intervalo a o b y en los extremos relativos del intervalo. Los extremos relativos son puntos en los que la primera derivada es 0.

---

1 Se desea construir un depósito abierto de latón con forma de cilindro de área total igual a 54 m^2. Determinar el radio de la base y la altura del cilindro para que el volumen sea máximo.



$f(r,h) = \overbrace{\pi \cdot r^2}^{A_{BASE}} \cdot h$ máximo.

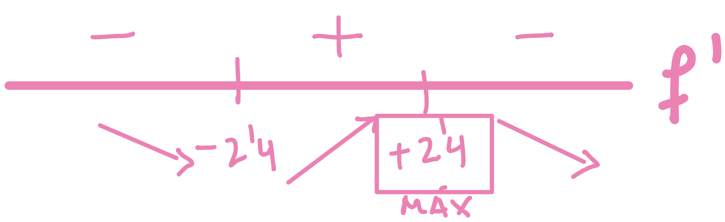
$A = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 54\ m^2$

Despejo h de la ecuación.

$h = \dfrac{54 - \pi r^2}{2\pi r}$ Sustituye en la funcion Dom $= \mathbb{R}$

$f(r) = \pi \cdot r^2 \cdot \dfrac{54 - \pi r^2}{2\pi r} = \dfrac{r(54 - \pi r^2)}{2} = 27r - \dfrac{\pi r^3}{2}$

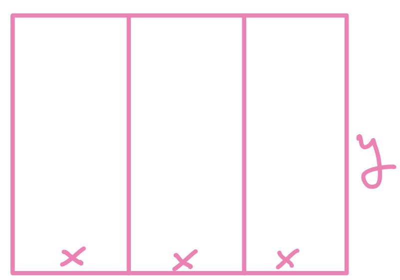
$f'(r) = 27 - \dfrac{3\pi r^2}{2} = 0,\ r = \pm\sqrt{\dfrac{18}{\pi}} = \pm 2{,}4$ m



$h = \dfrac{54 - \pi r^2}{2\pi r} = 2{,}4$ m.

SOLUCIÓN $h = r = 2{,}4$ m

2 Un solar rectangular de 11 250 m^2 se divide en tres zonas rectangulares iguales, como muestra la figura, para venderlo. Se valla el borde del campo y la separación de las zonas. Calcula las dimensiones del solar para que la longitud de valla utilizada sea mínima.



$f(x,y) = 6x + 4y$ mínimo

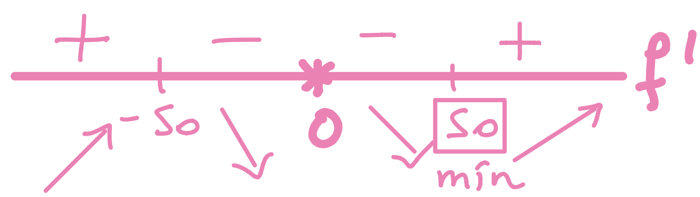
$A = 3xy = 11250$

Despejo y de la ecuación

$y = \dfrac{11250}{3x} = \dfrac{3750}{x}$ Sustituye en la función

$f(x) = 6x + 4 \cdot \dfrac{3750}{x} = 6x + \dfrac{15000}{x} \rightarrow$ Dom $= \mathbb{R} - \{0\}$

$f'(x) = 6 - \dfrac{15000}{x^2} = 0,\ x^2 = 2500,\ x = \pm 50$



$x = 50$ mínimo $\qquad y = \dfrac{3750}{x} = 75$ m

SOLUCIÓN: Dimensiones 150m y 75m