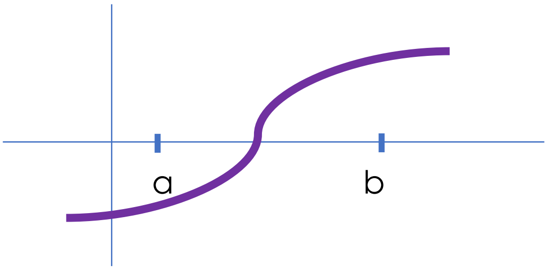
TEOREMAS SOBRE FUNCIONES CONTINUAS

1 TEOREMA DE BOLZANO O DE LOS CEROS

Si f es una función contínua y tiene distinto signo en los extremos de un intervalo cerrado entonces se anula en algún punto intermedio.



Demostrar que $x^3+x-1=0$ tiene al menos una solución real en $[0,1]$.

- $f(x)=x^3+x-1$ es contínua
- $f(0)=-1$
- $f(1)=1$

EL teorema de Bolzano garantiza que por lo menos hay un valor c entre 0 y 1 tal que $f(c)=0$.

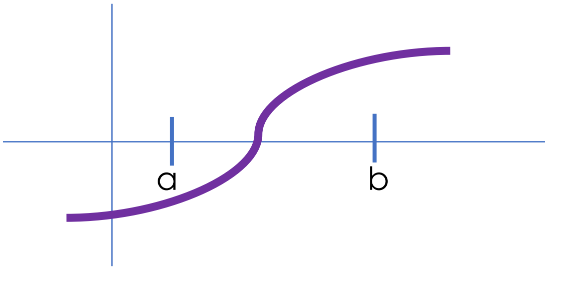
2 PROPIEDAD DE DARBOUX DEL VALOR INTERMEDIO

Si f es contínua y toma distinto valor en a y en b, entonces toma todos los valores intermedios al menos una vez.

Demostración: *supongamos, por ejemplo* $f(a) < f(b)$.

Definimos $g(x) = f(x) - y$, *que cumple* $g(a) < 0$, $g(b) > 0$. *Entonces por el teorema de Bolzano* $\exists c \in (a, b)$.

$g(c) = f(c) - y = 0 \Rightarrow f(c) = y$



3 TEOREMA DE WEIERSTRASS

Toda función contínua en un intervalo cerrado alcanza en él un máximo y un mínimo.