

EJERCICIOS MATEMÁTICAS APLICADAS II

TEMA : PROBABILIDAD

EJERCICIO 1

En un aparato de radio hay presintonizadas tres emisoras A, B y C que emiten durante todo el día. La emisora A siempre ofrece música, mientras que la B y la C, lo hacen la mitad del tiempo de emisión.

Al encender la radio se sintoniza indistintamente cualquiera de las tres emisoras.

- Obtener de forma razonada la probabilidad de que al encender la radio escuchemos música.
- Si al poner la radio no escuchamos música, calcula de forma razonada cuál es la probabilidad de que esté sintonizada en la emisora B.

Resolución:

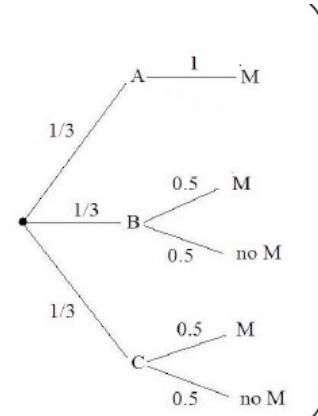
Si A, B y C son los sucesos sintonizar la emisora A, B o C, respectivamente, y M es el suceso escuchar música, se tiene:

$$P(A) = 1/3 ; P(B) = 1/3 ; P(C) = 1/3 . \quad P(M|A) = 1, P(M|B) = 0.5, P(M|C) = 0.5$$

Los sucesos A, B y C forman un sistema completo de sucesos, dado que $A \cup B \cup C = \Omega$, y que los tres sucesos son disjuntos 2 a 2. Por ello:

a) $P(M) = P(M \cap A) + P(M \cap B) + P(M \cap C) =$
 $= P(A) \cdot P(M|A) + P(B) \cdot P(M|B) + P(C) \cdot P(M|C) = 2/3$

Podría haber ayudado un diagrama de árbol como éste :



- b) Contamos con el dato adicional de que al poner la radio no escuchamos música, luego sabemos que se cumple no M (\bar{M}). El resultado a calcular es $P(B|\bar{M})$.

Ahora bien cuando tenemos que calcular una probabilidad condicionada y la que conocemos es la opuesta $P(\bar{M}|B)$, (probabilidad a posteriori), hemos de aplicar el teorema de Bayes. Este se deduce de aplicar 2 veces la definición de probabilidad condicionada:

$$P(B|\bar{M}) = \frac{P(B \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} = \frac{P(\bar{M}|B) \cdot P(B)}{P(\bar{M})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

EJERCICIO 2

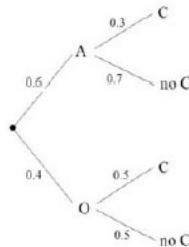
El 60 % de los alumnos de bachillerato de un Instituto son chicas y el 40 % chicos. La mitad de los chicos lee asiduamente la revista COMIC, mientras que sólo el 30 % de las chicas la lee.

- Obtener de forma razonada la probabilidad de que un alumno elegido al azar lea esta revista,
- Si un alumno elegido al azar nos dice que no lee la revista, obtener de forma razonada probabilidad de que sea chica.

Resolución:

Sean A el suceso ser chica, O el suceso ser chico y C el suceso leer COMIC. Se tiene:

$$P(A) = 0.6; P(O) = 0.4; P(C|A) = 0.3; P(C|O) = 0.5$$



a) Los sucesos A y O forman un sistema completo así que:

$$P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap O) = P(A) \cdot P(C|A) + P(O) \cdot P(C|O) = 0.6 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.5 = 0.38.$$

b) Sabemos que sucede \bar{C} y nos piden la probabilidad de A. La respuesta es el valor de $P(A | \bar{C})$.

Se trata de calcular una probabilidad a posteriori, ya que tenemos $P(\bar{C} | A)$ (está en el árbol y su valor es de 0.7). Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(A | \bar{C}) = \frac{P(A \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(\bar{C} | A) \cdot P(A)}{P(\bar{C})} = \frac{0.7 \cdot 0.6}{0.62} = 0.67742$$

Hemos utilizado que

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0.38 = 0.62 \text{ y que } P(\bar{C} | A) = 1 - P(C | A) = 1 - 0.3 = 0.7$$

Por tanto, en este caso será chica en un 67'74 % de los casos.

EJERCICIO 3

En una pequeña ciudad hay dos bibliotecas. En la primera, el 50 % de los libros son novelas mientras que en la segunda lo son el 70 %. Un lector elige al azar una biblioteca siguiendo un método que implica que la probabilidad de elegir la primera biblioteca es el triple que la de elegir la segunda. Una vez llega a la biblioteca seleccionada, elige al azar un libro, novela o no.

a) Calcular razonadamente la probabilidad de que elija una novela.

b) Sabiendo que el libro seleccionado es una novela, obtener razonadamente la probabilidad de que haya acudido a la primera biblioteca.

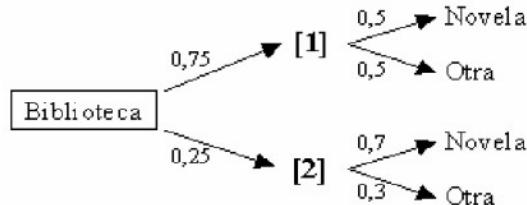
Resolución:

Necesitamos averiguar primero la probabilidad de elegir cada una de las bibliotecas. Designamos por B1 y B2 a la primera y segunda biblioteca.

Si p es la probabilidad de elegir la segunda biblioteca, $P(B2) = p$, la de elegir B1 será $P(B1) = 3p$.

$$\text{Como } P(B1) + P(B2) = 1 \Rightarrow 3p + p = 1 \Rightarrow p = 0.25$$

Y ahora podemos representar la situación con un diagrama de árbol.:



$$\text{a) } P(\text{Novela}) = P(\text{Novela} \cap B1) + P(\text{Novela} \cap B2) = P(B1) \cdot P(\text{Novela} | B1) + P(B2) \cdot P(\text{Novela} | B2) = 0.75 \cdot 0.5 + 0.25 \cdot 0.7 = 0.55$$

b) Hemos de calcular $P(B1 | \text{Novela})$ (probabilidad a posteriori). Para ello utilizaremos el teorema de Bayes:

$$P(B1 | \text{Novela}) = \frac{P(B1 \cap \text{Novela})}{P(\text{Novela})} = \frac{P(B1) \cdot P(\text{Novela} | B1)}{P(\text{Novela})} = \frac{0.75 \cdot 0.5}{0.55} = \frac{37.5}{55} = 0.681$$

EJERCICIO 4

Un ordenador personal tiene cargados dos programas antivirus A1 y A2 que actúan simultáneamente e independientemente. Ante la presencia de un virus, el programa A1 lo detecta con una probabilidad de 0,9 y el programa A2 lo detecta con una probabilidad de 0,8. Calcular de forma razonada:

- La probabilidad de que un virus cualquiera sea detectado.
- La probabilidad de que un virus sea detectado por el programa A1 y no por A2.

Resolución:

Llamemos D1 al suceso "el virus ha sido detectado por el programa A1" y D2 al correspondiente por el programa A2.

Como los programas A1 y A2 actúan independientemente, los sucesos D1 y D2 son independientes (y sus contrarios también).

- Puede ser detectado por A1 o por A2. El suceso en cuestión es $D1 \cup D2$.

$$P(D1 \cup D2) = P(D1) + P(D2) - P(D1 \cap D2) = 0.9 + 0.8 - P(D1) \cdot P(D2) =$$

Hemos utilizado que $P(D1 \cap D2) = P(D1) \cdot P(D2)$, por la independencia de D1 y D2.

$$= 0.9 + 0.8 - 0.9 \cdot 0.8 = 0.98$$

- El suceso cuya probabilidad nos piden es $D1 \cap \overline{D2}$:

$$P(D1 \cap \overline{D2}) = P(D1) \cdot P(\overline{D2}) = 0.9 \cdot 0.2 = 0.18$$

Ya que D1 y $\overline{D2}$ son independientes y que $P(\overline{D2}) = 1 - P(D2) = 1 - 0.8 = 0.2$

EJERCICIO 5

Las máquinas A y B producen 50 y 250 piezas por hora, con un porcentaje de fallos del 1 % y del 10 %, respectivamente. Tenemos mezcladas las piezas fabricadas en una hora y elegimos una pieza al azar. Calcular:

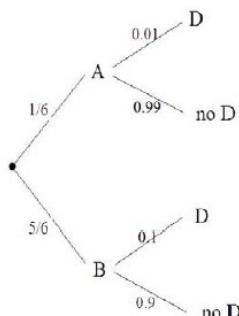
- La probabilidad de que sea una pieza no defectuosa fabricada en la máquina B.
- La probabilidad de que esté fabricada en la máquina A, si sabemos que es defectuosa.

Resolución:

Sean A y B los sucesos ser fabricados por la máquina A y por B, respectivamente. Sea D el suceso ser defectuosa. Elegir una pieza al azar puede ser considerado como un experimento compuesto donde primero puede ser fabricada por A o por B y después puede ser defectuosa o no:

$$P(A) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}; \quad P(B) = \frac{250}{300} = \frac{5}{6}; \quad P(D|A) = 0.01 (\rightarrow P(\overline{D}|A) = 0.99);$$

$$P(D|B) = 0.1 (\rightarrow P(\overline{D}|B) = 0.9)$$



$$\text{a)} P(\overline{D} \cap B) = P(B) \cdot P(\overline{D}|B) = \frac{5}{6} \cdot 0.9 = 0.75$$

b) Hemos de calcular $P(A|D)$, que es una probabilidad "a posteriori". Por ello aplicaremos el Teorema de Bayes:

$$P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D|A)}{P(D)} = \frac{1/6 \cdot 0.01}{P(D)}$$

Pero como como el suceso D = {Ser defectuosa} depende de si ha sido fabricada por la máquina A o por la máquina B, para calcular P(D) utilizaremos la ley de la probabilidad total. (Ya que A y B forman un sistema completo de sucesos: $A \cup B = \Omega$ y $A \cap B = \emptyset$).

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D \cap A) + P(D \cap B) = P(A) \cdot P(D|A) + P(B) \cdot P(D|B) = \frac{1}{6} \cdot 0.01 + \frac{5}{6} \cdot 0.1 = 0.085 \\ &\Rightarrow P(A|D) = \frac{1/6 \cdot 0.01}{0.085} \approx 0.0196 \end{aligned}$$

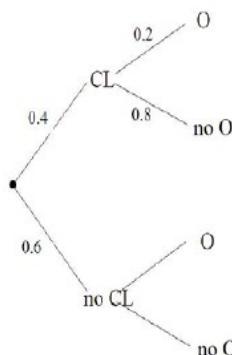
EJERCICIO 6

Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40 % ha recibido algún curso de LINUX. Además, el 20 % de aquellos que recibieron algún curso de LINUX tiene ordenador en su casa. Si un 10 % de estudiantes de informática tiene ordenador en casa y no han recibido ningún curso de LINUX, calcular:

- La probabilidad de que un estudiante de informática tenga ordenador en casa y haya recibido un curso de LINUX.
- La probabilidad de que un estudiante de informática tenga ordenador en casa.
- Si un estudiante de informática tiene ordenador en casa, la probabilidad de que haya recibido un curso de LINUX.

Resolución:

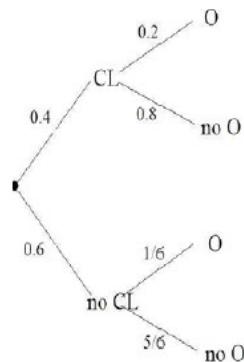
Sea CL el suceso "haber recibido algún curso de Linux" y O el suceso "tener ordenador en casa":



Sin embargo, entre los datos iniciales nos falta $P(O \cap \overline{CL})$. Por eso el árbol no está completo. Sin embargo sí nos dicen que $P(O \cap \overline{CL}) = 0.1$. Con lo cual:

$$P(O \cap \overline{CL}) = \frac{P(O \cap \overline{CL})}{P(\overline{CL})} = \frac{0.1}{0.6} = \frac{1}{6}$$

Y podemos completar el árbol: \Rightarrow



a) Nos piden $P(O \cap CL) = P(CL) \cdot P(O | CL) = 0.4 \cdot 0.2 = 0.08$

b) Nos piden $P(O) = P(O \cap CL) + P(O \cap \overline{CL}) = 0.08 + 0.1 = 0.18$ (Esto es así gracias a que CL y \overline{CL} forman un sistema completo de sucesos)

c) Nos piden $P(CL | O)$ (probabilidad a posteriori, aplicaremos Teorema de Bayes):

$$P(CL | O) = \frac{P(CL \cap O)}{P(O)} = \frac{0.08}{0.18} = 0.4$$

EJERCICIO 7

En una población hay el doble de mujeres que de hombres. El 25 % de las mujeres son rubias y el 10 % de los hombres también son rubios. Calcular:

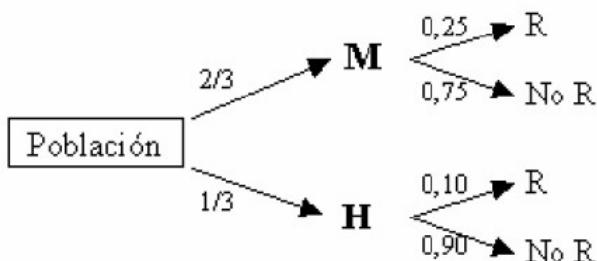
- Si se elige al azar una persona y resulta ser rubia, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre y no sea rubio?

Resolución:

Sea M = {Ser mujer}, H = {Ser hombre} y R = {Tener pelo rubio}

Llamamos $P(H) = p$. Entonces $P(M) = 2p$ con lo que $p + 2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{3}$ y así:

$P(H) = \frac{1}{3}$ y $P(M) = \frac{2}{3}$. Podemos formar el siguiente diagrama de árbol:



a) Necesitamos $P(M | R) = \frac{P(M \cap R)}{P(R)} = \frac{P(M) \cdot P(R | M)}{P(R)} = \frac{2/3 \cdot 0.25}{P(R)}$.

Para calcular $P(R)$ utilizamos la ley de la probabilidad total:

$$P(R) = P(M) \cdot P(R | M) + P(H) \cdot P(R | H) = \frac{2}{3} \cdot 0.25 + \frac{1}{3} \cdot 0.10 = 0.2. \text{ Con lo cual:}$$

$$P(M|R) = \frac{2/3 \cdot 0.25}{0.2} = 0.83$$

b) $P(H \cap \bar{R}) = P(H) \cdot P(\bar{R}|H) = (1/3) \cdot 0.90 = 0.3$

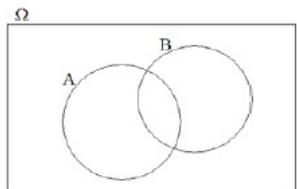
EJERCICIO 8

Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0.5$; $P(B)=0.3$ y $P(A \cap B)=0.1$. Calcular las probabilidades siguientes:

$$P(A \cup B), P(A|B), P(A|A \cap B) \text{ y } P(A|A \cup B).$$

Resolución:

El siguiente dibujo ayuda a recordar las propiedades de la probabilidad para la unión e intersección de 2 conjuntos:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.3 - 0.1 = 0.7$$

Por definición de Probabilidad condicionada $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.3} = 0.3$

Análogamente $P(A | A \cap B) = \frac{P(A \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = 1$.

Hemos utilizado que $A \cap A = A \Rightarrow A \cap A \cap B = A \cap B$. (Resulta evidente que si sabemos que sucede $A \cap B$, (suceden ambos) la probabilidad de que suceda A con esa condición es 1, dado que es suceso seguro.)

$$P(A | A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0.5}{0.7} = \frac{5}{7} \approx 0.7143$$

Hemos utilizado que $A \cap (A \cup B) = A$, dado que A está contenido dentro de $A \cup B$.

EJERCICIO 9

En un grupo de 2º de bachillerato el 15% estudia Matemáticas, el 30% estudia Economía y el 10% ambas materias. Se pide:

- a) ¿Son independientes los sucesos Estudiar Matemáticas y Estudiar Economía?
- b) Si se escoge un estudiante del grupo al azar, calcular la probabilidad de que no estudie ni Matemáticas ni Economía.

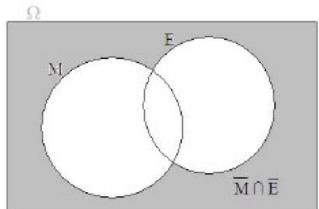
Resolución:

En el experimento de escoger un alumno al azar, definimos los sucesos $M = \{\text{estudia matemáticas}\}$ y $E = \{\text{Estudia economía}\}$. Entonces tenemos que $P(M) = 0.15$; $P(E) = 0.30$; $P(M \cap E) = 0.10$.

a) Para ser independientes se ha de cumplir que $P(M \cap E) = P(M) \cdot P(E)$.

$P(M \cap E) = 0.10$; $P(M) \cdot P(E) = 0.15 \cdot 0.30 = 0.045$ Por lo tanto **no** son independientes.

b) Tenemos que calcular $P(\bar{M} \cap \bar{E})$. Recordemos, con ayuda del siguiente gráfico la propiedades de la probabilidad de la unión y la intersección:



Utilizaremos que $\bar{M} \cap \bar{E} = \Omega - (M \cup E)$:

$$P(\bar{M} \cap \bar{E}) = 1 - P(M \cup E). \text{ Calculamos } P(M \cup E) :$$

$$\begin{aligned} P(M \cup E) &= P(M) + P(E) - P(M \cap E) = \\ &= 0.15 + 0.3 - 0.1 = 0.35. \end{aligned}$$

$$\text{Con lo que } P(\bar{M} \cap \bar{E}) = 1 - 0.35 = 0.65$$

EJERCICIO 10

En un centro escolar, 22 de cada 100 chicas y 5 de cada 10 chicos llevan gafas. Si el número de chicas es tres veces superior al de chicos, hallar la probabilidad de que un estudiante elegido al azar:

- a) No lleve gafas
- b) Sea chica y lleve gafas
- c) Sea chica, sabiendo que lleva gafas.

Resolución:

Llamemos A y O a los sucesos ser chica y ser chico, respectivamente. Llamaremos G al suceso llevar gafas.

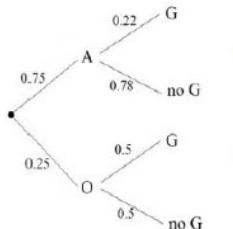
Observemos que los datos referidos a las personas que llevan gafas está diferenciado según si se trata de chicas o de chicos. Es decir los datos debemos interpretarlos como probabilidades condicionadas:

$$P(G | A) = \frac{22}{100} = 0.22 ; P(G | O) = \frac{5}{10} = 0.5.$$

Para averiguar $P(A)$ y $P(O)$, tomamos $P(O) = p$. Entonces $P(A) = 3p$. Como los sucesos A y O son contrarios:

$$P(A) + P(O) = 1 \Rightarrow 3p + p = 1 \Rightarrow p = 0.25. \text{ Así, } P(A) = 0.75 \text{ y } P(O) = 0.25.$$

Ahora podríamos formar el árbol que resume toda la información:



a) Hay que calcular $P(\bar{G})$. Utilizaremos el teorema de la prob. total:

$$\begin{aligned} P(\bar{G}) &= P(A) \cdot P(\bar{G} | A) + P(O) \cdot P(\bar{G} | O) = \\ &= 0.75 \cdot 0.78 + 0.25 \cdot 0.5 = 0.71 \end{aligned}$$

b) Necesitamos $P(A \cap G) = P(A) \cdot P(G | A) =$
 $= 0.75 \cdot 0.22 = 0.165$

c) Nos piden $P(A | G)$ (probabilidad a posteriori). Por el teorema de Bayes:

$$P(A | G) = \frac{P(A \cap G)}{P(G)} = \frac{0.165}{1 - P(\bar{G})} = \frac{0.165}{0.29} = 0.56897.$$

EJERCICIO 11

Un estudio revela que el 10% de los oyentes de radio sintoniza a diario las cadenas Music y Rhythm, que un 35% sintoniza a diario Music y que el 55% de los oyentes no escucha ninguna de las dos emisoras. Obtén:

- La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena Rhythm.
- La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena Rhythm pero no la Music.
- La probabilidad de que un oyente, del que sabemos que escucha Rhythm, escuche Music.

Resolución:

Pongamos nombre a los sucesos que intervienen:

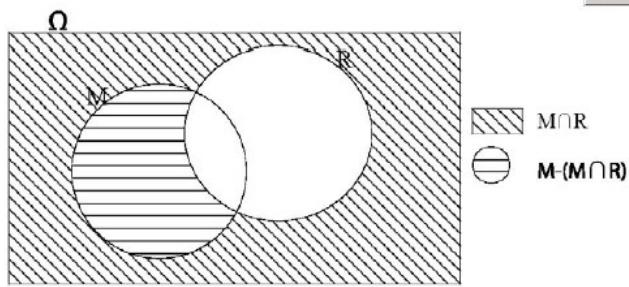
M = "sintonizar la cadena Music"

R = "sintonizar la cadena Rhythm"

Así: $P(M \cap R) = 0.10$ (pues se trata de elementos del espacio muestral que están en M y en R (en los 2 a la vez)).

$P(M) = 0.35$ y $P(\bar{M} \cap \bar{R}) = 0.55$ (pues dice que no está en M y además no está en R).

- Se nos pide $P(R)$. Para saber cómo utilizar los datos que se nos da realizamos una representación gráfica:



$$P(R) + P(M) - P(M \cap R) + P(\bar{M} \cap \bar{R}) = 1$$

$$P(R) + 0.35 - 0.10 + 0.55 = 1$$

$$P(R) = 0.20$$

Otra manera de hacerlo:

Observando la representación gráfica, es fácil observar que $\bar{M} \cap \bar{R}$ es el contrario de $M \cup R$, por lo que

$$P(M \cup R) + P(\bar{M} \cap \bar{R}) = 1 \rightarrow P(M \cup R) = 1 - P(\bar{M} \cap \bar{R}) = 1 - 0.55 = 0.45.$$

Y ahora podemos utilizar la fórmula de la unión y la intersección:

$$P(M \cup R) = P(M) + P(R) - P(M \cap R)$$

$$0.45 = 0.35 + P(R) - 0.10 \rightarrow P(R) = 0.45 + 0.10 - 0.35 = 0.20.$$

b) Se nos pide $P(R \cap \bar{M})$.

Observando el dibujo del apartado a), obtenemos que:

$$P(R \cap \bar{M}) = P(R) - P(M \cap R) = 0.20 - 0.10 = 0.10$$

c) Se nos pide $P(M | R)$. Por la fórmula de la probabilidad condicionada:

$$P(M | R) = \frac{P(M \cap R)}{P(R)} = \frac{0.10}{0.20} = 0.5$$

EJERCICIO 12

Dados dos sucesos aleatorios independientes se sabe que la probabilidad de que ocurran los dos simultáneamente es $3/25$ y la de que ocurra al menos uno de los dos es $17/25$. Calcula la probabilidad de cada uno de los dos sucesos.

Resolución:

Sean A y B los sucesos de los que se habla.

Que ocurran simultáneamente significa que ocurre $A \cap B \rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{25}$.

Que ocurra al menos uno de los dos significa que ocurre $A \cup B \rightarrow P(A \cup B) = 17/25$.

Como son independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{3}{25} = P(A) \cdot P(B) (*)$$

Utilizando la fórmula de la unión: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{17}{25} = P(A) + P(B) - \frac{3}{25} (**)$

Juntamos las ecuaciones (*) y (**), llamamos

$x = P(A)$ e $y = P(B)$ y así obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} 0.12 = x \cdot y & \rightarrow x = 0.4 \\ 0.70 = x + y & \rightarrow y = 0.3 \end{cases} \quad \begin{matrix} \circ & x = 0.3 \\ \circ & y = 0.4 \end{matrix}$$

En cualquier caso la probabilidad de los sucesos es 0.3 de uno de ellos y 0.4 del otro.

EJERCICIO 13

Un test para detectar si una persona es portadora del virus de la gripe aviar da positivo en el 96% de los pacientes que la padecen y da negativo en el 94% de los pacientes que no la padecen. Si una de cada ciento cuarenta y cinco personas es portadora del virus y una persona se somete al test, calcula:

- La probabilidad de que el test dé positivo.
- La probabilidad de que sea portadora del virus, si el resultado del test es positivo.
- La probabilidad de que el test sea negativo y no sea portadora del virus.

Resolución:

Llamemos V al suceso "ser portador del virus" y $+$ al suceso "dar positivo en el test".

Entonces, el enunciado dice que:

$$\begin{cases} P(+ \mid V) = 0.96 \\ P(- \mid \bar{V}) = 0.94 \\ P(V) = \frac{1}{145} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(- \mid V) = 0.04 \\ P(+ \mid \bar{V}) = 0.06 \\ P(\bar{V}) = \frac{144}{145} \end{cases}$$

Dado que se trata de un experimento compuesto (1° es portador o no del virus, después da positivo o no en el test) facilitará la resolución el planteamiento mediante diagrama de árbol:

- Por el teorema de la probabilidad total:

$$P(+) = P(+ \cap V) + P(+ \cap \bar{V}) = P(V) \cdot P(+ \mid V) + P(\bar{V}) \cdot P(+ \mid \bar{V}) = \frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.06 = 0.066207$$

- Se pide $P(V \mid +)$, que es una probabilidad "a posteriori". Tendremos que aplicar el teorema de Bayes.

$$P(V \mid +) = \frac{P(V \cap +)}{P(+)} = \frac{0.0066207}{0.066207} = 0.1.$$

$$\text{c) Se pide } P(- \cap \bar{V}) = P(\bar{V}) \cdot P(- \mid \bar{V}) = \frac{144}{145} \cdot 0.94 = 0.93352$$

EJERCICIO 14

De dos tiradores se sabe que uno de ellos hace 2 dianas de cada 3 disparos, y el otro consigue 3 dianas de cada 4 disparos. Si los dos disparan simultáneamente, calcula:

- La probabilidad de que los dos acierten.
- La probabilidad de que uno acierte y el otro no.
- La probabilidad de que ninguno acierte.
- La probabilidad de que alguno acierte.
- Sumar las probabilidades de a), b) y c), justificando la suma obtenida.

Resolución:

Llamamos A_1 y A_2 a los sucesos "acierta el tirador 1" y "acierta el tirador 2" respectivamente. Por el contexto tenemos que los 2 sucesos son independientes.

$$\text{a) Como los sucesos son independientes, } P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 2/3 \cdot 3/4 = 1/2$$

$$\text{b) } P(\text{"uno acierta y el otro no"}) = P(A_1 \cap \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) = 2/3 \cdot 1/4 + 1/3 \cdot 3/4 = 1/6 + 1/4 = 5/12$$

$$\text{c) } P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = 1/3 \cdot 1/4 = 1/12$$

$$\text{d) } P(\text{"alguno acierte"}) = 1 - P(\text{"nadie acierte"}) = 1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) = 1 - 1/12 = 11/12.$$

(también hubiera valido $P(\text{"alguno acierte"}) = P(A_1 \cup A_2) = \dots$)

- La suma obtenida es 1 y se justifica porque los sucesos correspondientes a los tres apartados son disjuntos y componen el espacio muestral.