

ASÍNTOTA HORIZONTAL

Una función $f(x)$ tiene la asíntota horizontal $y = k \in \mathbb{R}$ si su límite cuando x tiende a infinito es k .

Distinguimos tres casos:

- Asíntota **horizontal por la izquierda** si

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = k$$

- Asíntota **horizontal por la derecha** si

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = k$$

- Si ambos límites son iguales, decimos simplemente que $y = k$ es una **asíntota horizontal** de $f(x)$.

Para calcular la asíntota horizontal sólo tenemos que calcular los límites cuando $x \rightarrow \pm\infty$.

Ejemplo

$$f(x) = \frac{3 - 4x^2}{1 - 2x^2}$$

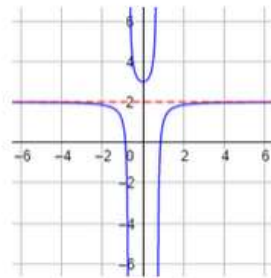
Calculamos los límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - 4x^2}{1 - 2x^2} = 2$$

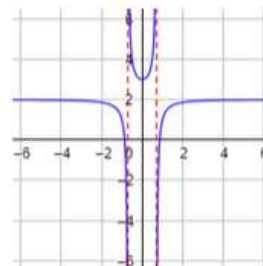
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - 4x^2}{1 - 2x^2} = 2$$

La función tiene la asíntota $y = 2$ por ambos lados.

Gráfica:



También, hay asíntotas verticales: $x = \pm\sqrt{2}/2$:



ASÍNTOTA VERTICAL

Una función $f(x)$ tiene la asíntota vertical $x = k \in \mathbb{R}$ si su límite cuando x tiende a k es infinito.

También, distinguimos tres casos:

- Asíntota **vertical por la izquierda** si

$$\lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = \pm \infty$$

- Asíntota **vertical por la derecha** si

$$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = \pm \infty$$

- Si ambos límites son iguales, decimos simplemente que $y = k$ es una **asíntota vertical** de $f(x)$.

Las funciones racionales (fracción de polinomios) tienen asíntotas verticales en las raíces del denominador.

Ejemplo

$$f(x) = \frac{x-3}{x-5}$$

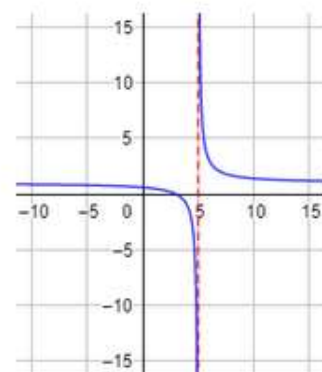
Calculamos los límites cuando $x \rightarrow 5$:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x-3}{x-5} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-3}{x-5} = +\infty$$

Por tanto, $x = 5$ es una asíntota por ambos lados.

Gráfica:



Observad que también tiene la asíntota horizontal $y = 1$.