

BOLETÍN 2.4 .- LÍMITES DE FUNCIONES I

ejercicio 1

1. Calcula los siguientes límites de funciones reales de variable real:

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} 5$

(b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-3}{5}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x - 3)$

(d) $\lim_{x \rightarrow -1} (3 - x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x - 1)$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 1}{x + 1}$

(g) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x - 1}{x - 2}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x + 2}$

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 2}{x}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x}{x^2}$

(k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x}{x^2}$

(l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1}{x - 2}$

(m) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x^2 - 4}$

(n) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - 2}{(x + 2)^2}$

(o) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 - 1}$

(p) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 2x}$

(q) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$

(r) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 4}{x^2 - 4}$

(s) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$

(t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{x}$

(u) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{3x + 9}$

(v) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{2x - 6}$

(w) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{x^3}$

(x) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x + 1}$

(y) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{(x + 2)^3}$

(z) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{x^2 - 2x - 3}$

(aa) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 3x + 2}$

(ab) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

(ac) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

(ad) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + 1}$

(ae) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$

(af) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 4}{(x + 1)^2}$

(ag) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$

(ah) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$

(ai) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - x - 12}$

(aj) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 9x - 27}{x^2 - 9}$

(ak) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$

(al) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 24x + 48}{x - 4}$

(am) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$

(an) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{2x - 6}$

ejercicio 2

Calcula los siguientes límites de funciones reales de variable real.

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x - 7}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{\frac{3x+8}{x-1}}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}-3}{x-1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-3}{x-3}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+3}-3}{x-3}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{\sqrt{x+9}-3}$

(i) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-1}$

(k) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$

(l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{x}$

(m) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$

(n) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9}$

(o) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-2x-3}$

(p) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^2-9}$

(q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$

(r) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x^2}{\sqrt{2x}-2}$

(s) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2x+1}-3}$

(t) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x+4}-3}{2-\sqrt{4x}}$

(u) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}$

(v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

ejercicio 3

Calcula los siguientes límites en el infinito, de funciones reales de variable real.

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3)$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-2x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-2x^2)$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2-2x)$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x^3)$

(g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2-x^3)$

(h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x+3x^3)$

(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^3-5x^2-7)$

(j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^2-x+4)$

(k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x+2}$

(l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x}{1-x}$

(m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-x^2}$

(n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2-5}{1-3x}$

(o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{x^2-2}$

(p) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2-1}{3x^2+2}$

(q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x-1}$

(r) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{1-4x}$

(s) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{2+x^2}$

(t) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{1-2x}$

(u) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{2x-1}$

(v) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x^2-x^3}$

(w) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x^2}{1-x}$

(x) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x^2}{1-2x^2}$

(y) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+1}{(2-x)^3}$

(z) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1}$

(aa) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5+3x}$

(ab) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5+3x}$

(ac) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

(ad) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

(ae) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+3x}{x^2-1}$

(af) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3+4x^2-x-1}{4x^3+6x^2-4x+2}$

(ag) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3+4x^2-x-1}{4x^3+6x^2-4x+2}$

(ah) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2-1}{4x^3+6x^2-4x+2}$

(ai) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5-6x^3+x-7}{4x^3+2x^2-x+1}$

(aj) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^2-5x+3}{4x^2+4x+5}$

ejercicio 4

Calcula los siguientes límites en el infinito de funciones reales de variable real:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x)$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 4x + 1})$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 7} - 2x)$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 - 3})$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4})$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{2x + 7}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^2 - x + 3} - \sqrt{x^2 + x + 2})$$

Soluciones

1. (a) 5; (b) $-\frac{3}{5}$; (c) -3; (d) 4; (e) -1; (f) -1; (g) $\frac{5}{4}$; (h) 0; (i) $\frac{1}{2}$; (j) $+\infty$; (k) $+\infty$; (l) $\frac{1}{2}$; (m) $\frac{1}{2}$; (n) $-\infty$; (o) 1; (p) 1; (q) $\frac{1}{2}$; (r) $-\frac{1}{2}$; (s) 2; (t) 2; (u) -2; (v) 0; (w) $+\infty$; (x) $\frac{1}{2}$; (y) $-\infty$; (z) $\frac{1}{2}$; (aa) $\frac{1}{2}$; (ab) 1; (ac) -3; (ad) $\frac{1}{2}$; (ae) $\frac{4}{3}$; (af) $+\infty$; (ag) $\frac{1}{2}$; (ah) $\frac{4}{3}$; (ai) $\frac{1}{7}$; (aj) 3; (ak) 8; (al) 0; (am) -1; (an) $\frac{1}{2}$.

2. (a) 1; (b) 1; (c) -2; (d) 3; (e) $\frac{1}{4}$; (f) $\frac{1}{2}$; (g) $\frac{1}{2}$; (h) $\frac{3}{4}$; (i) $-\frac{1}{56}$; (j) $\frac{1}{2}$; (k) 6; (l) $\frac{1}{2}$; (m) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; (n) $\frac{\sqrt{3}}{36}$; (o) $\frac{1}{16}$; (p) $\frac{1}{36}$; (q) $\frac{1}{2}$; (r) $\frac{1}{2}$; (s) $-\frac{3}{4}$; (t) $-\frac{5}{6}$; (u) $\frac{1}{8}$; (v) $\frac{1}{2}$.

3. (a) 5; (b) -3; (c) $+\infty$; (d) $-\infty$; (e) $+\infty$; (f) $-\infty$; (g) $+\infty$; (h) $+\infty$; (i) $+\infty$; (j) $-\infty$; (k) $+\infty$; (l) $-\infty$; (m) 0; (n) $+\infty$; (o) 0; (p) $\frac{2}{3}$; (q) $+\infty$; (r) $-\frac{1}{2}$; (s) 0; (t) $\frac{1}{2}$; (u) 1; (v) 0; (w) $-\infty$; (x) $\frac{3}{2}$; (y) 0; (z) $+\infty$; (aa) 1; (ab) 1; (ac) 0; (ad) $+\infty$; (ae) 3; (af) $-\frac{3}{4}$; (ag) $-\frac{3}{4}$; (ah) 0; (ai) $+\infty$; (aj) 2.

4. (a) $-\frac{3}{2}$; (b) $-\frac{3}{4}$; (c) $\frac{1}{2}$; (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (e) 1; (f) $\frac{1}{2}$; (g) 0; (h) $+\infty$.