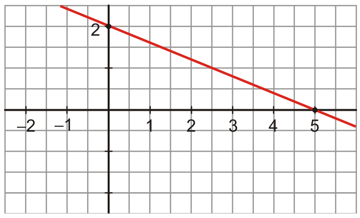
REPASO FUNCIONES ELEMENTALES

1) Representa gráficamente las siguientes funciones:

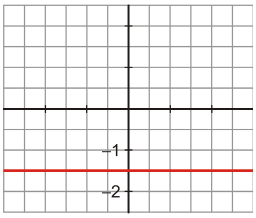
a) $y = -\frac{2}{5}x + 2$ **b)** $y = -\frac{3}{2}$ **c)** $y = \frac{5}{3}x$

a) Hacemos una tabla de valores:

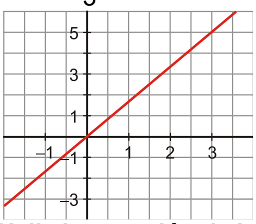
x	0	5
y	2	0



b) $y = -\frac{3}{2}$ $\rightarrow$ Es una recta paralela al eje X que pasa por $\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$.



c) $y = \frac{5}{3}x$ Pasa por el (0,0). Basta dar otro punto para representarla: Si $x = 3$ $\rightarrow$ $y = 5$



2) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento de extremos $A(-1,\ 3)$ y $B(5,\ 2)$ y es paralela a la recta $7x - 2y + 1 = 0$.

- Empezamos calculando el punto medio del segmento de extremos $A(-1,\ 3)$ y $B(5,\ 2)$:

$x = \frac{-1+5}{2} = 2$ $\quad y = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ $\rightarrow$ Punto medio: $P\left(2,\ \frac{5}{2}\right)$

- La recta tiene la misma pendiente que $7x - 2y + 1 = 0$ por ser paralelas:

$2y = 7x + 1 \rightarrow y = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow m = \frac{7}{2}$

- Ecuación de la recta pedida:

$y = \frac{5}{2} + \frac{7}{2}(x - 2)$ (Ecuación en la forma punto-pendiente)

Podemos simplificarla:

$y = \frac{7}{2}x - \frac{14}{2} + \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{7}{2}x - \frac{9}{2}$

3) Representa gráficamente la siguiente función:

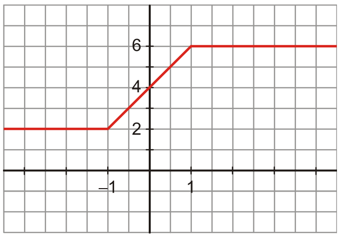
$$y = \begin{cases} 2 & \text{si} \quad x \le -1 \\ 2x + 4 & \text{si} \quad -1 < x \le 1 \\ 6 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Solución:

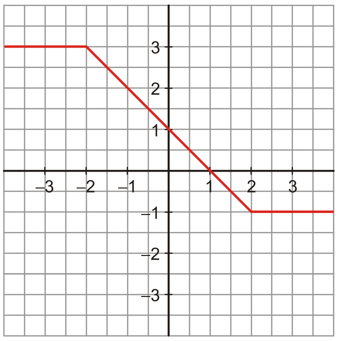
- Obtenemos una tabla de valores para la recta $y = 2x + 4$ definida para $-1 < x \le 1$:

x	0	1
y	4	6

- Los otros dos tramos son funciones constantes: $y = 2$ definida para $x \le -1$; $y = 6$ definida para $x > 1$.



4) Halla la expresión analítica de la función representada:



Solución:

- Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos de rectas observando que hay dos que son constantes:

— Si $x < -2$, la recta es $y = 3$.

— Si $x \ge 2$, la recta es $y = -1$.

— Si $-2 \le x < 2$, la recta pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(0, 1)$:

$$m = \frac{1}{-1} = -1 \quad \rightarrow \quad y - 1 = -x \quad \rightarrow \quad y = -x + 1$$

- La expresión analítica de la función es:

$$y = \begin{cases} 3 & \text{si} \quad x < -2 \\ -x + 1 & \text{si} \quad -2 \le x < 2 \\ -1 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

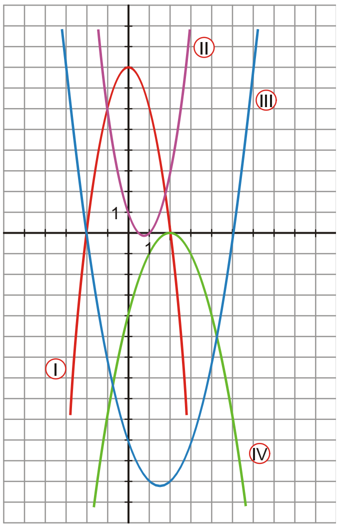
5) Relaciona cada una de las seguintes expresiones con su gráfica correspondiente:

a) $y = -2x^2 + 8$

b) $y = x^2 - 3x - 10$

c) $y = -(x - 2)^2$

d) $y = 2x^2 - 3x + 1$



Sol : 1) a) $\rightarrow$ I, b) $\rightarrow$ III, c) $\rightarrow$ IV, d) $\rightarrow$ II

6) Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} 2x+5 & \text{se} \quad x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{se} \quad -1 \leq x < 2 \\ 3 & \text{se} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

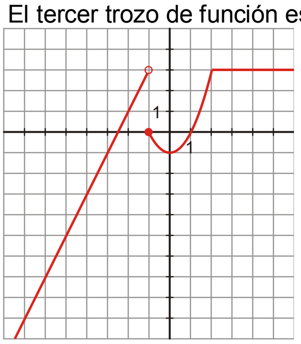
Sol: Es una función definida a trozos; el primer tramo es la recta $y = 2x + 5$ define para $x < -1$.
La representamos:

x	– 2	– 3
y	1	– 1

Representamos la parábola $y = x^2 - 1$ para $-1 \leq x < 2$: vértice = (0,-1) aunque no está definida para x= 2, necesitamos saber qué pasa cuando nos acercamos a x=2, la y se acerca a y=$2^2 - 1 = 3$

x	–1	0	1
y	0	–1	0

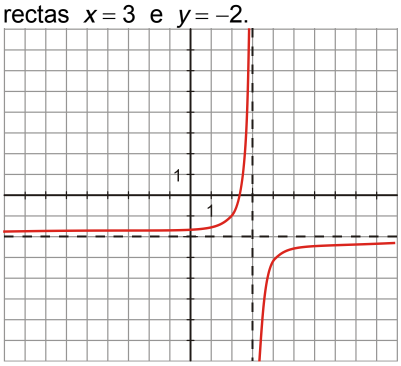
- El tercer trozo de función es la recta constante $y = 3$ definida para valores de $x \geq 2$.



3) Representa gráficamente la función:

$$y = \frac{-1}{x-3} - 2$$

Sol: Los valores de y están muy próximos a -2 cuando x crece o decrece mucho $\rightarrow$ Las asíntotas son las rectas $x = 3$ e $y = -2$.



4)

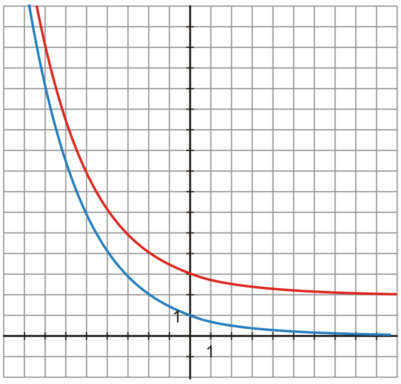
a) Construye la gráfica de $y = 0{,}7^x$ y, a partir de ella, representa la función $y = 0{,}7^x + 2$.

b) Indica cuál es el dominio de la función $y = log_3 (x)$ y escribe 5 puntos que pertenezcan a la gráfica y represéntala.

Sol: a) $y = 0{,}7^x$: función exponencial de base $a = 0{,}7 < 1$, luego decrece en su dominio, que es $\mathbb{R}$

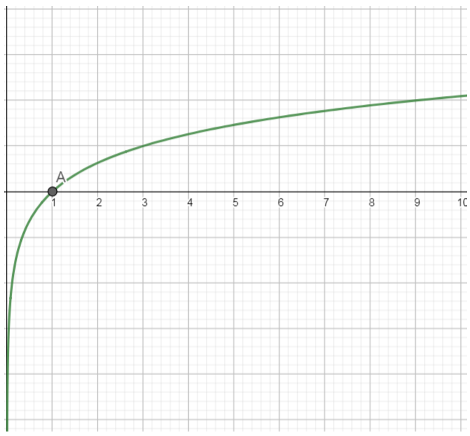
- Hagamos una tabla de valores:

x	-8	-4	0	1	4
y	17,3	4,2	1	0,7	0.24



a)

b)



La función $y = 0{,}7^x + 2$ se obtiene desplazando dos unidades hacia arriba la gráfica anterior, o lo que es igual, sumando 2 unidades a los valores obtenidos anteriormente para y.

b) $y = log_{10}\, x \rightarrow$ dominio de definición: $(0, +\infty)$

$\left(\frac{1}{3}, -1\right) \rightarrow -1 = log_3 \frac{1}{3}$

$(1, 0) \rightarrow 0 = log_3 1$

$(3, 1) \rightarrow 1 = log_3 3$

$(9, 2) \rightarrow 2 = log_3 9$

5) Representa gráficamente la función $\boldsymbol{y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4}$

Sol: Por ser una función cuadrática, su representación es una parábola.

- Hallamos su vértice:

$x = \dfrac{2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 4 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{1}{4} \cdot 16 - 8 + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad V(4, 0)$

- Puntos de corte con los ejes:

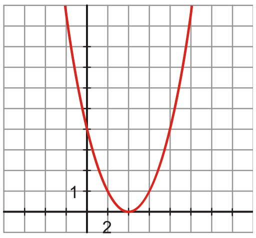
— Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow \dfrac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$x = \dfrac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4 \rightarrow (4, 0)$, que coincide, lógicamente, con el vértice.

— Con eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow (0, 4)$

- Puntos próximos al vértice:

x	1	2	3	6	8
y	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	1	4



6) Resuelve el sistema gráfica e analíticamente: $\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = x - 3 \end{array}\right\}$

Sol: **Resolución analítica**

Despejamos y de cada ecuación e igualamos:

$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = \dfrac{x-3}{3} \end{array}\right\} \begin{array}{l} x^2 - 4x + 5 = \dfrac{x-3}{3} \\ 3x^2 - 12x + 15 = x - 3 \rightarrow 3x^2 - 13x + 18 = 0 \end{array}$

$x = \dfrac{13 \pm \sqrt{169 - 216}}{6} = \dfrac{13 \pm \sqrt{-47}}{6}$ El sistema no tiene solución.

Resolución gráfica

- Representamos la parábola $y = x^2 - 4x + 5$:

— Vértice:

$x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 \rightarrow y = 4 - 8 + 5 = 1$

$V(2, 1)$

— Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 5 \rightarrow (0, 5)$

Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0$

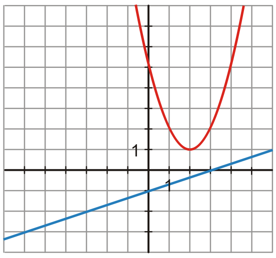
$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow$ La parábola no corta al eje X.

— Puntos próximos al vértice:

x	1	3	4	-1
y	2	2	5	10

- Representamos la recta $y=\dfrac{x-3}{3} \rightarrow y=\dfrac{1}{3}x-1$.

x	0	3
y	-1	0



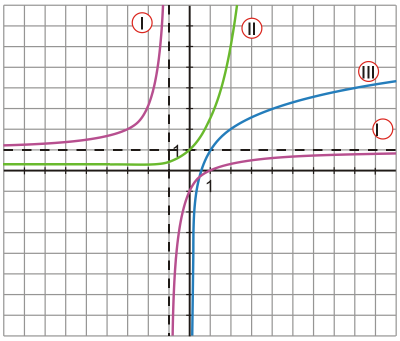
Se observa en la gráfica que la parábola y la recta no se cortan.

7) Relaciona cada gráfica con la expresión analítica correspondiente:

a) $y=2{,}5^x$

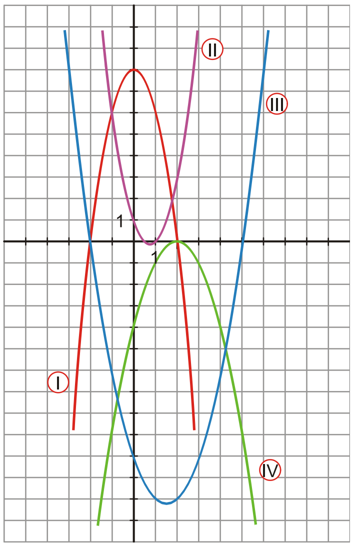
b) $y=\dfrac{-2}{x+1}+1$

c) $y=1+\log_2 x$ **Solución:** a) $\rightarrow$ II, b) $\rightarrow$ I, c) $\rightarrow$ III



8) Relaciona cada una de las siguientes expresiones con su gráfica correspondiente:

a) $y=-2x^2+8$ **b)** $y=x^2-3x-10$ **c)** $y=-(x-2)^2$ **d)** $y=2x^2-3x+1$

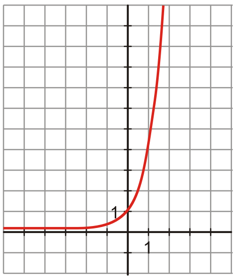


Sol: a) I, b) III, c) IV, d) II

9) Escribe el dominio de la función $y = 4^x$ y represéntala gráficamente. Escribe la expresión analítica y representa la función inversa de $y = 4^x$, y= $\log_4(x)$.
Solución:

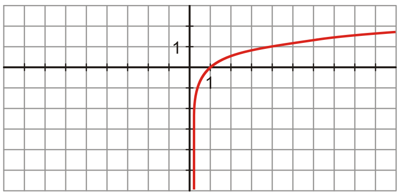
- $y = 4^x$ es una función exponencial $\rightarrow$ su dominio son todos los números reales.
  Hagamos una tabla de valores para representarla:

x	–2	–1	0	1	2
y	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16



- La expresión analítica de la función inversa de $y = 4^x$ es $y = log_4\, x$, cuya tabla de valores será:

x	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	1	4	16
y	–2	–1	0	1	2



10) De la siguiente hipérbola, di cuál es su dominio, su recorrido, cuáles son sus asíntotas, si es creciente o decreciente y represéntala:

$$\boldsymbol{y = -3 + \frac{1}{x}}$$

Solución: Dominio de definición $\mathbb{R}$- {0}

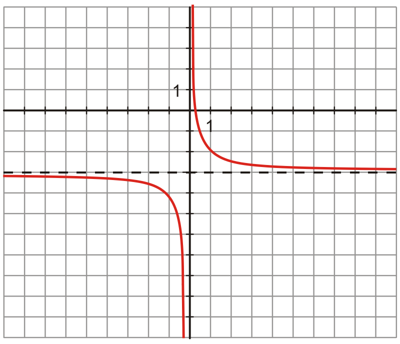
Tabla de valores en puntos próximos a $x = 0$:

x	– 1	– 0,5	– 0,1	0,1	0,5	1
y	– 4	– 5	– 13	7	– 1	– 2

Tabla de valores para otros puntos:

x	– 100	– 10	10	50	100
y	– 3,01	– 3,1	– 2,9	– 2,98	– 2,99

Se observa que los valores de y están próximos a –3 cuando x se hace muy grande o muy pequeña. Luego las asíntotas son las rectas $x = 0$, $y = -3$.



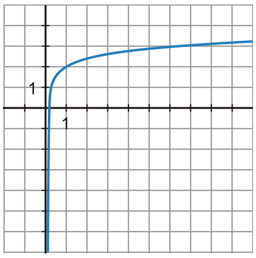
11) Representa la función $y = 2 + \log_7 (x)$.

Hacemos una tabla de valores para la función inversa de $y = log_7\, x$, que es la exponencial $y = 7^x$:

x	–2	–1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	1	7	49	343

A partir de la tabla anterior, construimos la tabla para $y = log_7\, x$ y para $y = 2 + log_7\, x$:

x	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	1	7	49	343
$y = log_7\, x$	–2	–1	0	1	2	3
$y = 2 + log_7\, x$	0	1	2	3	4	5



12) Representa gráficamente la parábola $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

Localizando su vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes.

Sol: • Vértice:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \quad \to \quad y = \frac{1}{2} - 1 - \frac{3}{2} = -1 - \frac{2}{2} = -2$$

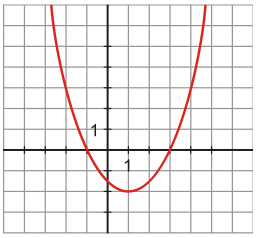
El vértice es $V(1, -2)$.

• Puntos de corte con los ejes: Con el eje Y. x=0, $y = -\frac{3}{2} \quad \to \quad \left(0, -\frac{3}{2}\right)$

Con el eje X: y=0, $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \quad \to \quad x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Puntos de corte con el eje X: (3, 0) y (–1, 0)



x	2	–2
y	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$