

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

c) $f(x) = (x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \text{ ó } x = 1$$

e) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x = 0$$

f) $f(x) = x^2 + x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

g) $f(x) = \frac{7}{x^2-25}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-5, 5\}$

$$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = -5 \text{ ó } x = 5$$

h) $f(x) = \frac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \text{ ó } x = 1$$

i) $f(x) = x^5 - 2x + 6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

j) $f(x) = \frac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$$x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{2} = \text{no existe solución real}$$

k) $f(x) = \frac{2-x}{(x+1)^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

l) $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

m) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

n) $f(x) = \sqrt{2x-4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = [2, +\infty)$

$$2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2, +\infty)$$

o) $f(x) = \frac{3}{1-x}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

p) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

q) $f(x) = \sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = [2, +\infty)$

r) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = (2, +\infty)$

$$x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2, +\infty)$$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

s) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x-2} \neq 0 \Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

t) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \text{ o } x = 2$$

u) $f(x) = \frac{x^2-4x}{x^2+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$$x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -16 \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

v) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / 16 - x^2 \geq 0\} = [-4, 4]$

Tenemos que resolver la inecuación: $16 - x^2 \geq 0$

$$16 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4 \text{ o } x = 4$$

w) $f(x) = \sqrt[3]{16-x^2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

x) $f(x) = \frac{3x+5}{2x^2-4x-6}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 3\}$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{4} = \begin{cases} x = \frac{4+8}{4} = 3 \\ x = \frac{4-8}{4} = -1 \end{cases}$$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x - 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} = (0, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente positivo.

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

d) $f(x) = \sqrt[5]{x^2-1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

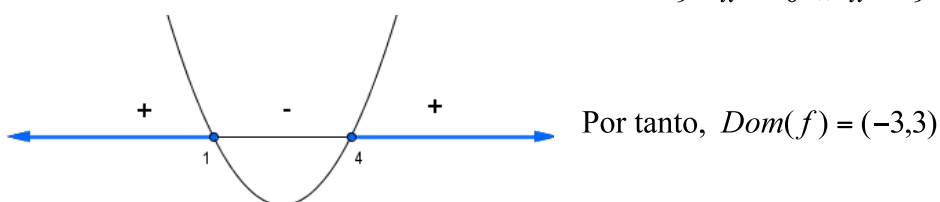
$$\sqrt[5]{x^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$ función radical con índice par

(Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0)

Tenemos que resolver la inecuación: $9 - x^2 > 0$

$$9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \text{ o } x = 3$$



Por tanto, $Dom(f) = (-3, 3)$

g) $f(x) = \frac{5x^3 - 8}{1 + x + x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \text{no existe solución real}$$

h) $f(x) = 6x^3 - 2x + 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

i) $f(x) = 6x - 2\sqrt{x} + 8 \rightarrow Dom(f) = [0, +\infty)$

j) $f(x) = \frac{2x + 23}{3x^2 - x + 7}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$$3x^2 - x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 84}}{6} = \text{no existe solución real}$$

k) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ función radical con índice par

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

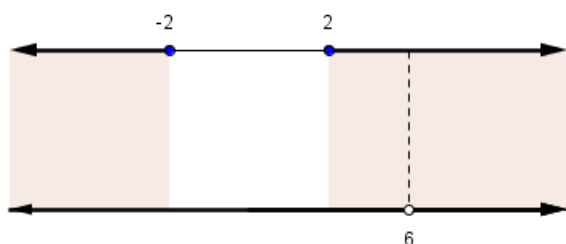
l) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = \sqrt{x+1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \geq 0\} = [-1, +\infty)$

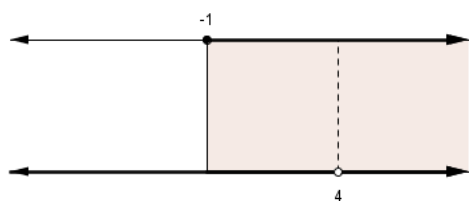
➤ $y = x - 4 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

➤ $x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$



Por tanto, $Dom(f) = [-2, 2] \cup (6, +\infty)$

m) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt[3]{x - 6}}$



Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

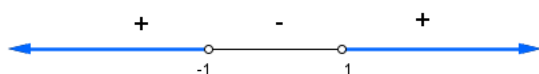
$\Rightarrow y = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ò} \quad x = 2$$

$y = \sqrt[3]{x - 6} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

$$\sqrt[3]{x - 6} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -2] \cup [2, 6) \cup (6, +\infty)$

n) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

$\Rightarrow y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

$\Rightarrow y = \sqrt{x^4 - 1} \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

$$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

o) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ función radical con índice par Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

p) $f(x) = 21x^3 - 7x - 81$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 2x + 3 \geq 0\} = \mathbb{R}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 2x + 3 \geq 0$

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \text{no tiene solución real}$$

r) $f(x) = \frac{7x+9}{9x^4+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

$$9x^4 + 7 = 0 \Leftrightarrow x^4 = -\frac{7}{9} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

s) $f(x) = \frac{7x+9}{3x^3-81}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

$$3x^3 - 81 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{81}{3} \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$$

t) $f(x) = \sqrt[6]{8+3x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

Tenemos que resolver la inecuación: $8 + 3x^2 \geq 0$

$$8 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{8}{3} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

u) $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h

se anula)

$$\triangleright y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$$

$$\triangleright y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$$

$$\triangleright \sqrt[3]{9-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow \text{luego } 9 \text{ no está en el dominio porque anula al denominador}$$

Por tanto, $Dom(f) = \mathbb{R} - \{9\}$

v) $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

$$\triangleright y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$$

$$\triangleright y = \sqrt[6]{9-x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / 9 - x > 0\} = (-\infty, 9) \text{ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)}$$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 9)$