# BOLETÍN 1 .1 MATRICES ( Operaciones, rango, inversa)

**1** Calcula todos los productos posibles de dos factores con las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -2\\ 3 & 4\\ -5 & 6\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$$

**2** Sean las matrices $A=(-2\ \ 1\ \ 1)$, $B=\begin{pmatrix}2\\ 0\\ -2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 0 & 4 & 1\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}1 & 3 & -5\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}$, calcula:

a) $AB$ b) $2BA-3C$ c) $D(A^tB^t-2C)$

**3** Para la matriz $A=\begin{pmatrix}a & 1\\ 0 & -a\end{pmatrix}$, calcula el valor de $a$ para que $A^2-A=\begin{pmatrix}12 & -1\\ 0 & 20\end{pmatrix}$.

**4** Una matriz $A$ es ortogonal si cumple que $A\cdot A^t=I$; esto es, cuando su inversa coincide con su traspuesta. Halla el valor de $a$ para que sea ortogonal la matriz $A=\begin{pmatrix}a & 0 & a\\ a & 0 & -a\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$,

**5** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$.

a) Calcula $A\cdot B$ y $B\cdot A$. ¿Se cumple que $A\cdot B=B\cdot A$?

b) Comprueba que $(A+B)^2=A^2+B^2$.

**6** Para las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 0\\ 4 & -5\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ -4 & -6 & 3\end{pmatrix}$ comprueba que $(A\cdot B)^t=B^t\cdot A^t$.

**7** Halla las matrices $A$ cuadradas de orden 2, que verifican la igualdad: $A\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}A$.

**8** a) Halla las matrices $A=\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}$ que cumplen que $A^3=A$.

b) Para esas matrices y para el valor $a=-2$, calcula $A^{10}+A^{11}+A^{12}$.

**9** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, encuentra la expresión general de $A^n$. ¿Cuál es la matriz $A^{10}-10A$?

**10** $$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$ Calcula $A^2$ e $AA^t$.

**11** Sexan $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ sabendo que $2A + AX = B$.

**12** **Calcula los rangos de las siguientes matrices utilizado la dependencia lineal**

**a)** $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 4 \\ -2 & 4 & 2 & -8 \\ 4 & -8 & -4 & 16 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 \\ -2 & -8 & -4 & 16 \end{pmatrix}$ **c)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 4 & 2 & 8 \\ 4 & 8 & -4 & 16 \end{pmatrix}$ **d)** $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

**13** **I) Calcula el rango de las siguientes matrices por el método de Gauss.**

**a)** $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & -8 & -2 & 16 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 \\ -2 & -3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ **c)** $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ -2 & 7 & 5 & 3 \\ -4 & 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ **d)** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

**14** Determina, en función de los valores de $a$, el rango de las matrices:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a^2 \end{pmatrix}$

**15** . Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, comprueba que su inversa es ella misma;

**16**

**25**. Aplicando el método de Gaus–Jordan halla, cuando exista la inversa de cada una de las siguientes matrices.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

**17** Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & -2 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Encuentra el valor de $x$ para que $B^2 = A$.

b) Encuentra el valor de $x$ para que $A + 2B + C = I$, siendo $I$ la identidad de orden 2.

**18** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, halla otras dos matrices del mismo orden, $X$ e $Y$, que cumplan: $\begin{cases} 2X - Y = A \\ X + 3Y = 2B \end{cases}$.

**19** Resuelve el sistema $\begin{cases} 2X - 3Y = A \\ 3X + 4Y = B \end{cases}$, siendo $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.