

TEMA 2: RESOLUCIÓN DE CIRCUÍTOS RESISTIVOS EN CORRENTE CONTINUA.

SUMARIO

1. LEI DE OHM.....	3
1.1. LEI DE OHM E DEFINICIÓN DE POTENCIA.....	3
2. GLOSARIO E CONVENCIONS NOS ESQUEMAS ELECTRÓNICOS.....	4
3. ASOCIACIÓN DE RESISTORES.....	5
3.1. ASOCIACIÓN EN SERIE.....	5
3.2. ASOCIACIÓN EN PARALELO.....	6
3.3. CIRCUÍTOS MIXTOS.....	7
3.4. TRANSFORMACIÓNS ESTRELA TRIÁNGULO E TRIÁNGULO ESTRELA.....	8
3.4.1. TRANSFORMACIÓN ESTRELA TRIÁNGULO.....	8
3.4.2. TRANSFORMACIÓN TRIÁNGULO ESTRELA.....	8
4. XERADORES.....	9
4.1. XERADORES DE TENSÍON IDEAIS.....	9
4.2. XERADORES DE TENSÍON REAIS.....	9
4.3. XERADORES DE CORRENTE IDEAIS.....	10
4.4. XERADORES DE CORRENTE REAIS.....	11
4.5. TEOREMA DA EQUIVALENCIA DE XERADORES.....	12
4.6. ASOCIACIÓN DE XERADORES.....	12
4.6.1. XERADORES EN SERIE.....	12
4.6.2. XERADORES EN PARALELO.....	12
5. LEIS DE KIRCHOFF.....	13
5.1. LEI DOS NODOS.....	13
5.2. LEI DAS MALLAS.....	13
5.3. MÉTODO DAS CORRENTES DE MALLA.....	14
6. TEOREMA DE THEVENIN.....	15

7. TEOREMA DE NORTON.....	15
8. ACONDICIONAMENTO DE SENSORES RESISTIVOS.....	16
8.1. ACONDICIONAMENTO CON DIVISOR DE TENSIÓN.....	16
8.2. ACONDICIONAMENTO CON FONTE DE CORRENTE.....	18
8.3. A PONTE DE WHEATHSTONE.....	18
9. ERROS POR CARGA NO POLÍMETRO.....	20
9.1. ERRO POR CARGA NO AMPERÍMETRO.....	20
9.2. ERRO POR CARGA NO VOLTÍMETRO.....	20



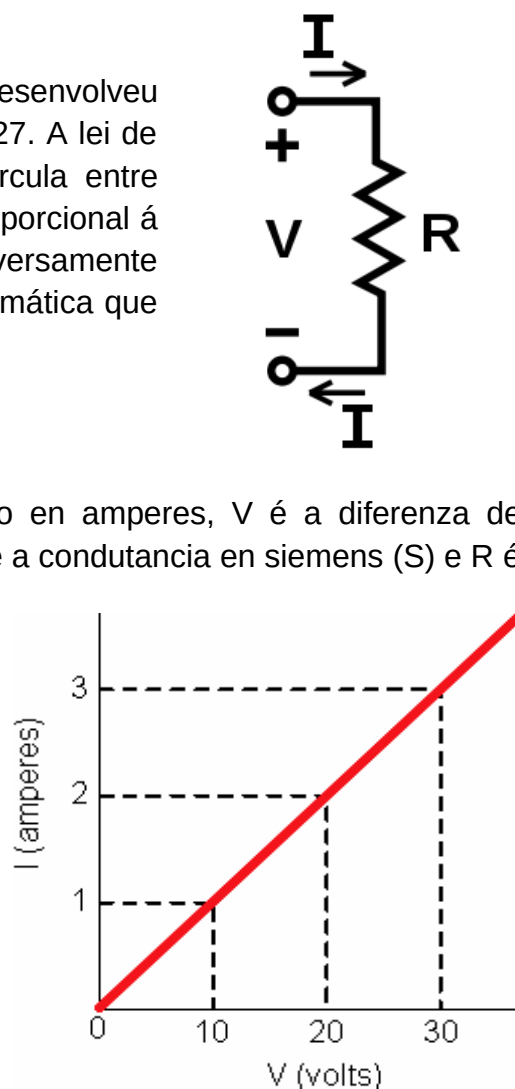
1. LEI DE OHM

O científico alemán Georg Simon Ohm desenvolveu experimentalmente a lei que leva o seu nome en 1827. A lei de Ohm establece que a intensidade eléctrica que circula entre dous puntos dun circuío eléctrico é directamente proporcional á tensión eléctrica entre os devanditos puntos e inversamente proporcional á resistencia eléctrica. A ecuación matemática que describe esta relación é:

$$I = \frac{V}{R} = G \cdot V$$

onde, I é a corrente que pasa a través do circuío en amperes, V é a diferenza de potencial entre os extremos do circuío en voltios, G é a condutancia en siemens (S) e R é a resistencia en ohmios (Ω). Esta lei cúmprese para circuíos e tramos de circuíos que non teñen elementos activos nin cargas reactivas (indutivas ou capacitivas).

A lei de Ohm di que a R nesta relación é constante, independentemente da corrente. Polo tanto a curva que representa o comportamento I-V dun resistor deberá ser unha liña recta como mostra a figura da dereita. As curvas I-V son unha importante ferramenta de análise do comportamento dos compoñentes electrónicos. A pendente de esta recta será a condutancia (G).



1.1. LEI DE OHM E DEFINICIÓN DE POTENCIA

Combinando a lei de Ohm e a definición de potencia chegamos a un par de expresións de uso moi común.

A primeira de elas é a da potencia en función da intensidade de corrente e a resistencia que resulta de gran utilidade nos circuíos serie:

$$P = I \cdot V = I \cdot (I \cdot R) = I^2 \cdot R$$

A segunda é a da potencia en función da tensión e a resistencia que resulta de gran utilidade nos circuíos paralelos:

$$P = I \cdot V = \frac{V}{R} \cdot V = \frac{V^2}{R}$$

Ambas expresións son válidas para resistencias puras en calquera caso pero hai que ter certo coidado á hora de aplicalas.

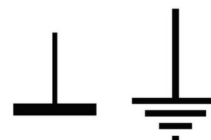
2. GLOSARIO E CONVENCIONES NOS ESQUEMAS ELECTRÓNICOS

Convén aclarar antes de seguir con este tema algúns termos e convencións que se empregaran durante o mesmo e que son expresións comúns en electrónica:

CIRCUÍTO ABERTO: Trátase de dous puntos entre os que non hai un camiño condutor. Polo tanto sexa cal sexa a diferenza de potencial entre os mesmos a corrente será cero. Un circuítto aberto ten unha resistencia infinita.

CIRCUÍTO PECHADO E CURTOCIRCUÍTO: Trátase de dous puntos entre os que existe un camiño condutor de moi baixa resistencia. Polo tanto sexa cal sexa a intensidade de corrente a diferenza de potencial entre os puntos será nula. Un circuítto pechado ten unha resistencia nula. Cando fan contacto dous puntos de un circuítto/instalación entre os que hai unha diferenza de potencial dicimos que hai un cortocircuíto. Cando conectamos os dous terminais dun mesmo compoñente dise que o compoñente esta cortocircuitado.

MASA, TERRA OU REFERENCIA: A masa, terra ou referencia nos circuítos representase mediante os símbolos da figura da dereita. A efectos prácticos basta saber que todos os puntos que están conectados á masa atópanse cortocircuitados entre si (ao mesmo potencial). Ademais é norma xeral considerar que este potencial é 0 e tomalo como referencia para a medida dos demais potenciais do circuítto. En ocasións conectase á unha toma de terra física e outras veces é simplemente unha conexión ao chasis do equipo coa fin de acadar unha referencia común. En algúns equipos complexos existen varias masas diferentes para evitar interferencias entre diferentes circuítos (mando e forza por exemplo).



Como norma xeral nos circuítos pequenos os terminais negativos das fontes conéctanse directamente á masa ou, de non habela, considéranse o punto de masa.

LIÑAS NOS ESQUEMAS ELECTRÓNICOS: En todo esquema de circuítto eléctrico debuxase liñas para conectar os compoñentes. En tódolos casos considerárase esas liñas como tramos de condutor perfecto ou circuítos pechados ($R = 0$) polo que a caída de potencial ao longo de estas liñas é 0. Tódolos puntos conectados mediante estas liñas están ao mesmo potencial.

SIGNO DA TENSIÓN: Cando se representan tensións sobre o esquema dun circuítto propónse unha dirección para as mesmas mediante os símbolos “+” e “-” ou unha frecha que vai de “-” a “+”. Deste xeito un valor positivo da tensión significara maior potencial no punto “+” (“punta” da frecha) e unha tensión negativa o contrario.

SIGNO DA INTENSIDADE DE CORRENTE: Cando se debuxan as correntes nun circuítto propónse unha dirección para a circulación das mesmas mediante unha frecha. Esta dirección debe ser coherente coa proposta para a tensión, caso de tela proposto, lembrando que o convenio di que as correntes van de potenciais maiores cara a menores. Deste xeito un valor positivo da intensidade de corrente significara circulación na dirección proposta e un valor negativo da intensidade de corrente significara circulación na dirección contraria.

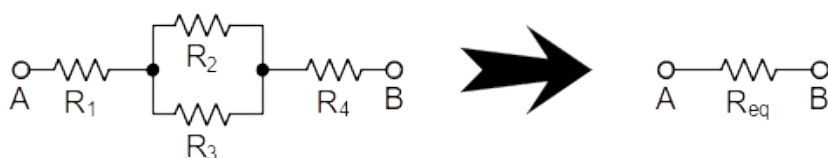
NOTACIÓN DE DOBLE SUBÍNDICE PARA A TENSIÓN: Cando se emprega esta notación hai que etiquetar os dous puntos entre os que se calcula a tensión. Poñamos que as etiquetas son C e D, entón a notación V_{CD} identifica ao punto C como o suposto de maior potencial (a frecha debuxaríase de D cara a C). No caso de que o punto C teña un potencial maior que D a tensión V_{CD} será positiva e no caso contrario será negativa.

NOTACIÓN DE SUBÍNDICE SINXELO PARA A TENSIÓN: Cando se emprega esta notación so hai que etiquetar un punto no que se calcula a tensión. Mantendo as etiquetas do exemplo anterior V_C será a tensión entre C e masa e V_D será a tensión entre o punto D e masa.

Ademais cumprírase que $V_{CD} = V_C - V_D$

3. ASOCIACIÓN DE RESISTORES

As resistencias que están conectadas entre si poden reducirse a unha resistencia equivalente. Denomínase resistencia equivalente de unha asociación respecto dos puntos A e B, a aquela que sometida á mesma diferenza de potencial, V_{AB} , demanda a mesma intensidade de corrente.

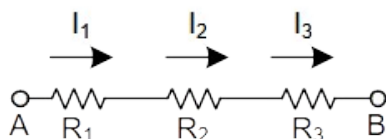


3.1. ASOCIACIÓN EN SERIE

Dous elementos atópanse conectados en serie se se cumpre que:

- x So contan cun terminal en común (é dicir, unha terminal dun elemento atópase conectada soamente a unha terminal do outro elemento).
- x O punto común entre os dous elementos non se atopa conectado con outro elemento que transporte corrente.

Na seguinte figura pode verse un conxunto de resistencias conectadas en serie entre dous puntos A e B:



Dado que a corrente é un fluxo de carga a intensidade que percorre dous elementos conectados en serie é, necesariamente, a mesma.

Matematicamente:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Ademais en cada unha das resistencias cumprírase a lei de Ohm, de xeito que:

$$V_1 = I \cdot R_1; V_2 = I \cdot R_2 \text{ e } V_3 = I \cdot R_3$$

A diferenza de potencial entre os puntos A e B será a suma das diferenzas de potencial entre os extremos das resistencias:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

Lembrando a definición de resistencia equivalente esta debía de cumprir:

$$V_{AB} = I \cdot R_{eq}$$

Comparando ambas expresións chegamos a:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Ou, en xeral para N resistores en serie:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

Ademais a potencia total consumida polos N resistores será a suma das potencias consumidas en cada un de eles:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = I^2 \cdot R_1 + I^2 \cdot R_2 + I^2 \cdot R_3 = I^2 \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = I^2 \cdot R_{eq}$$

3.2. ASOCIACIÓN EN PARALELO

Dous elementos atópanse conectados en paralelo se se cumpre que os dous terminais dos compoñentes están conectados aos mesmos dous puntos.

Na figura da dereita pode verse un conxunto de resistencias conectadas en paralelo entre os puntos A e B.

Como as tres resistencias están entre os puntos A e B a tensión entre extremos de cada unha de elas será a mesma (V_{AB}):

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_{AB}$$

Ademais en cada unha das resistencias cumprírase a lei de Ohm, de xeito que:

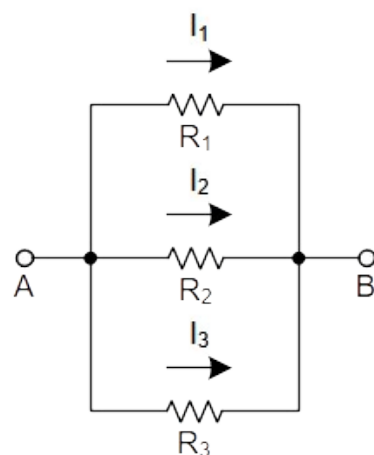
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}; I_2 = \frac{V_2}{R_2} \text{ e } I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

Dado que a corrente é un fluxo de carga a intensidade total (I_T) entre os puntos A e B será a suma das intensidades que percorren cada resistencia:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} = V_{AB} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Lembrando a definición de resistencia equivalente esta debía de cumprir:

$$I_T = V_{AB} \cdot \frac{1}{R_{eq}}$$



Comparando ambas expresións chegamos a:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Ou, en xeral para N resistores en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Que tamén se pode escribir de xeito máis sinxelo en función das condutancias:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

Ademais a potencia total consumida polos N resistores será a suma das potencias consumidas en cada un de eles:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{V_{AB}^2}{R_1} + \frac{V_{AB}^2}{R_2} + \frac{V_{AB}^2}{R_3} = V_{AB}^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_{AB}^2}{R_{eq}}$$

Existen unha serie de casos particulares que pola súa importancia se presentan a continuación.

DÚAS RESISTENCIAS EN PARALELO:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

N RESISTENCIAS IGUAIS EN PARALELO:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{N}{R} \rightarrow R_{eq} = \frac{R}{N}$$

3.3. CIRCUÍTOS MIXTOS

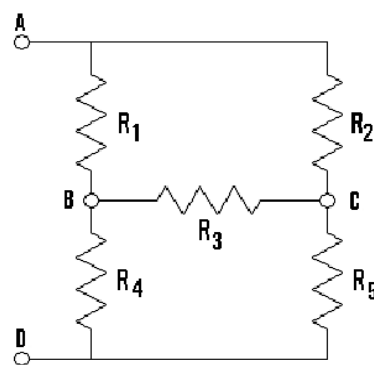
Son os que conteñen asociacións en serie e en paralelo. No caso de que teñan unha única fonte poderanse resolver empregando o **método de redución e regreso**, que pode resumirse nos seguintes pasos:

1. Etiquétase todos os puntos do circuíto onde se atopan dous ou máis compoñentes con letras e pónselle nome a todas as intensidades do circuíto.
2. Redúcese as partes do circuíto que son asociacións puras serie ou paralelo as súas resistencias equivalentes e debuxase o circuíto resultante, mantendo as etiquetas e os nomes das intensidades que non desaparecen.
3. Repítese o paso 2 ate que o circuíto queda reducido á súa forma máis sinxela, unha fonte con unha única resistencia total conectada.
4. Resolvese os circuítos equivalentes comezando polo último de eles, o máis sinxelo, e empregando en cada un os resultados obtidos nos anteriores.

3.4. TRANSFORMACIÓNS ESTRELA TRIÁNGULO E TRIÁNGULO ESTRELA

Existen circuitos nos que non é posible atopar a solución mediante a redución de conxuntos de resistores aos seus equivalentes serie e paralelo. Nestes casos será necesario recorrer ás transformacións estrela triángulo ou triángulo estrela para obter un circuito equivalente que si poda ser resolto mediante a técnica explicada.

Un exemplo dun circuito sinxelo que presenta ese problema pode verse na figura da dereita onde se amosa un circuito no que non existe ningunha asociación pura serie ou paralela.



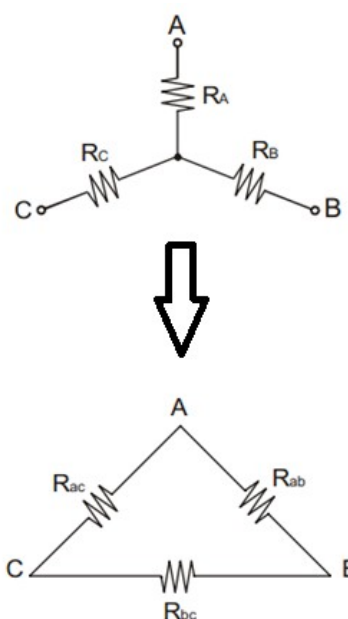
3.4.1. TRANSFORMACIÓN ESTRELA TRIÁNGULO

Dada unha configuración en estrela como a da figura poderá substituírse por unha configuración en triángulo na que os valores dos resistores equivalentes virán dados polas expresións:

$$R_{ac} = R_A + R_C + \frac{R_A \cdot R_C}{R_B}$$

$$R_{bc} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}$$

$$R_{ab} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}$$



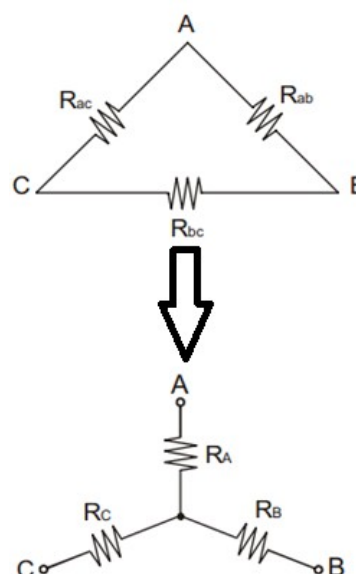
3.4.2. TRANSFORMACIÓN TRIÁNGULO ESTRELA

Do mesmo xeito, dada unha configuración en triángulo como a da figura poderá substituírse por unha configuración en estrela na que os valores dos resistores equivalentes virán dados polas expresións:

$$R_A = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$R_B = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

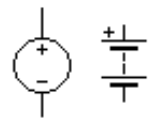
$$R_C = \frac{R_{bc} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$



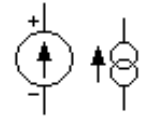
4. XERADORES

Un xerador eléctrico é todo dispositivo capaz de manter unha diferenza de potencial (ou intensidade de corrente) entre os seus extremos (chamados polos, terminais ou bornes). Na figura da dereita poden verse os símbolos empregados para representar xeradores de corrente continua.

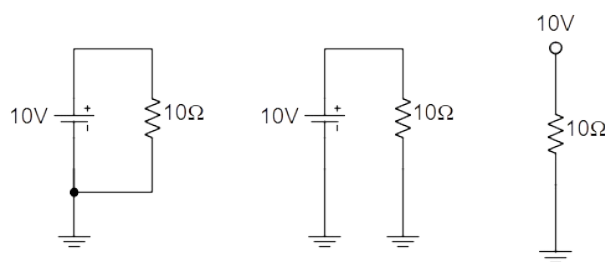
Tensión



Corrente



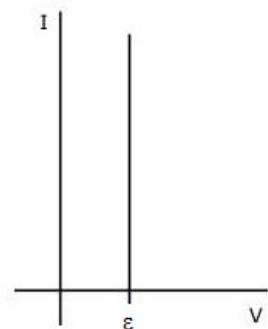
En ocasións, cando se representan circuítos grandes non se debuxan as fontes de tensión empregando os símbolos presentados senón que debuxa simplemente un terminal circular ou triangular sobre o que se escribe a tensión que a fonte produce nese punto. Nestes casos o circuítio é equivalente a outro no que se debuxase unha fonte de tensión entre ese punto e a masa do circuítio. Na seguinte figura pode verse o mesmo circuítio debuxado de tres maneiras diferentes.



4.1. XERADORES DE TENSÓN IDEAIS

Un xerador de tensión ideal é aquel que é capaz de establecer a unha tensión constante entre os seus extremos independentemente do valor da carga que teña conectada. Lamentablemente un xerador destas características non existe, pensemos que un xerador así podería abastecernos de unha corrente infinita e, polo tanto, de unha potencia infinita.

Un xerador de tensión ideal polo tanto terá entre os seus extremos unha tensión constante igual á súa fem para calquera valor da corrente. A súa curva característica I-V será a da figura da dereita onde a letra ε representa a o valor da fem do xerador.



4.2. XERADORES DE TENSÓN REAIS

Nun xerador de tensión real, forzosamente, a medida que a carga se fai máis esixente a tensión entregada polo xerador debe diminuír a fin de manter a potencia entregada en un valor non infinito.

Os xeradores de tensión reais módelanse como un xerador de tensión ideal de fem idéntica á do xerador real en serie con unha resistencia á que se chama resistencia interna do xerador (R_i). Neste circuítio equivalente a medida que o xerador debe aportar máis corrente parte da tensión aportada polo xerador ideal cae na resistencia interna da fonte e non na carga. A súa curva característica I-V será a da figura da dereita onde a letra ε de novo representa a o valor da fem do xerador.

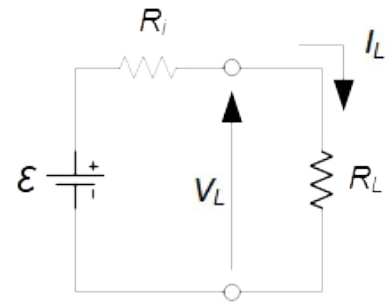


O circuíto equivalente é o da seguinte figura, resolvéndoo obtemos para a corrente pola carga:

$$I_L = \frac{\varepsilon}{R_i + R_L}$$

E para a tensión entre extremos da carga (tensión entregada entre bornes do xerador):

$$V_L = I_L \cdot R_L = \frac{\varepsilon}{R_i + R_L} \cdot R_L = \varepsilon \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$



O rendemento será a relación entre a potencia útil e a total: $\eta = \frac{P_L}{P_T} = \frac{V_L \cdot I_L}{\varepsilon \cdot I_L} = \frac{V_L}{\varepsilon}$

Dependendo do valor da resistencia de carga (R_L) pódese distinguir os seguintes casos:

× Cando a resistencia de carga é moito maior que a interna ($R_L \gg R_i$)

$$I_L = \frac{\varepsilon}{R_i + R_L} \cong \frac{\varepsilon}{R_L} \rightarrow V_L = I_L \cdot R_L \cong \frac{\varepsilon}{R_L} \cdot R_L = \varepsilon$$

Neste caso a fonte entrega á carga unha tensión practicamente igual á súa fem. Este comportamento é similar ao que tería unha fonte ideal.

× Cando a resistencia de carga igual á interna ($R_L = R_i$)

$$I_L = \frac{\varepsilon}{R_i + R_L} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot R_L} \rightarrow V_L = I_L \cdot R_L = \frac{\varepsilon}{2 \cdot R_L} \cdot R_L = \frac{\varepsilon}{2}$$

Neste caso a fonte entrega á carga unha tensión igual á metade da súa fem. Pódese demostrar que con este valor de carga existe máxima transferencia de potencia.

× Cando a resistencia de carga é moito menor que a interna ($R_L \ll R_i$)

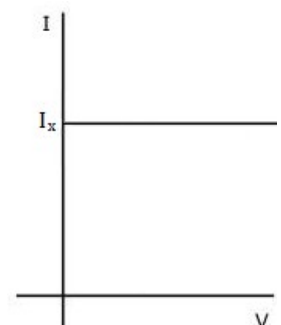
$$I_L = \frac{\varepsilon}{R_i + R_L} \cong \frac{\varepsilon}{R_i} \rightarrow V_L = I_L \cdot R_L \cong \frac{\varepsilon}{R_i} \cdot R_L = \varepsilon \cdot \frac{R_L}{R_i} \cong 0$$

Neste caso a fonte entrega á carga unha tensión moito menor que a súa fem. A fonte de tensión non se comporta como unha fonte de tensión.

Como conclusión pódese dicir que **unha fonte de tensión só se comporta como unha boa fonte de tensión cando se lle conectan cargas cunha resistencia moito maior que a súa resistencia interna.**

4.3. XERADORES DE CORRENTE IDEAIS

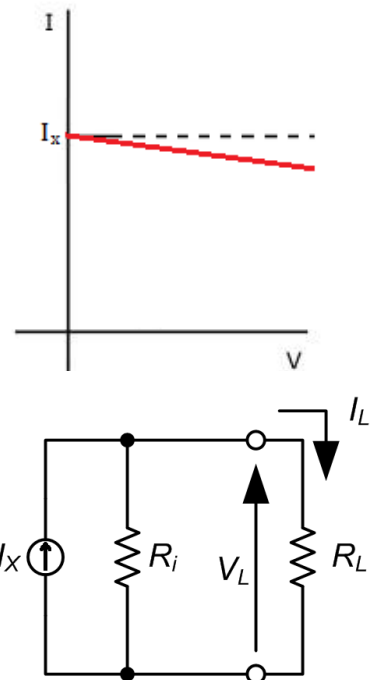
Un xerador de corrente ideal será aquel capaz de facer circular entre os seus extremos unha intensidade de corrente constante. Polos mesmos motivos que o xerador de tensión ideal estes xeradores non poden existir. A súa curva característica I-V será a da figura da dereita onde I_x representa o valor corrente nominal do xerador.



4.4. XERADORES DE CORRENTE REAIS

Nun xerador de corrente real, forzosamente, a medida que a carga se fai máis esixente a corrente entregada polo xerador debe diminuír a fin de manter a potencia entregada en un valor non infinito.

Os xeradores de corrente reais módelanse como un xerador de corrente ideal de corrente nominal idéntica á do xerador real en paralelo con unha resistencia á que se chama resistencia interna do xerador (R_i). Neste circuíto equivalente a medida que o xerador debe establecer unha tensión maior entre os seus extremos parte da corrente aportada polo xerador ideal desvíase pola resistencia interna da fonte e non na carga. A súa curva característica I-V será a da figura da dereita onde onde I_x representa, de novo, o valor corrente nominal do xerador.



O circuíto equivalente é o da figura da dereita, resolvéndoo obtemos para a tensión na carga:

$$V_L = I_x \cdot \frac{R_i \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

E para a corrente na carga (corrente entregada polo xerador):

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = \frac{I_x \cdot R_i \cdot R_L}{R_i + R_L} \cdot \frac{1}{R_L} = \frac{I_x \cdot R_i}{R_i + R_L}$$

O rendemento será a relación entre a potencia útil e a total: $\eta = \frac{P_L}{P_T} = \frac{V_L \cdot I_L}{V_L \cdot I_x} = \frac{I_L}{I_x}$

Dependendo do valor da resistencia de carga (R_L) pódese distinguir os seguintes casos:

x Cando a resistencia de carga é moito menor que a interna ($R_L \ll R_i$) $I_L = \frac{I_x \cdot R_i}{R_i + R_L} \cong I_x$

Neste caso a fonte entrega á carga unha corrente practicamente igual á súa I_x . Este comportamento é similar ao que tería unha fonte ideal.

x Cando a resistencia de carga igual á interna ($R_L = R_i$) $I_L = \frac{I_x \cdot R_i}{R_i + R_L} = \frac{I_x \cdot R_i}{2 \cdot R_i} = \frac{I_x}{2}$

Neste caso a fonte entrega á carga unha corrente igual á metade da I_x . Pódese demostrar que con este valor existe máxima transferencia de potencia entre xerador e carga.

x Cando a resistencia de carga é moito maior que a interna ($R_L \gg R_i$) $I_L = \frac{I_x \cdot R_i}{R_i + R_L} \cong 0$

Neste caso a fonte entrega á carga unha corrente moito menor que a súa I_x . A fonte de corrente non se comporta como unha fonte de corrente.

Como conclusión pódese dicir que **unha fonte de corrente só se comporta como unha boa fonte de corrente cando se lle conectan cargas cunha resistencia moito maior que a súa resistencia interna.**

4.5. TEOREMA DA EQUIVALENCIA DE XERADORES

Nos aprenderemos a analizar fundamentalmente circuitos con fontes de tensión, sen embargo isto non é un problema xa que os xeradores reais de corrente poden ser substituídos por un xerador real de corrente e viceversa.

Un xerador de corrente real é equivalente a un xerador de tensión real coa mesma resistencia interna e cunha fem $\varepsilon = I_X \cdot R_i$.

Un xerador de tensión real é equivalente a un xerador de corrente real coa mesma resistencia interna e cunha corrente nominal $I_X = \frac{\varepsilon}{R_i}$

4.6. ASOCIACIÓN DE XERADORES

Na gran maioría das situacións os circuitos contan so con fontes de tensión. Ademais a inmensa maioría das fontes que se empregan na practica tamén son fontes de tensión. Por estes motivo neste apartado ocuparémonos exclusivamente das fontes de tensión.

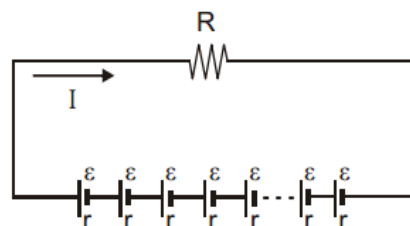
4.6.1. XERADORES EN SERIE

Cando se conecta un conxunto de xeradores en serie cúmprese que:

A fem do conxunto é a suma das fem's dos xeradores individuais, $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N$

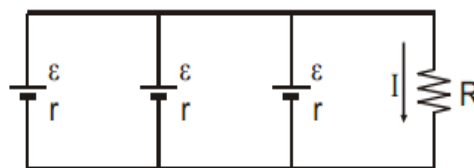
A resistencia interna do conxunto é a suma das resistencias internas dos xeradores individuais, $R_{i,eq} = R_{i,1} + R_{i,2} + \dots + R_{i,N}$

Conéctanse xeradores en serie cando se precisa unha tensión maior que a que pode aportar un só xerador.



4.6.2. XERADORES EN PARALELO

Ao conectar xeradores en paralelo todos deben ter a mesma fem xa que se non é así os de maior fem inxectaran corrente cara os de menor para igualar a tensión no punto da unión.



Cando se conecta un conxunto de xeradores de igual fem en paralelo cúmprese:

A fem do conxunto é igual ás fems dos xeradores individuais, $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_N$

A resistencia interna do conxunto é o paralelo das resistencias internas dos xeradores individuais, $\frac{1}{R_{i,eq}} = \frac{1}{R_{i,1}} + \frac{1}{R_{i,2}} + \dots + \frac{1}{R_{i,N}}$.

Conéctanse xeradores en paralelo cando se precisa unha corrente maior que a que pode aportar un só xerador.

5. LEIS DE KIRCHHOFF

Ate o momento adquirimos coñecementos que nos permiten resolver circuítos con unha soa fonte ou un conxunto de fontes reducible a unha soa. Para poder atacar circuítos máis complexos deberemos empregar as leis de Kirchhoff que se expoñen durante este apartado do tema.

Estas leis foron descritas por primeira vez en 1845 polo físico prusiano Gustav Kirchhoff e son consecuencia dos principios de conservación da carga e da enerxía.

Antes de entrar a explicalas é necesario aclarar os conceptos de nodo, malla e rama.

NODO: Punto dun circuítos no que conflúen máis de dous condutores.

RAMA: Unha porción de circuítos entre dous nodos consecutivos.

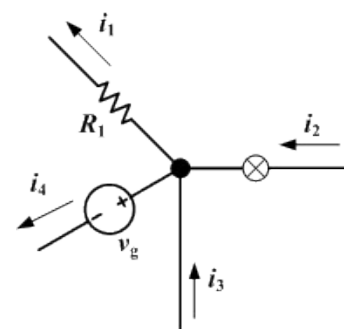
MALLA: Calquera traxectoria pechada que abandona un nodo en unha dirección e regresa ao mesmo nodo dende outra dirección sen abandonar o circuítos.

5.1. LEI DOS NODOS

A suma de correntes que entran a un nodo é igual á suma das que saen. Para un metal, no que os portadores de carga son os electróns, a anterior afirmación equivale a dicir que os electróns que entran a un nodo nun instante dado son numericamente iguais aos que saen. Os nodos non acumulan carga (electróns). Este mesmo razoamento xa o aplicamos ao calcular a resistencia equivalente ás asociacións serie e paralelo.

Na figura da dereita pode verse un nodo dun circuítos no que conflúen catro condutores. Aplicando a lei dos nodos de Kirchhoff e respectando os sentidos propostos para as correntes na figura teremos que:

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

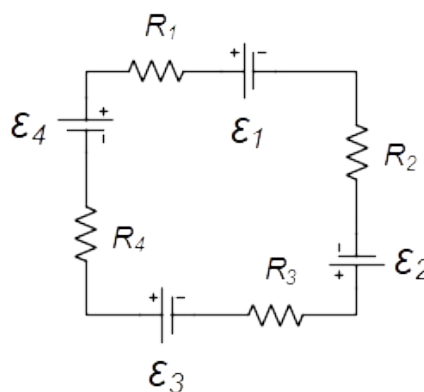


5.2. LEI DAS MALLAS

Nunha malla a suma de todas as caídas de tensión é igual á suma de todas as forzas electromotrices fornecidas polas fontes. O que é o mesmo a suma de todas as diferenzas de potencial ao longo de unha malla é cero.

Na figura da dereita pode verse un circuítos composto por unha única malla. Aplicando a lei das mallas de Kirchhoff supoñendo que a corrente circula en sentido horario temos:

$$\varepsilon_4 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4$$



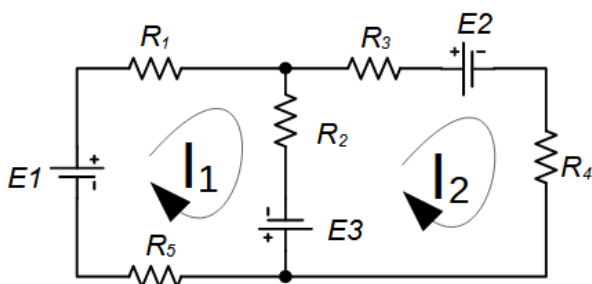
5.3. MÉTODO DAS CORRENTES DE MALLA.

Calquera circuío con compoñentes lineais e un número arbitrario de compoñentes pode resolverse aplicando as leis de Kirchhoff. O problema é que a veces non resulta sinxelo aplicar as leis de Kirchhoff directamente xa que se obtén un número moi grande de ecuacións e incógnitas. Afortunadamente existe un método sistemático que nos permitira obter un sistema de ecuacións mínimo e resoluble para calquera circuío dun xeito relativamente sinxelo. Este é o método das correntes de malla ou método de Maxwell.

O método das correntes de malla pode resumirse nos seguintes pasos:

1. Asignar unha corrente a cada unha das mallas independentes do circuío (Unha malla considérase independente cando non contén outras mallas). O sentido destas correntes pode tomarse a vontade, sen embargo tomar o mesmo para todas as mallas simplifica os pasos posteriores. É usual elixir o sentido horario (o das agullas do reloxo) como estándar o que, a longo prazo, aforrará tempo e contribuirá a evitar erros.
2. Aplicar a lei de Kirchhoff das mallas ($\sum \varepsilon_i = \sum I_j \cdot R_k$) es de cada unha das mallas tendo en conta:
 - x **Para as fontes** - Se a fonte está colocada de modo que a súa fem favorece o paso da corrente de malla no sentido proposto para a malla en estudo, a súa fem considerárase como positiva. Se por contra a fonte está colocada de xeito que a súa fem obstaculiza o paso da corrente de malla no sentido proposto, a súa fem considerárase como negativa.
 - x **Para os resistores** - Os produtos $I_j \cdot R_k$ súmanse se o sentido da intensidade coincide co sentido da corrente de malla da malla en estudo ou réstanse se o sentido da intensidade é contrario ao sentido da corrente de malla da malla en estudo. Cando por un compoñente circula máis duna corrente de malla este dará lugar a tantos produtos $I_j \cdot R_k$ como intensidades de malla o atravesen.
3. As expresións obtidas no paso 2 forman un sistema de ecuacións soluble do que se poderá despexar as correntes de malla. Estas correntes de malla son unha ferramenta moi útil pero non teñen significado físico, xa que en algunhas ramas circulan varias o que non ten senso. Unha vez calculadas deberemos propoñer unhas correntes de rama e obtelas aplicando a lei de Kirchhoff dos nodos. Coas correntes de rama xa temos totalmente resolto o problema.

Na seguinte figura pode verse un exemplo da aplicación do método das mallas:



$$\text{Malla 1: } E1 - E3 = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_5$$

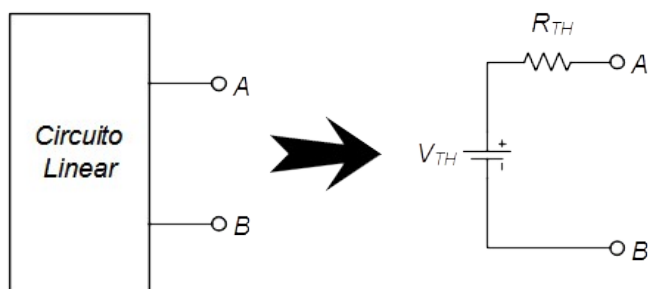
$$E1 - E3 = I_1 \cdot (R_1 + R_2 + R_5) - I_2 \cdot R_2$$

$$\text{Malla 2: } -E2 - E3 = -I_1 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_3 + I_2 \cdot R_4$$

$$-E2 - E3 = -I_1 \cdot R_2 + I_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_4)$$

6. TEOREMA DE THEVENIN

O teorema de Thevenin establece calquera parte dun circuío eléctrico linear comprendida entre dous terminais A e B pode substituírse por un circuío equivalente que estea constituído unicamente por un xerador de tensión de fem V_{TH} en serie cunha resistencia de valor R_{TH} .



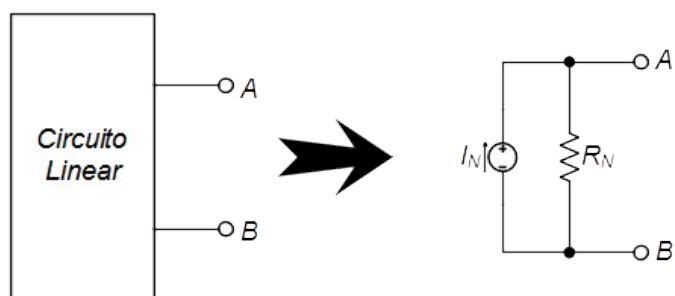
Ao conectar un elemento entre os terminais A e B a tensión que cae nel e a intensidade que o atravesa son as mesmas tanto no circuío real como no equivalente.

A tensión de Thevenin V_{TH} calcúlase como a tensión que aparece entre os terminais A e B cando non hai nada conectado entre eles.

A resistencia Thevenin R_{TH} calcúlase como a resistencia que se ve entre os terminais A e B cando se substitúen todas as fontes pola súa resistencia interna. Lembremos que a resistencia interna dunha fonte de tensión ideal é cero (circuío pechado) e a dunha fonte de corrente ideal é infinita (circuío aberto).

7. TEOREMA DE NORTON

O teorema de Norton establece calquera parte dun circuío eléctrico linear comprendida entre dous terminais A e B pode substituírse por un circuío equivalente que estea constituído unicamente por un xerador de corrente de valor I_N en paralelo cunha resistencia de valor R_N .



Ao conectar un elemento entre os dous terminais A e B a tensión que cae nel e a intensidade que o atravesa son as mesmas tanto no circuío real como no equivalente.

A corrente Norton I_N calcúlase como a intensidade de corrente entre os terminais A e B cando están en cortocircuíto.

A resistencia Norton R_N calcúlase como a resistencia que se ve entre os terminais A e B cando se substitúen todas as fontes pola súa resistencia interna. Lembremos que a resistencia interna dunha fonte de tensión ideal é cero (circuío pechado) e a dunha fonte de corrente ideal é infinita (circuío aberto).

Pode aplicarse o teorema de equivalencia de xeradores para relacionar os equivalentes Thevenin e Norton:

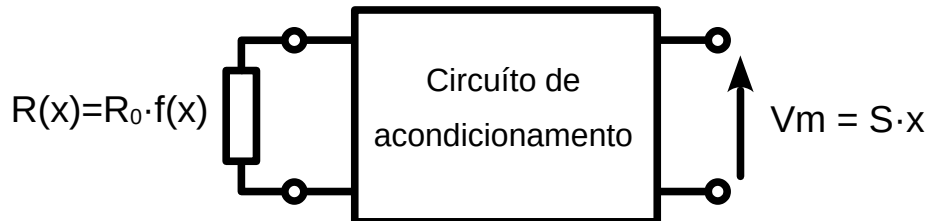
$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}; R_N = R_{TH}$$

$$V_{TH} = I_N \cdot R_N; R_N = R_{TH}$$

8. ACONDICIONAMENTO DE SENSORES RESISTIVOS

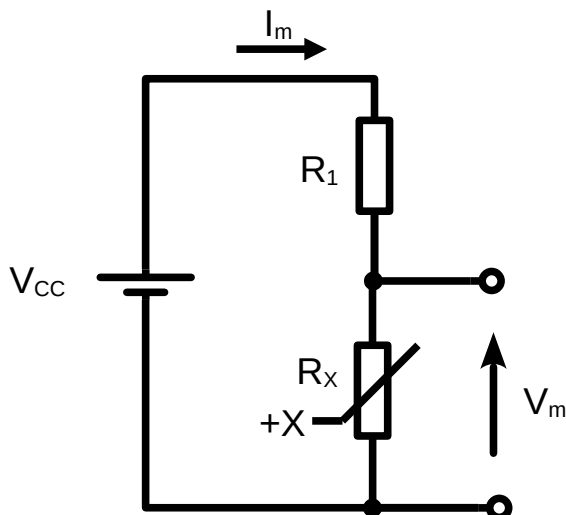
O comportamento dun sensor resistivo pódese expresar, respecto da variable a medir “x”, como: $R(x)=R_0 \cdot f(x)$, con $f(0)=1$. Se o sensor é linear teremos: $R=R_0 \cdot (1+a \cdot x)$.

Os circuítos de acondicionamento teñen por obxectivo converter está resistencia nunha magnitude que podamos medir, xeralmente unha tensión ou intensidade de corrente, coas características máis axeitadas en cada caso. As características máis importantes son a relación entre a magnitude que medimos e a variación da variable a medir, denominada Sensibilidade (S), e a linearidade da resposta. Unha resposta linear pura corresponderíase cunha sensibilidade constante.



8.1. ACONDICIONAMENTO CON DIVISOR DE Tensión

Emprégase un divisor de tensión e unha fonte de tensión continua para converter a variación da resistencia en unha variación de tensión. A posición do resistor dependente no divisor de tensión dependerá de se a resistencia aumenta ou diminúe coa variable a medir. Cando a resistencia aumenta coa variable a medir o resistor dependente colócase en segundo lugar, de xeito que a tensión V_m aumente co aumento da resistencia R_x , o circuíto é:



$$I_m = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_x}$$

$$V_m = I_m \cdot R_x = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_x} \cdot R_x$$

Se a resposta é linear: $R_x = R_0 \cdot (1 + a \cdot x)$

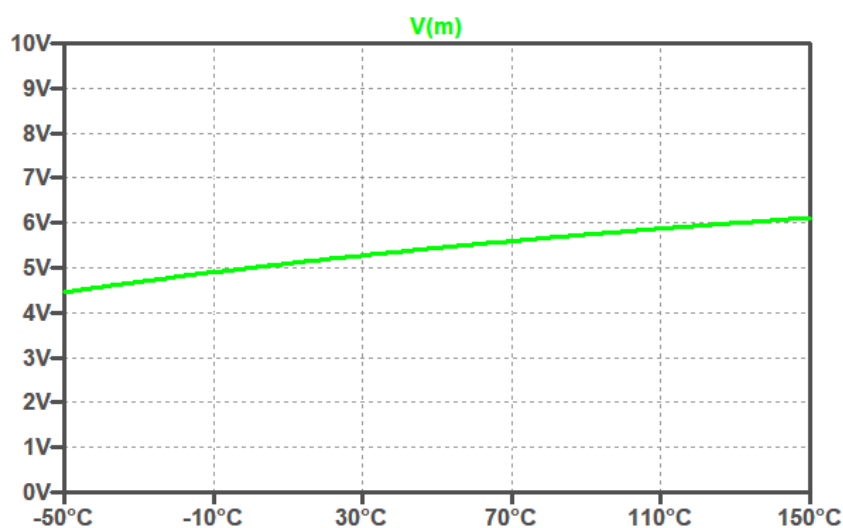
$$V_m = \frac{V_{CC} \cdot R_0}{R_1 + R_0 \cdot (1 + a \cdot x)} \cdot (1 + a \cdot x)$$

$$V_m = \frac{V_{CC}}{R_1/R_0 + 1 + a \cdot x} \cdot (1 + a \cdot x)$$

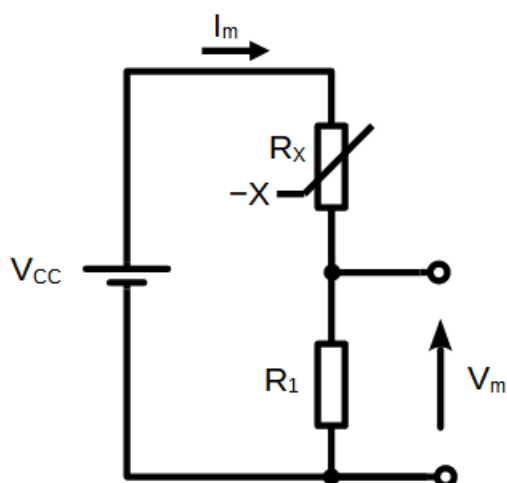
Analizando esta expresión, vese que cando R_1 é moito maior que R_0 a resposta será moi linear pero a cambio a sensibilidade será moi pequena. Polo xeral é necesario acadar un compromiso entre linearidade e sensibilidade.

Por outra parte moitos sensores non presentan un comportamento totalmente linear, polo xeral nos sistemas actuais prefírese traballar coa maior sensibilidade posible e despois empregar sistemas baseados en microprocesador ou memorias para obter os valores da magnitude a medir a partir da tensión empregando modelos máis complexos que o linear.

Na seguinte figura pode verse a resposta simulada dunha RTD (PTS 1206) de 1kΩ a 0°C montado segundo a configuración da figura anterior con $R_1=1\text{k}\Omega$ e $V_{CC}=10\text{V}$.



Cando a resistencia diminúe coa variable a medir, como sucede cos termistores NTC, o resistor dependente colocase en primeiro lugar, de xeito que a tensión V_m aumente coa diminución da resistencia R_x , o circuíto é:

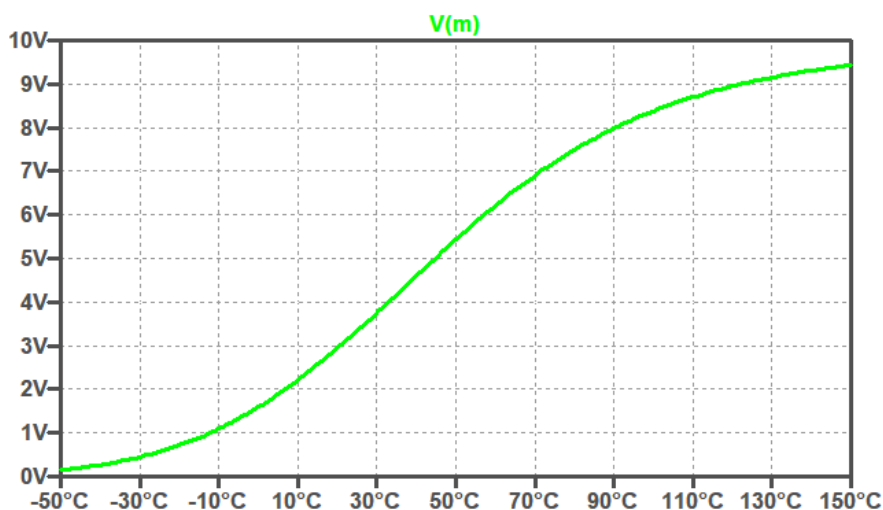


$$I_m = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_x}$$

$$V_m = I_m \cdot R_1 = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_x} \cdot R_1$$

$$V_m = \frac{V_{CC} \cdot R_1}{R_1 + R_0 \cdot f(x)}$$

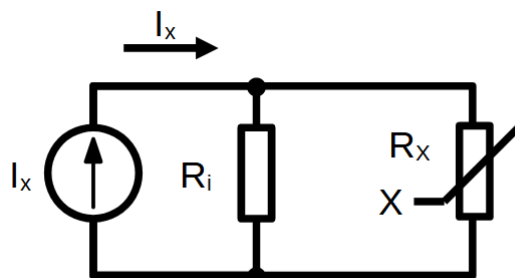
Na seguinte figura pode verse a resposta simulada dun termistor NTC (NTCS0603E3103) de 10kΩ montado segundo a configuración da figura anterior con $R_1=5\text{k}\Omega$ e $V_{CC}=10\text{V}$.



As montaxes con divisor de tensión presentan o problema de que aparece un offset, nivel de continua, que se presenta incluso cando a variable que se quere medir é nula. Isto é un problema grave nos sensores nos que as variacións de resistencia son pequenas, xa que resulta complexo medir as variacións de tensión e non poden amplificarse facilmente.

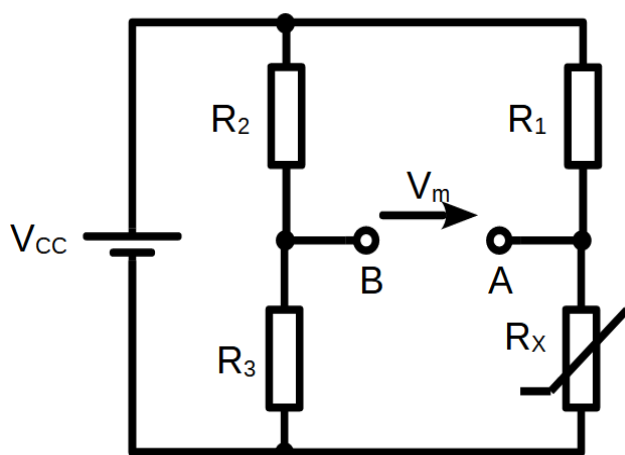
8.2. ACONDICIONAMENTO CON FONTE DE CORRENTE

Se se conecta directamente o sensor resistivo a unha fonte de corrente constante obtense unha tensión que será proporcional ao valor da resistencia e paralelo coa resistencia interna da fonte. O circuíto amosase na figura da dereita.



8.3. A PONTE DE WHEATHSTONE

Na ponte de Wheathstone a tensión mídese entre dous divisores de tensión, se o circuíto está axeitadamente equilibrado elimínase completamente o offset propio dos divisores de tensión e a tensión medida débese unicamente á variación da resistencia do sensor.



Resolvendo os dous divisores por separado teremos:

$$V_A = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_X} \cdot R_X$$

$$V_B = \frac{V_{CC}}{R_2 + R_3} \cdot R_3$$

Polo tanto V_m será:

$$V_m = V_A - V_B = \left(\frac{R_X}{R_1 + R_X} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot V_{CC}$$

Escollendo un valor de referencia no que $R_X = R_0$ e tomando as resistencias de xeito que

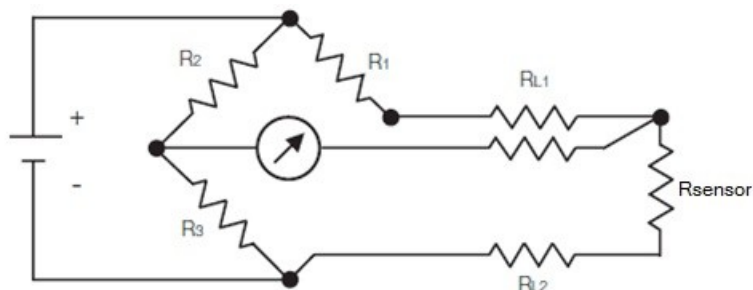
$\frac{R_0}{R_1} = \frac{R_2}{R_3}$ teremos que a tensión V_m no punto no que a resistencia $R_X = R_0$ será nula. En

ese punto, que poderemos escoller a vontade, diremos que a ponte está equilibrada. Calquera variación de R_X provocará unha variación de V_m que poderá ser amplificada ampliando a sensibilidade sen preocuparnos da compoñente de continua que estaba presente cando se empregaba un divisor simple.

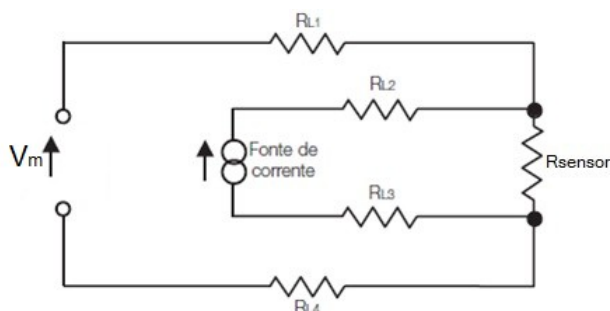
Existen numerosas montaxes con varias resistencias dependentes montadas en diferentes ramas da ponte para aumentar a sensibilidade ou compensar os efectos da temperatura ou calquera outra variable que poida estragar a medida.

Tamén son habituais as montaxes con tres e catro fíos para compensar o efecto dos fíos de conexión, xa que a resistencia variable adoita atoparse a unha distancia elevada da ponte e os fíos de conexión poden provocar un erro significativo. En estas montaxes téndese tres ou catro fíos entre o resistor dependente e a ponte de xeito que os seus

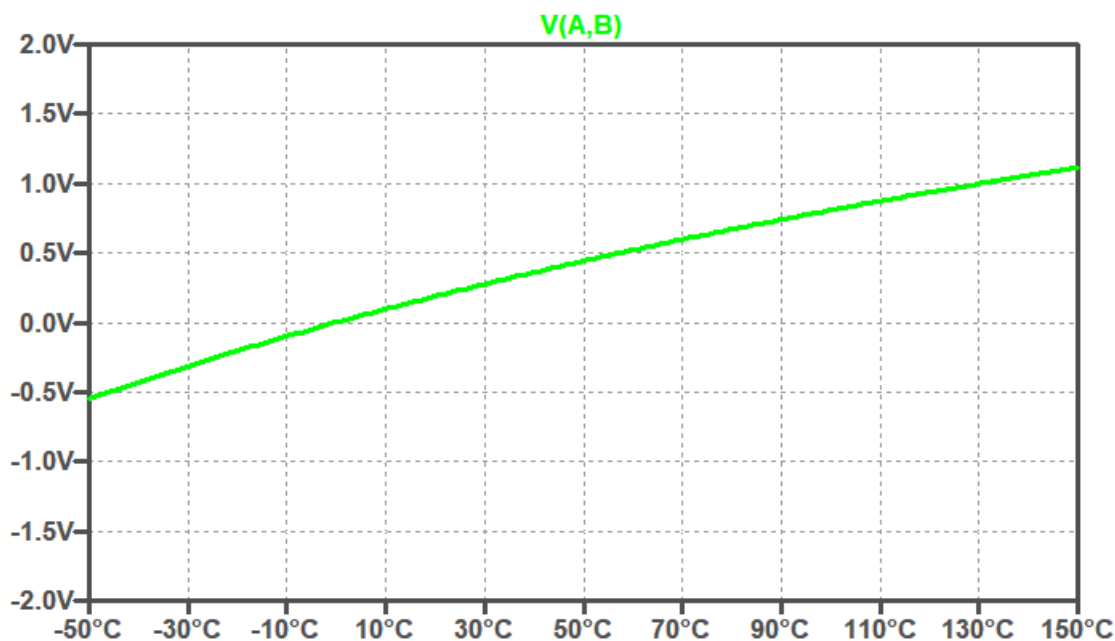
efectos se compensen ou se minimicen. Unha das posibles montaxes a tres fíos é a da seguinte figura na que, ao estar cada cable en unha das ramas da ponte, os seus efectos cancelase. O terceiro cable é simplemente unha sonda para medir a tensión despois do primeiro cable, como polo instrumento de medida ou amplificador a intensidade é moi baixa a caída en este cable é despreziable.



Na montaxe a catro fíos adoita empregarse unha fonte de corrente en lugar da ponte aínda que tamén existen circuitos a catro fíos con ponte. A versión con fonte de corrente amosase na figura a continuación.



Na seguinte figura pode verse a resposta simulada dunha RTD (PTS 1206) de $1\text{k}\Omega$ a 0°C montado segundo a configuración en ponte de xeito que o valor da tensión sexa nulo para 0°C . Teremos $R_1=R_2=R_3=1\text{k}\Omega$ e $V_{CC}=10\text{V}$.



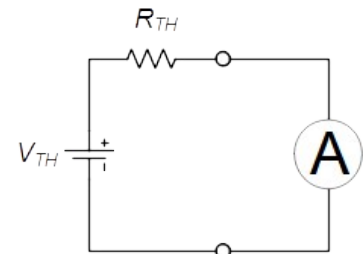
A saída da ponte pode levarse directamente a un amplificador de alta ganancia porque coa ponte eliminouse a compoñente de continua propia dos divisores de tensión.

9. ERROS POR CARGA NO POLÍMETRO

9.1. ERRO POR CARGA NO AMPERÍMETRO

Un amperímetro é un elemento que se conecta en serie co compoñente no que se desexa medir. O amperímetro engadirá unha certa resistencia á rama na que se conecta reducindo a corrente por esta que é precisamente o que queremos medir.

Sexa cal sexa o circuíto no que queremos conectar o polímetro poderá ser substituído polo seu equivalente Thevenin entre os puntos entre os que vaiamos a conectar o amperímetro resultando, unha vez conectado o amperímetro, o circuíto da dereita.



Cando o amperímetro non esta conectado teremos:

$$I_{real} = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$

Sen embargo cando conectamos o amperímetro no circuíto temos:

$$I_{medida} = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{amp}}$$

O erro relativo será:

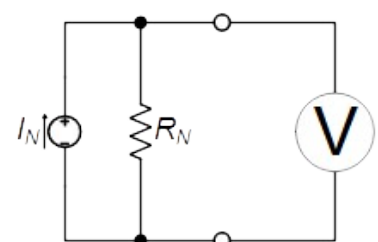
$$Erro(\%) = 100 \cdot \frac{I_{real} - I_{medido}}{I_{real}} = 100 \cdot \frac{\frac{V_{TH}}{R_{TH}} - \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{amp}}}{\frac{V_{TH}}{R_{TH}}} = 100 \cdot \left(1 - \frac{R_{TH}}{R_{TH} + R_{amp}} \right) = 100 \cdot \frac{R_{amp}}{R_{TH} + R_{amp}}$$

Este erro será tanto menor canto menor sexa a resistencia do amperímetro en comparación co valor da resistencia Thevenin do circuíto no que se conectan. Por ese motivo a resistencia interna dun amperímetro debe ser o máis pequena posible. Un amperímetro ideal ten resistencia nula. Nun amperímetro con múltiples escalas polo xeral canto menor é a escala maior é a resistencia do amperímetro.

9.2. ERRO POR CARGA NO VOLTÍMETRO

Un voltímetro é un elemento que se conecta en paralelo co compoñente no que se desexa medir. O voltímetro engadirá unha certa resistencia en paralelo á rama na que se conecta reducindo a resistencia que o resto do circuíto ve en esta e alterando por tanto a tensión que queremos medir.

Sexa cal sexa o circuíto no que queremos conectar o voltímetro poderá ser substituído polo seu equivalente Norton entre os puntos entre os que vaiamos a conectar o voltímetro resultando, unha vez conectado o voltímetro, o circuíto da dereita.



Cando o voltímetro non esta conectado teremos:

$$V_{real} = I_x \cdot R_N$$

Sen embargo cando conectamos o voltímetro no circuíto temos:

$$V_{medida} = I_x \cdot (R_N \parallel R_{volt}) = I_x \cdot \frac{R_N \cdot R_{volt}}{R_N + R_{volt}}$$

O erro relativo será:

$$Erro(\%) = 100 \cdot \frac{V_{real} - V_{medido}}{V_{real}} = 100 \cdot \frac{I_x \cdot R_N - I_x \cdot \frac{R_N \cdot R_{volt}}{R_N + R_{volt}}}{I_x \cdot R_N} = 100 \cdot \left(1 - \frac{R_{volt}}{R_N + R_{volt}} \right) = 100 \cdot \frac{R_N}{R_N + R_{volt}}$$

Este erro será tanto menor canto maior sexa a resistencia do voltímetro en comparación co valor da resistencia Norton do circuíto no que se conecta. Por ese motivo a resistencia interna dun voltímetro debe ser o máis grande posible. Un voltímetro ideal ten resistencia infinita. Nun voltímetro con múltiples escalas polo xeral canto menor é a escala menor é a resistencia do voltímetro.