Unidad 7

La capitalización compuesta

Preguntas iniciales

1·· ¿Cómo elegirías una inversión financiera entre varias? ¿Qué criterios conoces para tomar esa decisión?

2·· ¿Crees que la equivalencia entre varios capitales con vencimientos distintos depende del momento en el que se valoren?

3·· ¿Cuáles son las consecuencias de que los intereses de un periodo generen intereses en el periodo siguiente?

En esta unidad aprenderás a...

- Calcular las diferentes variables utilizadas en capitalización compuesta.
- Valorar capitales en momentos diferentes a su vencimiento.
- Determinar la rentabilidad y el coste de la financiación, en términos de capitalización compuesta.

Sugerencias didácticas

El principal objetivo de esta unidad es que el alumnado conozca los cálculos financieros básicos aplicando la ley financiera de la capitalización compuesta, ya sea mediante el empleo de una calculadora, o bien con aplicaciones de hoja de cálculo.

Para introducir los conceptos y contenidos que van a ser analizados en la unidad, puede ser muy útil realizar una presentación de esta, para lo que se recomienda utilizar como documento de apoyo el Esquema inicial del libro del alumno. El contenido de la unidad está dividido en el estudio de la capitalización compuesta y la equivalencia de capitales utilizando esta ley financiera.

En la primera parte, se recomienda resaltar las diferencias existentes entre la capitalización simple, vista en la Unidad 4, y la capitalización compuesta. También las concordancias, como son la diferencia entre momentos y periodos de la operación financiera, capital inicial y final, etc.

Una vez expuestos los contenidos de la unidad, se deben realizar las actividades y casos finales, así como responder a las cuestiones en formato test de la autoevaluación.

La práctica totalidad de las actividades están resueltas en una hoja de cálculo que se abre al hacer clic en esta frase.

En la resolución de las actividades y casos prácticos es recomendable utilizar la representación gráfica de la cuestión a resolver. De este modo, el alumnado visualiza previamente el problema que se le plantea, con lo que adquiere una idea clara de qué información dispone y cuál es la incógnita que debe averiguar.

Al realizar todas las actividades de esta unidad, se debe hacer insistir en que los alumnos expliquen los resultados obtenidos como si estuviesen elaborando un pequeño informe para un hipotético superior jerárquico en el área de tesorería. Para ello, es muy importante que el profesor también actúe de esa forma, recapitulando los datos del enunciado de cada actividad una vez se haya obtenido la solución.

Se dispone de los siguientes materiales complementarios:

–Presentaciones multimedia en Powerpoint: para apoyar las explicaciones en el aula con ayuda de un ordenador y proyector.

– GATE: gestor avanzado de tareas de evaluación. Se pueden generar evaluaciones conforme a unos criterios determinados, e interactuar con los alumnos: se permite enviar las actividades a través de la plataforma y notificar sus calificaciones.

A continuación, se muestra una tabla resumen con todos los recursos para esta unidad:

Recursos de la Unidad 7
ADVANTAGE: – Proyecto curricular y programaciones de aula. – Presentaciones multimedia. – Solucionario de todas las unidades y del proyecto final.
GATE: – Preguntas de evaluación. *Descargas:* – Plantilla de actividades en Excel.

Solucionario de las actividades propuestas

1 >> El descuento comercial

Sugerencias didácticas

El docente podrá explicar en este momento al alumnado las funciones de la hoja de cálculo que se verán en la unidad siguiente. Para aplicar esas fórmulas habrá que identificar cada uno de los parámetros de las funciones con las variables que intervienen en la capitalización compuesta: $VA = C_0$; $VF=C_n$; $NPER = n$; $TASA = i$; y $PAGO = 0$ ya que, en la capitalización compuesta no existe ningún pago intermedio entre el inicio y el final de la operación. Este último valor es muy importante que sea comprendido por el alumnado.

Para que la hoja de cálculo resuelva la situación, $VA = C_0$ o $VF=C_n$ debe ser negativo por así requerirlo la aplicación informática. Aplicaremos el criterio de entrada (signo positivo) o salida (signo negativo) de la caja. Los otros parámetros que se deben dar a la función, cuando sean datos conocidos, se identifican $NPER = n$ y $TASA = i$.

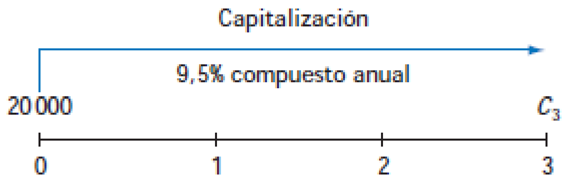
En el libro de Excel que compone este solucionario se pueden hallar ejemplos de cómo proporcionar los distintos parámetros para aplicar las diferentes funciones.

Página 135

1·· Una empresa necesita 20.000 € de financiación que devolverá dentro de tres años, junto con sus intereses. Acude a una entidad bancaria que le presta el dinero y acuerdan un tipo de interés del 9,5% compuesto anual.

¿Cuál es la cantidad que deberá devolver la empresa al banco?

La representación gráfica del problema es la siguiente:



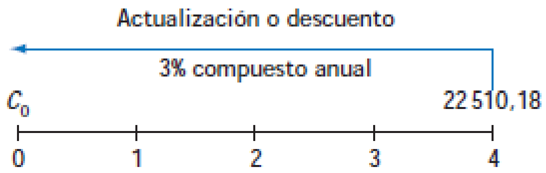
Como tiempo y tipo de interés van referidos a las mismas unidades temporales, basta con aplicar la fórmula siguiente:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_n = 20.000 \cdot (1+0,095)^3 = 26.258,65 \text{ €}$$

Podemos resolver esta actividad con la función *VF* de la hoja de cálculo, teniendo en cuenta que, si el capital inicial es positivo, el final será negativo, ya que la hoja de cálculo sigue el criterio de entradas (positivo) /salidas (negativo). Como se trata de una operación de préstamo, el capital inicial supone una entrada en la tesorería de la empresa (positivo) mientras que el capital final es una salida (negativo).

2·· La empresa UFOSA cancela un depósito a plazo fijo que había contratado hace cuatro años, al 3% compuesto anual, y recibe 22.510,18 €. ¿Qué importe depositó?

Representando gráficamente la situación tenemos:



Como tiempo y tipo de interés van referidos a las mismas unidades temporales, basta con aplicar la fórmula que sigue:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^{-n}} = C_n \cdot (1+i)^{-n} \Rightarrow C_0 = 22.510{,}18 \cdot (1+0{,}03)^{-4} = 20.000 \text{ €}$$

Podemos resolver esta actividad con la función *VA* de la hoja de cálculo. Como se trata de una operación de inversión, el capital inicial supone una salida en la tesorería de la empresa (signo negativo), mientras que el capital final implica el reintegro del dinero invertido y supone una entrada (signo positivo).

Sugerencias didácticas

En la siguiente actividad se pide obtener el tipo de interés compuesto anual (el coste de la financiación). Es conveniente recordar al alumnado que el resultado obtenido al aplicar la fórmula estará referido a la misma unidad de tiempo en la que esté expresada la duración *n* (si la duración está expresada en años, el tipo de interés también lo estará).

En cuanto a los intereses totales se puede recordar que se obtienen de varias formas:

– Empleando la fórmula específica para cada ley financiera.

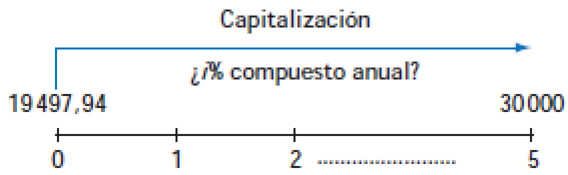
– Por diferencia entre el capital final e inicial. Se recomienda insistir en que esta forma es válida para cualquier ley financiera (capitalización, descuento, simple o compuesto).

3·· La empresa JUGOSA recibió un préstamo de 19.497,94 € para comprar una máquina de envasado de zumos. Al cabo de cinco años, JUGOSA tuvo que devolver 30.000 €.

a) Calcula el coste de la financiación, expresado en tipo de interés compuesto anual.

b) Calcula los intereses totales de la operación.

a) Se pide calcular el tipo de interés compuesto anual, conociendo los siguientes datos: capital inicial, capital final y la duración de la operación. Gráficamente, podemos expresar la actividad a resolver de la siguiente forma:



Como tiempo y tipo de interés van referidos a las mismas unidades temporales, para obtener el tipo de interés compuesto anual basta con aplicar la fórmula:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{30.000}{19.497{,}94}\right)^{\frac{1}{5}} - 1 = 0{,}09 \Rightarrow 9{,}00\%$$

b) Con los datos que tenemos, los intereses se pueden calcular por dos vías distintas:

– Restando el capital inicial al capital final, forma válida para cualquier tipo de ley financiera:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 30.000 - 19.497{,}94 = 10.502{,}06 \text{ €}$$

– Aplicando la fórmula específica para la capitalización compuesta:

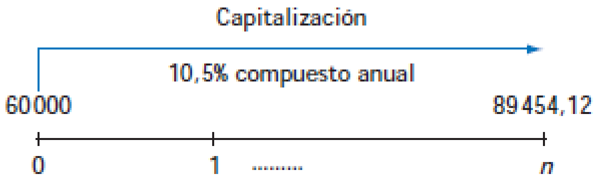
$$I_{TOTAL} = C_0 \cdot \left[(1+i)^n - 1\right] = 19.497{,}94 \cdot \left[(1+0{,}09)^5 - 1\right] = 10.502{,}06 \text{ €}$$

4·· La empresa EXITOSA solicitó hace unos años un préstamo de 60.000 €, al 10,5% de interés compuesto anual, por el que ha devuelto a fecha de hoy 89.454,12 €.

a) ¿Cuál ha sido la duración del préstamo?

b) ¿A cuánto ascienden los intereses totales pagados?

a) La representación gráfica de la cuestión es la siguiente:



Para resolver la cuestión sustituimos los valores que conocemos en la fórmula siguiente:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow n = \frac{\log(89.454{,}12) - \log(60.000)}{\log(1+0{,}105)} = 4 \text{ años}$$

Obtenemos el resultado de 4 periodos. Para saber de qué periodo se trata nos debemos preguntar en qué unidad está expresada la variable *i*, como es anual está expresada en años y *n* también lo está. Por tanto, la duración del préstamo ha sido de 4 años.

b) Para solucionar este supuesto práctico tenemos dos vías:

– Aplicar la fórmula específica de la capitalización compuesta.

– Restar el capital inicial al final. Vamos a obtenerlos de este modo que, además de ser más sencillo, es válido para cualquier ley financiera:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 89.454{,}12 - 60.000 = 29.454{,}12 \text{ €}$$

5·· La empresa GESA invirtió en unas acciones 20.000 €. Dos años después, las transmitió por un importe de 21.632 €. Determina la rentabilidad de la operación, expresada en tipo de interés compuesto o efectivo anual.

Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así la rentabilidad de la inversión (el tipo de interés compuesto o efectivo) para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{21.632}{20.000}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0{,}04 \Rightarrow 4{,}00\%$$

Podemos resolver esta actividad con la función *TASA* de la hoja de cálculo, sabiendo que uno de los capitales, el inicial o el final, debe ser negativo.

2 >> Equivalencias en capitalización compuesta

Sugerencias didácticas

El docente debe insistir que la relación de equivalencia entre tipos de interés en la capitalización compuesta se formula del siguiente modo:

$$(1+i_k)^k = (1+i)$$

Página 138

6·· Calcula los tipos de interés efectivos semestral, cuatrimestral, trimestral, mensual y diario (año natural) que equivalen al 10,50% de interés efectivo o compuesto anual.

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés anual (*i*) y la frecuencia de la capitalización en el año (*k*), para determinar el tipo de interés equivalente a esa frecuencia, se opera como vemos a continuación:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i_k = (1+i)^{\frac{1}{k}} - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad 6.*

Como todos los tipos de interés efectivos anteriores son equivalentes al 10,50% compuesto o efectivo anual, desde una perspectiva financiera, a un inversor (si tienen mismo riesgo y liquidez) o prestatario le resulta indiferente uno u otro.

7·· La empresa EKILISA realiza un depósito de 10.000 € en una entidad bancaria que le abona un interés efectivo anual del 6%. Si mantiene el depósito durante 15 meses, ¿a cuánto asciende el importe que recibe? ¿Cuáles serán los intereses totales?

Tenemos el tiempo referido en meses (15) y el tipo de interés efectivo en años. Dentro de las alternativas que se pueden utilizar para solucionar la cuestión planteada, vamos a utilizar las dos siguientes:

– Convertir el tipo de interés efectivo anual en efectivo mensual:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i_k = (1+i)^{\frac{1}{k}} - 1 = (1+0{,}06)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}004867551$$

Como se trata de un resultado intermedio, cogemos el número máximo de decimales para que el resultado final se vea afectado lo menos posible por el redondeo de aquellos y se obtenga el resultado con una mayor exactitud.

El capital final, empleando esta vía, lo obtendremos con la siguiente fórmula:

$$C_{n \cdot k} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} = 10.000 \cdot (1+0{,}004867551)^{15} = 10.755{,}54 \text{ €}$$

– Otra posible forma de solucionar la cuestión sería convertir el tiempo a años y aplicar el tipo de interés efectivo anual. Como un año tiene 12 meses, el capital final se obtendrá de:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^{\frac{n_k}{k}} = 10.000 \cdot (1+0{,}06)^{\frac{15}{12}} = 10.755{,}54 \text{ €}$$

b) En cuanto a los intereses totales, vamos a calcularlos del modo más simple, restando al capital final el capital inicial:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 10.755{,}54 - 10.000 = 755{,}54 \text{ €}$$

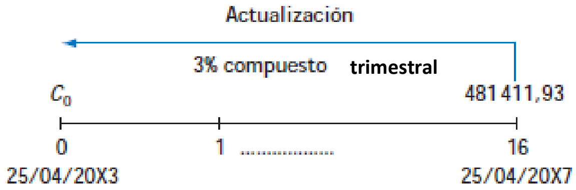
Sugerencias didácticas

En la siguiente actividad recomendamos guiar al alumnado a través de la representación gráfica de la cuestión, pues puede tener problemas con la ubicación temporal de la cuestión que se le plantea.

8·· El 25 de abril de 20X3, TALLER LUCA, SL pidió prestada una cantidad de dinero para la adquisición de maquinaria. El 25 de abril de 20X7 deberá devolver 481.411,93 €. ¿Qué cantidad solicitó si el coste de la financiación es del 3% de interés compuesto trimestral?

En esta actividad el tipo de interés está expresado en trimestres, mientras que los momentos inicial y final están expresados en fechas concretas. Por tanto, para realizar esta operación, la forma más sencilla es expresar el tiempo en trimestres. Entre las dos fechas distan 4 años y en 4 años hay 16 trimestres.

La representación gráfica de la cuestión es la siguiente:



Ahora tenemos que hallar el capital inicial, para ello aplicamos la siguiente fórmula:

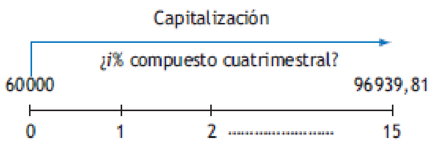
$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow 481.411{,}93 \cdot (1+0{,}03)^{-16} = 300.000 \text{ €}$$

9·· ENCOFRADOS MARCOS recibió prestado hace cinco años 60.000 € y ahora ha devuelto 96.939,81 €. ¿Cuál ha sido el coste de su financiación expresado en tipo de interés compuesto capitalizado por cuatrimestres? ¿Cuál ha sido el tanto efectivo anual? ¿A cuánto ha ascendido el interés total?

Esta actividad plantea tres cuestiones distintas:

a) La primera cuestión consiste en averiguar el tipo de interés compuesto cuatrimestral (el coste de la financiación expresado cuatrimestralmente) de una operación de préstamo que ha durado cinco años. Por tanto, lo primero será convertir los cinco años en cuatrimestres, que suponen un total de 15 cuatrimestres.

La representación gráfica de la cuestión será la siguiente:



Para obtener el tipo interés (coste de la financiación), emplearemos la fórmula que viene a continuación:

$$96.939{,}81 = 60.000 \cdot (1+i)^{15} \Rightarrow i = \left(\frac{96.939{,}81}{60.000}\right)^{\frac{1}{15}} = 0{,}0325 \Rightarrow 3{,}25\%$$

b) La segunda cuestión es calcular el tipo efectivo anual equivalente al tipo efectivo cuatrimestral. Empleamos la siguiente fórmula:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1 = (1+0{,}0325)^3 - 1 = 0{,}100703 \Rightarrow 10{,}07\%$$

c) Finalmente, solo nos queda calcular los intereses totales, lo que vamos a hacer restando al capital final el capital inicial:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 96.939{,}81 - 60.000 = 36.939{,}81 \text{ €}$$

10·· Nos ofrecen financiar la adquisición de un puente grúa de dos formas alternativas. La primera, mediante un préstamo con un interés del 2,975% efectivo trimestral, y la segunda mediante otro préstamo con un interés del 6% efectivo semestral. ¿Cuál de las dos opciones recomendaríamos? Comprueba que la elección es correcta con un préstamo de 2 millones de euros a 12 años.

No podemos comparar los tipos de interés efectivos porque están expresados a distintas frecuencias de capitalización. Para poder compararlos, los vamos a expresar en tipos de interés efectivos anuales:

$$i_{OPCIÓN\_A} = (1+i_k)^k - 1 = (1+0{,}02975)^4 - 1 = 0{,}12442 \Rightarrow 12{,}44\%$$

$$i_{OPCIÓN\_B} = (1+i_k)^k - 1 = (1+0{,}06)^2 - 1 = 0{,}1236 \Rightarrow 12{,}36\%$$

Por tanto, el interés más bajo es el de la segunda opción, que será la que se elija si se busca financiación ya que, si no hay otros gastos, es más económica.

Vamos a comprobarlo de la forma que indica el enunciado, esto es, con un préstamo de 2 millones de euros a 12 años.

– Para la primera opción el capital final a devolver es:

$$C_{n\_OPCIÓN\_A} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n \cdot k} = 2.000.000 \cdot (1+0{,}02975)^{4 \cdot 12} = 8.168.765{,}44\ €$$

– Para la segunda opción el capital final a devolver es:

$$C_{n\_OPCIÓN\_B} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n \cdot k} = 2.000.000 \cdot (1+0{,}06)^{2 \cdot 12} = 8.097.869{,}28\ €$$

Como se puede comprobar, si se elige la segunda opción se pagarían 70.896,44 € menos en concepto de intereses.

11·· Una empresa tiene un excedente de tesorería que desea invertir hasta el momento en que lo necesite. Como posibilidades de inversión le recomiendan dos opciones: la primera consiste en invertir al tipo del 0,02% efectivo diario (año civil) y la segunda consiste en invertir al tipo del 1,835% efectivo trimestral. ¿Cuál es la mejor opción? Comprueba que la elección es correcta con un depósito de 500.000 € a cinco años.

Lo primero que debemos suponer es que esas dos inversiones tienen el mismo riesgo. Después, para poder comparar los intereses efectivos, debemos expresarlos en tipo de interés efectivo anual:

$$i_{OPCIÓN\_A} = (1+i_k)^k - 1 = (1+0{,}0002)^{365} - 1 = 0{,}075723 \Rightarrow 7{,}57\%$$

$$i_{OPCIÓN\_B} = (1+i_k)^k - 1 = (1+0{,}01835)^4 - 1 = 0{,}075445 \Rightarrow 7{,}54\%$$

Por tanto, el interés más alto es el de la primera opción, que será la que se elija si se busca inversión ya que, si no hay otros gastos, es más rentable.

– Para la primera opción el capital final a devolver es:

$$C_{n\_OPCIÓN\_A} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n \cdot k} = 500.000 \cdot (1+0{,}0002)^{365 \cdot 5} = 720.230{,}72\ €$$

– Para la segunda opción el capital final a devolver es:

$$C_{n\_OPCIÓN\_B} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n \cdot k} = 500.000 \cdot (1+0{,}01835)^{4 \cdot 5} = 719.302{,}15\ €$$

Como se puede comprobar, si se elige la primera opción se cobrarían 928,57 € más en concepto de intereses.

12·· Nos ofrecen la alternativa de cobrar uno de los dos capitales financieros siguientes: capital A de 235.664,12 € con vencimiento dentro de 15 años, y capital B de 81.311,76 €, con vencimiento dentro de seis años. El tipo de interés aplicable, en ambos casos, es del 3% de interés compuesto trimestral. ¿Son equivalentes en el momento 0?

¿Y cuando finalice el quinto trimestre?

Para comparar esos dos capitales, debemos referirlos al mismo momento de tiempo, obteniendo su valor equivalente.

Como nos dice el enunciado, los vamos a referir a esos dos momentos:

a) Momento 0. En ambos capitales, el tiempo que separa el momento de valoración y el vencimiento está expresado en años, mientras que el tipo de interés compuesto que se va a emplear en la valoración lo está en trimestres.

Dentro de las múltiples alternativas que hay para resolver el problema, por su sencillez y exactitud, vamos a expresar el tiempo que separa el momento de valoración y el vencimiento en trimestres.

Así, para el capital A será de 60 trimestres (15 años) y para el capital B será de 24 trimestres (6 años). Para saber cuál es el valor del capital A en el momento 0, emplearemos la fórmula que sigue:

$$C_{0_a} = C_{n_a} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-n_a} = 235.664{,}12 \cdot \left(1 + 0{,}03\right)^{-60} = 40.000 \text{ €}$$

Para saber cuál es el valor del capital B en el momento 0, operamos como viene a continuación:

$$C_{0_b} = C_{n_b} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-n_b} = 81.311{,}76 \cdot \left(1 + 0{,}03\right)^{-24} = 40.000 \text{ €}$$

Por tanto, podemos comprobar que ambos capitales, valorados en el momento 0, son iguales a 40.000 € y, entonces, podemos decir que son financieramente equivalentes. Eso significa que, al margen de otras consideraciones distintas a las financieras, no podemos establecer ninguna preferencia.

b) Final del trimestre 5. Como estamos en capitalización compuesta, al ser equivalentes en el momento 0, ya sabemos que lo serán en cualquier momento. No obstante, vamos a comprobarlo expresando el tiempo en años.

Para el capital A será: 60 · 5 = 55 trimestres y para el capital B será: 24 − 5 = 19 trimestres. Para saber cuál es el valor equivalente del capital A en el momento 5, emplearemos la fórmula siguiente:

$$C_{5_a} = C_{n_a} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-(n_a - 5)} = 235.664{,}12 \cdot \left(1 + 0{,}03\right)^{-55} = 46.370{,}96 \text{ €}$$

Para saber cuál es el valor equivalente del capital B, operamos como sigue:

$$C_{5_b} = C_{n_b} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-(n_b - 5)} = 81.311{,}76 \cdot \left(1 + 0{,}03\right)^{-19} = 46.370{,}96 \text{ €}$$

Por tanto, podemos comprobar que ambos capitales, valorados en el momento 5, son iguales a 46.370,96 € y son financieramente equivalentes.

13·· Tenemos los dos capitales financieros siguientes: capital A de 23.933,61 €, con vencimiento dentro de tres años, y capital B de 26.836,21 €, con vencimiento dentro de cuatro años y medio. El tipo de interés aplicable, en ambos casos, es del 0,5% compuesto mensual. ¿Cuál de las dos opciones elegiremos si se trata de préstamos que debemos devolver? ¿Y si se trata de inversiones que vamos a cobrar?

En capitalización compuesta, si dos capitales son equivalentes en un momento del tiempo, lo son en todo momento. Por costumbre, fijaremos el momento 0.

Así, para el capital A será de 36 meses (3 años) y para el capital B será de 54 meses (4 años y medio).

Para obtener el valor equivalente del capital A en el momento 0, se calcula:

$$C_{0_a} = C_{n_a} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-n_a} = 23.933{,}61 \cdot \left(1 + 0{,}005\right)^{-36} = 20.000 \text{ €}$$

Para obtener el valor equivalente del capital B en el momento 0, empleamos la siguiente fórmula:

$$C_{0_b} = C_{n_b} \cdot \left(1 + i_k\right)^{-n_b} = 26.836{,}21 \cdot \left(1 + 0{,}005\right)^{-54} = 20.500 \text{ €}$$

Vemos que ambos capitales tienen valores distintos en el momento 0 y no son financieramente equivalentes.

Por tanto, podemos establecer una preferencia según sea una operación financiera de préstamo (devolver en el futuro un importe) o de inversión (recibir un capital en el futuro):

– Si se trata de una operación de préstamo, si pudiésemos anticipar su devolución al momento 0, fijadas las condiciones del enunciado, y financieramente hablando, preferiríamos el capital A frente al B porque en la cancelación del préstamo A tenemos que pagar menos dinero.

– Si se trata de una operación de inversión, si pudiésemos anticipar su cobro al momento 0, fijadas las condiciones del enunciado, y financieramente hablando, preferiríamos el capital B frente al A porque el importe a recibir del anticipo del cobro en el capital B es superior al del capital A.

14·· La empresa LARISA adquirió unas Letras del Tesoro hace 292 días y desembolsó 19.700 €. A día de hoy, el Estado reembolsa las citadas Letras y la empresa ingresa en su cuenta corriente un cantidad de 19.935,46 €. Determina la rentabilidad de la inversión obtenida por la empresa, expresada en tipo de interés compuesto o efectivo diario (ocho decimales), y su equivalente anual (año de 365 días).

Para determinar el tipo de interés efectivo diario, operamos como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} \Rightarrow i_k = \left(\frac{19.935,46}{19.700}\right)^{\frac{1}{292}} - 1 = 0,0000406906 \Rightarrow 0,00406906\%$$

Para determinar el tipo de interés efectivo anual, partiendo del efectivo diario, operamos de la siguiente manera:

$$i = (1+i_k)^k - 1 = (1+0,0000406906)^{365} - 1 = 0,0149626104 \Rightarrow 1,50\%$$

Solucionario de las actividades finales

Página 139

1·· La empresa KABASA presta 5.000 € a su empleada Pilar Ortega, que deberá devolverlos dentro de cinco años. Ambas partes acuerdan aplicar un interés compuesto o efectivo del 7,25% anual. ¿Qué cantidad tendrá que pagar Pilar transcurridos los cinco años?

Como tiempo y tipo de interés están referidos a la misma frecuencia, se aplica la fórmula que viene a continuación:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_n = 5.000 \cdot (1+0,0725)^5 = 7.095,07\ €$$

2·· La empresa TRIFUSA invirtió una cantidad de dinero al 3% compuesto o efectivo anual y, transcurridos cuatro años, le han devuelto 5.402,44 €. Calcula el capital que invirtió en el momento 0.

Como tiempo y tipo de interés van referidos a las mismas unidades temporales, basta con aplicar la fórmula siguiente:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^{-n}} = C_n \cdot (1+i)^{-n} = 5.402,44 \cdot (1+0,03)^{-4} = 4.800\ €$$

3·· La empresa OMINOSA invirtió 20.000 € durante cuatro años y obtuvo un capital de 25.488,59 €. ¿Cuál es la rentabilidad obtenida por la empresa, expresada en interés compuesto o efectivo anual?

Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así la rentabilidad de la inversión para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{25.488,59}{20.000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,0625 \Rightarrow 6,25\%$$

4·· La empresa CLARISA necesitará disponer de 35.000 € dentro de unos años. En la actualidad dispone de 22.156,08 € y una entidad bancaria le ofrece un producto que proporciona una rentabilidad del 6,75% compuesto anual. ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que CLARISA obtenga la cantidad que necesita?

Despejamos y aplicamos logaritmos como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow n = \frac{\log(35.000) - \log(22.156{,}08)}{\log(1+0{,}0675)} = 7 \text{ años}$$

Como el tipo de interés es anual, la duración obtenida está expresada en años.

5·· La empresa TUBISA ha pedido prestados 30.000 € para adquirir maquinaria. Una entidad bancaria le ha prestado ese importe a cambio de un coste de financiación del 9% de interés compuesto o efectivo anual durante tres años. ¿Cuál es el importe que TUBISA deberá pagar en concepto de intereses?

Podemos obtener los intereses totales por dos vías:

– Aplicando la fórmula específica para la capitalización compuesta:

$$I_{TOTAL} = C_0 \cdot \left[(1+i)^n - 1\right] = 30.000 \cdot \left[(1+0{,}09)^3 - 1\right] = 8.850{,}87 \text{ €}$$

– Restando el capital inicial al capital final, operación válida para toda ley financiera:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_n = 30.000 \cdot (1+0{,}09)^3 = 38.850{,}87 \text{ €}$$

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 38.850{,}87 - 30.000 = 8.850{,}87 \text{ €}$$

6·· La empresa ABASA aplaza cinco años el pago de una deuda de 30.000€ con un proveedor. Acuerda con este un tipo de interés compuesto o efectivo anual del 9%. ¿Cuánto deberá pagarle transcurridos cinco años?

Como tiempo y tipo de interés están referidos a la misma frecuencia, se aplica la fórmula que sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_n = 30.000 \cdot (1+0{,}09)^5 = 46.158{,}72 \text{ €}$$

7·· La empresa TRISA pide prestado a EGABANK 22.000 €, que devolverá dentro de cinco años, junto con la totalidad de los intereses. La entidad bancaria aplica un tipo de interés del 7,50% compuesto o efectivo anual (coste de la financiación).

a) ¿Cuál es la cantidad que deberá devolver la empresa?

b) ¿Cuál es el importe que pagará en concepto de intereses?

a) Como tiempo y tipo de interés están referidos a la misma frecuencia, se aplica la fórmula:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_n = 22.000 \cdot (1+0{,}075)^5 = 31.583{,}85 \text{ €}$$

b) Para solucionar este supuesto práctico tenemos dos vías:

– Aplicar la fórmula específica de la capitalización compuesta.

– Restar el capital inicial al final. Vamos a obtenerlos de este modo que, además de ser más sencillo, es válido para cualquier ley financiera.

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 31.583{,}85 - 22.000 = 9.583{,}85 \text{ €}$$

Sugerencias didácticas

El docente puede propiciar que el alumnado debata sobre qué tipo de interés efectivo de los que calcule en la siguiente actividad es mejor para el prestatario y para el inversor, desde una perspectiva financiera.

8·· Calcula los tipos de interés semestral, cuatrimestral, trimestral, mensual y diario (año natural) que equivalen al 9% de interés compuesto o efectivo anual.

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés anual (*i*) y la frecuencia de la capitalización en el año (*k*), para determinar el tipo de interés equivalente a esa frecuencia, operamos como sigue:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i_k = (1+i)^{\frac{1}{k}} - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 8.*

Como todos los tipos de interés efectivos anteriores son equivalentes al 9% compuesto o efectivo anual desde una perspectiva financiera, a un inversor (si tienen mismo riesgo y liquidez) o prestatario le resulta indiferente uno u otro.

9·· La empresa KESASA invirtió 70.000 € y recibió, transcurrido un año y medio, 74.306,41 €. Determina el tipo de interés efectivo o compuesto trimestral de la operación.

Dado que nos pregunta el tipo de interés efectivo trimestral y el tiempo lo tenemos expresado en años, procederemos a convertir el tiempo en trimestres con una regla de tres o del siguiente modo:

1,5 años · 4 trimestres / año = 6 trimestres

Con la siguiente fórmula obtenemos la rentabilidad trimestral de la inversión:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i_k)^{n \cdot k} \Rightarrow i_k = \left(\frac{74.306,41}{70.000}\right)^{\frac{1}{1,5 \cdot 4}} - 1 = 0,009999 \Rightarrow 1\%$$

10·· La empresa AFOSA ha invertido 6.000,00 € a una rentabilidad del 1,75% de interés efectivo trimestral, y ha obtenido un capital final de 7.919,58 €. ¿Cuánto tiempo ha estado invertido el capital, expresado en trimestres? ¿Y expresado en años?

En esta actividad debemos calcular la duración de la operación, conocidos los datos restantes: capital inicial, capital final, tipo de interés anual y ley financiera.

$$C_n = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} \Rightarrow n_k = \frac{\log(7.919,58) - \log(6.000)}{\log(1+0,0175)} = 16 \text{ trimestres}$$

Como el tipo de interés es trimestral, la duración obtenida también lo es. Para convertirlo a años procedemos con una regla de tres o del siguiente modo:

16 trimestres / 4 trimestres / año = 4 años

11·· ¿Qué rentabilidad anual, expresada en tanto por ciento compuesto o efectivo anual, ha obtenido IFOSA si invirtió 35.539,48 € durante cuatro años y recibió 40.000 €?

Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así la rentabilidad anual de la inversión para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{40.000}{35.539,48}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,03 \Rightarrow 3\%$$

12·· Una empresa ha invertido 20.000 € al 0,75% de interés compuesto o efectivo mensual y, al final del plazo pactado, ha recibido 26.172,91 €. ¿Cuánto tiempo, en meses y en años, ha estado invertido el capital?

En esta actividad debemos calcular la duración de la operación, conocidos los restantes datos: capital inicial, capital final, tipo de interés anual y ley financiera.

$$C_n = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} \Rightarrow n_k = \frac{\log(26.172{,}91) - \log(20.000)}{\log(1+0{,}0075)} = 36 \text{ meses}$$

Como el tipo de interés es mensual, la duración obtenida también. Para convertirlo a años procedemos con una regla de tres o del siguiente modo:

36 meses / 12 meses / año = 3 años

13·· Determina cuánto dinero recibió prestado MIFOSA si tuvo que devolver 57.030,44 € y disfrutó de la financiación durante tres años con un coste del 3% de interés compuesto o efectivo trimestral.

Dado que el enunciado nos proporciona el tipo de interés efectivo trimestral y el tiempo lo tenemos expresado en años, procederemos a pasar el tiempo a trimestres con una regla de tres o del siguiente modo:

3 años · 4 trimestres / año = 12 trimestres

Para obtener el capital inicial, lo obtendremos de la siguiente fórmula, dado que conocemos la duración de la operación en trimestres:

$$C_0 = C_{n \cdot k} \cdot (1+i_k)^{-n \cdot k} = 57.030{,}44 \cdot (1+0{,}03)^{-3 \cdot 4} = 40.000 \text{ €}$$

14·· Calcula cuánto dinero prestó una entidad bancaria a INTUSA si esta, pasados cinco años, ha devuelto 63.584,38 € y la operación se concertó a un interés compuesto o efectivo mensual del 1%.

Dado que el enunciado nos proporciona el tipo de interés efectivo mensual y el tiempo lo tenemos expresado en años, procederemos pasar el tiempo a meses con una regla de tres o del siguiente modo:

5 años · 12 meses / año = 60 meses

Para obtener el capital inicial, lo obtendremos de la siguiente fórmula, dado que conocemos la duración de la operación en trimestres:

$$C_0 = C_{n \cdot k} \cdot (1+i_k)^{-n \cdot k} = 63.584{,}38 \cdot (1+0{,}01)^{-5 \cdot 12} = 35.000 \text{ €}$$

15·· Determina el tipo de interés compuesto anual equivalente al 5,25% compuesto semestral, al 3,75% compuesto cuatrimestral, al 2,50% compuesto trimestral, al 0,75% compuesto mensual y al 0,01% compuesto diario (año de 365 días).

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés (i_k) referido a la frecuencia de la capitalización en el año (k) y nos piden el equivalente anual.

Para resolver esta actividad, aplicamos la fórmula siguiente a los datos del enunciado:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 15.*

Desde el punto de vista del inversor, y considerando que todas las operaciones tienen el mismo riesgo, la que da mayor rentabilidad es la del 3,75% cuatrimestral. Desde el punto de vista del prestatario, la mejor es la del 0,01% diario.

16·· La empresa FELISA ha recibido 40.914,44 € por un depósito a plazo fijo que realizó hace dos años y seis meses. La rentabilidad, expresada en tipo de interés compuesto anual, ha sido del 3%. Determina el capital invertido en el depósito. ¿Cuál es la cantidad que habrá cobrado en concepto de intereses?

Primero determinaremos el tiempo expresado en años, que es 2,5 años. Después calcularemos el capital inicial aplicando la siguiente fórmula:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^{-n}} = C_n \cdot (1+i)^{-n} \Rightarrow C_0 = 40.914,44 \cdot (1+0,03)^{-2,5} = 38.000\text{ €}$$

Por último, obtenemos los intereses totales del siguiente modo:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 40.914,44 - 38.000 = 2.914,44\text{ €}$$

Página 140

17·· La empresa INVESTSA adquirió por 65.000 € unas acciones emitidas por BOLISA y las ha vendido por 79.007,91 €, con lo que ha obtenido una rentabilidad, expresada en tanto por ciento compuesto o efectivo anual, del 5%. ¿Durante cuánto tiempo han estado las acciones en poder de INVESTSA?

En esta actividad debemos calcular la duración de la operación, conocidos los restantes datos: capital inicial, final, tipo de interés anual, expresado en años, y ley financiera. La fórmula que empleamos será:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow n = \frac{\log(79.007,91) - \log(65.000)}{\log(1+0,05)} = 4\text{ años}$$

18·· La empresa TRIOSA pidió prestados 25.000 € durante 2,75 años y tuvo que devolver 30.112,40 €. Determina el coste de la financiación para TRIOSA, expresado en tanto por ciento compuesto o efectivo anual.

Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así el coste de la financiación anual para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{30.112,40}{25.000}\right)^{\frac{1}{2,75}} - 1 = 0,07 \Rightarrow 7\%$$

19·· La empresa PESOSA realizó un depósito bancario en EGABANK por importe de 20.000 €, y la entidad bancaria le reintegró, transcurridos dos años y un trimestre, 20.911,27 €. Determina la rentabilidad de la inversión que ha obtenido PESOSA, expresada en tanto por ciento compuesto o efectivo anual.

Primero determinaremos el tiempo expresado en años, que es 2,25 años. Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así la rentabilidad de la inversión para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{20.911,27}{20.000}\right)^{\frac{1}{2,25}} - 1 = 0,02 \Rightarrow 2\%$$

20·· ¿Durante cuánto tiempo tuvo ASEGURASA invertidos 100.000 €, al tipo de interés compuesto o efectivo mensual del 0,25%, si le devolvieron 112.732,80 €? Calcula el interés total obtenido en la operación.

En esta actividad debemos calcular la duración de la operación, conocidos los restantes datos: capital inicial, capital final, tipo de interés anual y ley financiera.

$$C_n = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} \Rightarrow n_k = \frac{\log(112.732,80) - \log(100.000)}{\log(1+0,0025)} = 48\text{ meses}$$

En cuanto al interés total, vamos a obtenerlo del modo más sencillo, que además es válido para cualquier ley financiera:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 112.732,80 - 100.000 = 12.732,80\text{ €}$$

21·· Determina el tipo de interés compuesto o efectivo equivalente al 15% compuesto anual, en tanto por ciento semestral, cuatrimestral, trimestral, mensual y diario (año de 365 días).

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés anual (i) y la frecuencia de la capitalización en el año (k), para determinar el tipo de interés equivalente a esa frecuencia, se opera del modo siguiente:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i_k = (1+i)^{\frac{1}{k}} - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 21.*

Como todos los tipos de interés efectivos anteriores son equivalentes al 15% compuesto o efectivo anual, desde una perspectiva financiera, a un inversor (si tienen mismo riesgo y liquidez) o prestatario le resulta indiferente uno u otro.

22·· Determina el tipo de interés compuesto efectivo correspondiente al periodo *k*-esimal y el anual equivalente relacionado con los siguientes tipos de interés compuestos o efectivos: 2,125% semestral, 2,0917% cuatrimestral, 1,50% trimestral, 0,8967% mensual y 0,0336% diario (año de 365 días).

En la esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés (i_k) referido a la frecuencia de la capitalización en el año (k) y nos piden el equivalente anual, se calcula del modo siguiente:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 22.*

Desde el punto de vista del inversor y, considerando que todas las operaciones tienen el mismo riesgo, la que da mayor rentabilidad es el 0,0336% diario. Desde el punto de vista del prestatario, la mejor es la del 2,125% semestral.

Sugerencias didácticas

El docente ha de insistir al alumnado en que los intereses no son el único coste de la financiación sino que también están las comisiones y otros gastos como impuestos, notarios, etc. Por tanto, en la siguiente actividad subyace la idea de que, si solo nos vamos a servir del tipo de interés para la toma de decisiones, estamos aceptando implícitamente que comisiones bancarias y gastos a terceros son iguales en las dos ofertas.

23·· La empresa ALTAVOSA necesita financiación y acude a dos entidades bancarias. La entidad A le ofrece un tipo de interés compuesto o efectivo semestral del 6,125%, y la B un tipo de interés compuesto o efectivo mensual del 1%. Si ninguna de las dos opciones tiene gastos adicionales a los intereses, ¿cuál de las dos opciones elegirá por tener un coste de financiación menor?

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés (i_k) referido a la frecuencia de la capitalización en el año (k) y nos piden el equivalente anual, operamos como sigue:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 23.*

Por tanto, a la vista del tipo de interés anual equivalente en ambas ofertas, aquella que tiene un tipo de interés efectivo semestral es la más económica.

24·· Dos empresas acuerdan el tipo de interés compuesto o efectivo del 7% anual para valorar los siguientes capitales:

A: 56.382,58 €, con vencimiento dentro de cinco años.

B: 46.577,21 €, con vencimiento dentro de dos años y un trimestre.

C: 51.552,43 €, con vencimiento dentro de tres años y tres trimestres.

Determina si son equivalentes en los siguientes instantes:

a) En el momento inicial (momento 0).

b) Transcurridos ocho años desde el momento actual.

a) Para saber cuál es el valor equivalente del capital A, operamos como sigue:

$$C_{0_a} = C_{n_a} \cdot (1+i)^{-n_a} = 56.382{,}58 \cdot (1+0{,}07)^{-5} = 40.200 \text{ €}$$

Para obtener cuál es el valor equivalente del capital B en el momento 0, sabiendo que dos años y un trimestre es igual a 2,25 años, se calcula:

$$C_{0_b} = C_{n_b} \cdot (1+i)^{-n_b} = 46.577{,}21 \cdot (1+0{,}07)^{-2{,}25} = 40.000 \text{ €}$$

Para obtener cuál es el valor del capital C en el momento 0, sabiendo que tres años y tres trimestres es igual a 3,75 años, emplearemos la fórmula que sigue:

$$C_{0_c} = C_{n_c} \cdot (1+i)^{-n_c} = 51.552{,}43 \cdot (1+0{,}07)^{-3{,}75} = 40.000 \text{ €}$$

Los capitales B y C tienen un valor de 40.000 € en el momento 0 y son equivalentes; el capital A tiene un valor de 40.200 € y no es equivalente.

b) Para saber cuál es el valor equivalente del capital A, operamos como sigue:

$$C_{8_a} = C_{n_a} \cdot (1+i)^{-(8-n_a)} = 56.382{,}58 \cdot (1+0{,}07)^{(8-5)} = 69.071{,}08 \text{ €}$$

Para obtener cuál es el valor del capital B en el momento 8, sabiendo que dos años y un trimestre es igual a 2,25 años, emplearemos la fórmula:

$$C_{8_b} = C_{n_b} \cdot (1+i)^{-(8-n_b)} = 46.577{,}21 \cdot (1+0{,}07)^{(8-2{,}25)} = 68.727{,}44 \text{ €}$$

Para obtener cuál es el valor del capital C en el momento 5, sabiendo que tres años y tres trimestres es igual a 3,75 años, aplicaremos la fórmula:

$$C_{8_c} = C_{n_c} \cdot (1+i)^{-(8-n_c)} = 51.552{,}43 \cdot (1+0{,}07)^{(8-3{,}75)} = 68.727{,}44 \text{ €}$$

Como ya sabíamos antes de calcular las valoraciones de esos capitales en el año 8, dado que ya las hemos calculado en el momento 0, se producen las mismas equivalencias en ese momento y en cualquier otro.

25·· La empresa PATINASA recibe una factura de un proveedor por importe de 60.000 € y debe pagarla dentro de 90 días, tal y como es costumbre en el sector en el que operan. No obstante, si la paga en menos de cinco días, el proveedor le aplica un descuento del 2,50% del importe total de la factura.

Determina el coste que supone para PATINASA renunciar al descuento por pronto pago (coste de oportunidad), expresado en tanto por ciento compuesto anual, si la empresa apura el plazo y paga el quinto día después de recibir la factura, cuando faltan 85 días para que se cumpla el plazo.

La empresa PATINASA apurará al máximo el momento del pago y, caso de que quiera beneficiarse del descuento por pronto pago, lo hará transcurridos 85 días. En ese momento habrá de pagar:

Descuento = 60.000 · 2,50% = 1.500 €

Importe a pagar = 60.000 – 1.500 = 58.500 €

Por tanto, el coste que supone renunciar a ese descuento por pronto pago (coste de oportunidad), expresado en tanto por ciento anual, será:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{60.000}{58.500}\right)^{\frac{365}{85}} - 1 = 0{,}114847 \Rightarrow 11{,}48\%$$

26·· La empresa COPIOSA tiene dos posibilidades de financiación para realizar un proyecto económico de inversión. En la primera posibilidad, deberá pagar 487.995,99 € transcurridos cinco semestres. En la segunda, el importe que pagará después de ocho trimestres ascenderá a 478.565,41 €. Si el tipo de interés efectivo o compuesto con el que valora las dos operaciones es del 0,75% mensual, determina qué vía de financiación será preferible para COPIOSA.

Para resolver esta actividad, vamos a suponer que la empresa COPIASA va a recibir una misma cantidad de dinero y que el enunciado nos describe las dos posibilidades de devolución de las que dispone.

La primera vence dentro de 5 semestres. Como el tipo de interés que tenemos para valorar los capitales es mensual, desde el momento 0 hasta el 5.º semestre, lo podemos obtener con una regla de tres o del siguiente modo:

5 semestres · 6 meses / semestre = 30 meses

Para saber el valor equivalente al capital A en el momento 0, operamos como sigue:

$$C_{0_a} = C_{n_a} \cdot (1+i_k)^{-n_a} = 487.995,99 \cdot (1+0,0075)^{-30} = 390.000\ €$$

El segundo capital vence dentro de 8 trimestres que, desde el momento 0 hasta aquel momento, lo podemos obtener con una regla de tres o como sigue:

8 trimestre · 3 meses / trimestre = 24 meses

Para saber el valor equivalente al capital B en el momento 0, operamos de esta forma:

$$C_{0_b} = C_{n_b} \cdot (1+i_k)^{-n_b} = 478.565,41 \cdot (1+0,0075)^{-24} = 400.000\ €$$

27·· Hace siete meses, la empresa ESPECULOSA tenía un excedente de tesorería y decidió adquirir unos dólares americanos pagando un importe de 26.000 €, junto con unos gastos de 200 €. A día de hoy tiene necesidades de dinero y decide vender las divisas, ingresando un importe de 25.000 €, con unos gastos de 230 €. Calcula la rentabilidad obtenida por ESPECULOSA en la operación con divisas, expresada en tanto por ciento de interés compuesto o efectivo anual.

Obtenemos el importe que invirtió en el momento 0 (capital inicial):

26.000 + 200 = 26.200 €

Después determinamos el importe que recuperó pasados 7 meses (capital final):

25.000 – 230 = 24.770 €

Procederemos aplicando la siguiente fórmula para obtener así la rentabilidad anual de la inversión para la empresa:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{24.770}{26.200}\right)^{\frac{12}{7}} - 1 = -0,091732 \Rightarrow -9,17\%$$

Página 141

28·· La empresa KITISA tiene necesidades financieras a corto plazo. Una entidad bancaria le ofrece 6.000 €, con un tipo de interés compuesto o efectivo trimestral del 2%, que deberá devolver dentro de 15 meses.

a) ¿Cuál será la cantidad que debe devolver transcurrido ese periodo?

a) Dado que el tipo de interés está expresado en trimestres y la duración en meses, pasaremos esta última a trimestres con una regla de tres o del siguente modo:

15 meses / 3 (meses / trimestres) = 5 trimestres

Después, nos está pidiendo el capital final de esta operación que se obtiene como sigue:

$$C_{n \cdot k} = C_0 \cdot (1+i_k)^{n_k} = 6.000 \cdot (1+0,02)^5 = 6.624,48\ €$$

b) ¿A cuánto ascenderán los intereses devengados?

b) Obtenemos los intereses totales de un modo válido para cualquier ley financiera:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 6.624,48 - 6.000 = 624,48 \text{ €}$$

29·· La empresa TROTESA dispone de una cantidad de dinero y acude a varias entidades bancarias, que realizan las siguientes ofertas de retribución a un depósito sin comisiones ni gastos:

a) Un 2% efectivo o compuesto anual.

b) Un 0,0055% efectivo o compuesto diario (año 365 días).

c) Un 0,50% efectivo o compuesto trimestral.

d) Un 0,1658% efectivo o compuesto mensual.

Ordena las ofertas de mejor a peor para los intereses de TROTESA.

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés (i_k) referido a la frecuencia de la capitalización en el año (k) y nos piden el equivalente anual, se calcula del modo siguiente:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 29.*

Suponiendo que todos los depósitos tienen el mismo riesgo, la empresa TROTESA preferirá en el siguiente orden: c); b); d); y a), siendo el criterio seguido el que mayor rentabilidad proporciona.

30·· La empresa FITOSA tiene necesidad de fondos y acude a varias entidades bancarias, las cuales le realizan las siguientes ofertas de retribución de un préstamo sin comisiones ni gastos:

a) Un 4,50% efectivo o compuesto semestral.

b) Un 0,0242% efectivo o compuesto diario (año 365 días).

c) Un 2,2375% efectivo o compuesto trimestral.

d) Un 0,7417% efectivo o compuesto mensual.

Ordena las ofertas de mejor a peor para los intereses de FITOSA.

En esta actividad, como lo que conocemos es el tipo de interés (i_k) referido a la frecuencia de la capitalización en el año (k) y nos piden el equivalente anual, se opera como sigue:

$$(1+i_k)^k = (1+i) \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

Actividades Unidad 7

Si hacemos clic en el enlace del margen, se accede al libro de Excel que contiene las soluciones a las actividades de esta unidad. Para acceder a la solución de esta actividad, únicamente hay que hacer clic en la hoja *Actividad final 30.*

Suponiendo no existen más comisiones ni otros gastos, la empresa FITOSA preferirá en el siguiente orden: a); b); c); y d), siendo el criterio seguido el que tenga el menor coste de la financiación.

31·· La empresa BIOTESA ha de elegir entre dos proyectos para invertir, incompatibles entre sí. En el primero recibirá 730.944,86 €, transcurridos 11 trimestres. En el segundo ingresará 715.317,47 €, transcurridos siete cuatrimestres. Si el tipo de valoración es del 0,60% compuesto o efectivo mensual, determina cuál de los dos proyectos preferirá BIOTESA.

Para comparar estos dos capitales, tenemos el tipo de interés efectivo mensual, por lo que vamos a pasar la distancia desde el momento de valoración hasta su vencimiento a meses. Como momento de valoración elegimos el 0, aunque sabemos que el resultado no depende del momento seleccionado.

La primera vence dentro de 11 trimestres y ese periodo en meses lo podemos obtener con una regla de tres o del siguiente modo:

11 trimestres · 3 meses / trimestre = 33 meses

Para saber el valor equivalente al capital A en el momento 0, se calcula:

$$C_{0_a} = C_{n_a} \cdot (1 + i_k)^{-n_a} = 730.944{,}86 \cdot (1 + 0{,}006)^{-33} = 600.000 \text{ €}$$

El segundo capital vence dentro de 7 cuatrimestres y ese periodo en meses lo podemos obtener con una regla de tres o como sigue:

7 cuatrimestres · 4 meses / cuatrimestre = 28 meses

Para saber el valor equivalente al capital B en el momento 0, aplicamos la fórmula:

$$C_{0_b} = C_{n_b} \cdot (1 + i_k)^{-n_b} = 715.317{,}47 \cdot (1 + 0{,}006)^{-28} = 605.000 \text{ €}$$

Dado que, valorados en el mismo momento del tiempo el importe del capital B es mayor que el del A, se elije el primero por obtener un mayor rendimiento.

Sugerencias didácticas

El docente podrá realizar la comprobación con los datos de las dos actividades siguientes para demostrar que la conclusión a la que se llega comparando los tipos de interés es la misma. Ahora bien, también debe insistir al alumnado que, en el mundo de las finanzas al cual pertenece la tesorería, es más usual comparar tipos de interés, es decir, se consideran términos porcentuales.

32·· Un proveedor ofrece a la empresa VIOSA la posibilidad de un descuento por pronto pago de 3,50% sobre el total de la factura (30.000 €) si paga a día de hoy, antes de la fecha de vencimiento, que se producirá dentro de 120 días. La empresa no dispone de liquidez, pero un banco le ofrece un crédito a un 10% compuesto o efectivo anual para ese mismo plazo. ¿Aconsejarías a VIOSA aceptar el préstamo para obtener el descuento? Argumenta tu respuesta.

El importe que pagará en el momento 0 se obtiene de la siguiente forma:

Descuento = 30.000 · 3,50% = 1.050 €

Importe a pagar =3.000 – 1.050= 28.950 €

Por tanto, el coste que supone renunciar a ese descuento por pronto pago (coste de oportunidad), expresado en tanto por ciento anual, será:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{30.000}{28.950}\right)^{\frac{365}{120}} - 1 = 0{,}11445556 \Rightarrow 11{,}45\%$$

Por tanto, solicitar un préstamo a un banco le supone un coste de financiación del 10% y renunciar al descuento por pronto pago de 11,45%. A la empresa le conviene el préstamo de la entidad bancaria para pagar a su proveedor por ser una financiación más económica que la renuncia al descuento.

33·· La empresa TAPIOSA tiene la posibilidad de invertir 900.000 € en un proyecto económico por el que, transcurridos 14 trimestres, percibirá 1.271.676,44 €.

a) Determina la rentabilidad de la operación de inversión para la empresa TAPIOSA, expresada en tanto por ciento compuesto o efectivo anual.

b) Si para financiar ese proyecto el coste que debe asumir la empresa es igual al 12% compuesto o efectivo anual, ¿le aconsejaremos llevar a cabo la operación? Razona tu respuesta.

a) Nos piden el tipo de interés expresado en años y tenemos la duración expresada en trimestres. Pasamos esta última a años de la siguiente forma:

14 trimestres / 4 trimestres / año = 3,5 años

La rentabilidad, expresada en términos anuales, la obtendremos como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{1.271.676,44}{900.000}\right)^{\frac{4}{14}} - 1 = 0,103813 \Rightarrow 10,38\%$$

La empresa, si invierte en ese proyecto, obtendrá una rentabilidad del 10,38%.

b) Si tiene para invertir en ese proyecto habrá de pagar un 12% de un préstamo y rechazará la realización del proyecto anterior porque le sale más caro pagar a quien le deja el dinero, que la rentabilidad que obtiene en esa inversión.

34·· La empresa TORNAFISA propone a CONSTRUCCIONES MARTÍNEZ, SL aplazar el pago de una deuda de 100.000 € durante 21 meses. Esta última empresa acepta la propuesta si la cantidad pagada por la primera es igual a 116.277,68 €. Con los datos anteriores, determina:

a) El coste de la financiación para TORNAFISA, expresado en tipo de interés compuesto o efectivo anual.

b) El importe que habrá pagado TORNAFISA en concepto de intereses.

a) Nos piden el tipo de interés expresado en años y tenemos la duración expresada en meses. Pasamos está última a años de la siguiente forma:

21 meses / 12 meses /año

El coste de la financiación, expresado en términos anuales, la obtendremos de:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{116.277,68}{100.000}\right)^{\frac{12}{21}} - 1 = 0,09 \Rightarrow 9\%$$

El coste de financiación del aplazamiento será del 9% compuesto anual.

b) Obtenemos los intereses totales de un modo válido para cualquier ley financiera:

$$I_{TOTAL} = C_n - C_0 = 116.277,68 - 100.000 = 16.277,68\ €$$

35·· La empresa MARIONASA duda entre invertir 400.000 € en un proyecto de expansión de su negocio por el norte del país o bien por el sur. La inversión del proyecto por el norte, transcurridos tres años y tres meses, le reportará un capital de 545.238,13 €; la inversión del proyecto por el sur, a los cuatro años y seis meses, supondrá 595.602,48 €. Si el coste de financiar estos proyectos es del 12,60% efectivo o compuesto anual, ¿le conviene llevar a cabo alguno de ellos? ¿Y si el coste de la financiación es el 9,50% efectivo o compuesto anual?

Tenemos que obtener la rentabilidad de ambos proyectos. En el primero, el vencimiento del capital final es dentro de 3 años y 3 meses (es decir, 3,25 años). La rentabilidad anual la obtenemos del siguiente modo:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{545.238,13}{400.000}\right)^{\frac{1}{3,25}} - 1 = 0,1 \Rightarrow 10\%$$

En el segundo, vence en 4 años y 6 meses (4,5 años) y su rentabilidad es:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{595.602,48}{400.000}\right)^{\frac{1}{4,5}} - 1 = 0,0925 \Rightarrow 9,25\%$$

- Si la financiación de los 400.000 € de la inversión inicial de cada proyecto le cuesta a la empresa un 12,60%, como la rentabilidad que obtiene en cada uno es menor, le saldrá más caro pagar a quien le ha dejado el dinero que lo que va a sacar en cada proyecto. Por tanto, no llevará a cabo ningún proyecto.

- Si la financiación de los 400.000 € de la inversión inicial de cada proyecto le cuesta a la empresa un 9,50%, la rentabilidad que obtiene en el proyecto norte es mayor que lo que debe pagar a quien le ha dejado el dinero y ganará un dinero para la empresa. Por tanto, llevará a cabo ese proyecto. La rentabilidad del proyecto del sur es menor y le saldrá más caro pagar a quien le ha dejado el dinero que lo que va a sacar en ese proyecto. Por tanto, no lo llevará a cabo.

Solucionario de los casos finales

Página 142

Rentabilidad de las inversiones financieras y aplicación de la equivalencia de capitales

Napoleón Rodríguez contrató un depósito a dos años y seis meses con la entidad bancaria WATERLOOBANK, con garantía de capital, que proporcionaba un 12% del importe depositado si los valores en la bolsa de las acciones de VISCOFASA y AZKONESA subían más de un 10% desde el momento de la contratación hasta el vencimiento del depósito.

En el caso de que ambos valores subiesen pero no alcanzasen ese porcentaje de variación, el importe que proporcionaría es del 2% del importe depositado. Por último, si alguna de las acciones baja su valor, únicamente se devolverá el dinero depositado.

Napoleón adquirió 700 acciones de WATERLOOBANK a 5,25 € la acción, por lo que su intermediario cobró un 0,50% del importe de la operación de compra, con un mínimo de 20 €. Los cánones pagados a la sociedad rectora y a IBERCLEAR ascendieron a 1,30 € y a 0,25 € respectivamente.

Cuando Napoleón vendió las acciones de WATERLOOBANK, las acciones cotizaban a 5,95 € la acción y su intermediario cobró un 0,50% del importe de la operación de venta, con un mínimo de 22 €. La suma de los cánones de la sociedad rectora y de IBERCLEAR ascendió a 1,50 €.

Por otro lado, al cumplir 50 años, Napoleón decide aportar a un seguro de vida-ahorro 4.500 €. También ha de aportar 12.000 € cuando cumpla 55 años y 10.000 € cuando llegue a los 60 años. La aseguradora garantiza un tipo de interés del 3% compuesto o efectivo anual a las aportaciones realizadas por Napoleón.

a) Determina la cantidad de dinero que recibió Napoleón de WATERLOOBANK y la rentabilidad obtenida, expresada en tanto por ciento compuesto efectivo o compuesto anual, en las siguientes situaciones, si el importe depositado fue de 20.000 €:

1. El valor en bolsa de VISCOFASA subió un 20% y el de AZKONESA un 12%.

En ese caso, al vencimiento del depósito, como se han cumplido esas condiciones, Napoleón recibirá, suponiendo que la retención es del 19%:

Intereses íntegros = 20.000 · 10 / 100 = 2.000 €

Retención = 2.000 · 19 / 100 = 380 €

Intereses líquidos o netos = 2.000 – 380 = 1.620 €

Para determinar el importe de la rentabilidad obtenida en esta operación, sabiendo que han transcurrido 2,5 años, se procede como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{22.000}{20.000}\right)^{\frac{1}{2,5}} - 1 = 0,03886 \Rightarrow 3,89\%$$

2. El valor en bolsa de VISCOFASA subió un 5% y el de AZKONESA un 14%.

En ese caso, al vencimiento del depósito, como se han cumplido esas condiciones, Napoleón recibirá, suponiendo que la retención es del 19%:

Intereses íntegros = 20.000 · 2 / 100 = 400 €

Retención = 400 · 19 / 100 = 76 €

Intereses líquidos o netos = 400 – 76 = 324 €

Para determinar el importe de la rentabilidad obtenida en esta operación, sabiendo que han transcurrido 2,5 años, se procede como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{20.400}{20.000}\right)^{\frac{1}{2,5}} - 1 = 0,0079525 \Rightarrow 0,80\%$$

3. El valor en bolsa de VISCOFASA bajó un 6% y el de AZKONESA subió un 12%.

En ese caso, al vencimiento del depósito no recibirá importe alguno en concepto de intereses y, para determinar la rentabilidad, se podrá calcular como sigue:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i = \left(\frac{20.000}{20.000}\right)^{\frac{1}{2,5}} - 1 = 0 \Rightarrow 0\%$$

La evolución de la referencia ha sido desfavorable pero, dado que existe garantía de capital, recibe el dinero depositado y su rentabilidad es cero.

b) Calcula la rentabilidad, expresada en tipo de interés anual (año civil de 365 días), tanto simple como compuesto, obtenida por Napoleón, si vendió las acciones de WATERLOOBANK 73 días después de su compra.

Primero debemos determinar el importe que habrá pagado en el momento de la compra de las acciones, que será:

Importe pagado al vendedor (700 · 5,25) ....3.675 €

Comisión cobrada por el intermediario.................................20 €

3.675 · 0,5 / 100 = 18,38 € < 20

Canon sociedad rectora ....1,30 €

Canon IBERCLEAR..0,25 €

Valor de adquisición de las acciones ....3.696,55 €

Después, debemos determinar el importe cobrado en la venta de las mismas:

Importe cobrado al comprador (700 · 5,95)......................4.165 €

Comisión cobrada por intermediario.....................................22 €

4.165 · 0,5 / 100 = 20,83 € < 22

Cánones sociedad rectora e IBERCLEAR ....1,50 €

Valor de adquisición de las acciones ....4.141,50 €

Para determinar la rentabilidad de esa operación, expresada en términos anuales, suponiendo que han transcurrido 73 días entre los dos momentos, procedemos del siguiente modo:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i_{COMPUESTA} = \left(\frac{4.141,50}{3.696,55}\right)^{\frac{365}{73}} - 1 = 0,765247 \Rightarrow 76,52\%$$

$$C_n = C_0 \cdot (1+i \cdot n) \Rightarrow i_{SIMPLE} = \frac{365}{73} \cdot \left(\frac{4.141,50}{3.696,55} - 1\right) = 0,601845 \Rightarrow 60,18\%$$

c) Calcula la rentabilidad, expresada en tipo de interés anual (año civil de 365 días), tanto simple como compuesto, obtenida por Napoleón si vendió las acciones de WATERLOOBANK 511 días después de su compra.

Para determinar la rentabilidad de esa operación, expresada en términos anuales, suponiendo que han transcurrido 511 días entre los dos momentos, procedemos del siguiente modo:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow i_{COMPUESTA} = \left(\frac{4.141,50}{3.696,55}\right)^{\frac{365}{511}} - 1 = 0,08457 \Rightarrow 8,46\%$$

$$C_n = C_0 \cdot (1+i \cdot n) \Rightarrow i_{SIMPLE} = \frac{365}{511} \cdot \left(\frac{4.141,50}{3.696,55} - 1\right) = 0,085978 \Rightarrow 8,60\%$$

d) Argumenta por qué los resultados obtenidos en los dos apartados anteriores son diferentes.

Vemos que, con idéntica duración, capital final e inicial, la rentabilidad es diferente según la ley financiara que empleemos. Por tanto, el resultado depende de cuál es la ley financiera elegida para su obtención.

El rendimiento obtenido en esa operación es 4.141,50 – 3.696,55 = 171,95 €.

Como en capitalización simple y a un plazo inferior a un año se producen más intereses que en capitalización compuesta, la primera ley financiera necesita un valor inferior al de la segunda para producir 171,95 €.

Sucede lo contrario cuando el plazo es mayor que el del tipo de interés que hemos calculado y el valor es mayor en la capitalización compuesta que en la simple.

e) ¿Cuánto capital dispondrá, cuando tenga 65 años, en el seguro de vida-ahorro?

Para saber el capital que habrá acumulado cuando tenga 65 años, deberemos llevar a ese momento todos los capitales aportados (capitales iniciales) y sumarlos. El primer capital lo aporta cuando tiene 50 años y, hasta los 65, transcurren 15 años:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n = 4.500 \cdot (1+0{,}03)^{(65-50)} = 7.010{,}85 \text{ €}$$

El segundo capital lo aporta cuando tiene 55 años y transcurren 10 años:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n = 12.000 \cdot (1+0{,}03)^{(65-55)} = 16.127{,}00 \text{ €}$$

El tercer capital lo aporta cuando tiene 60 años y transcurren 10 años:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n = 10.000 \cdot (1+0{,}03)^{(65-60)} = 11.592{,}74 \text{ €}$$

El capital que habrá acumulado en ese seguro vida-ahorro será:

7.010,85 +16.127 + 11.592,74 = 34.730,59 €