

13 Suprime paréntesis y denominadores y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 4(x-3) + y = 0 \\ 3(x+3) - y = 18 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y+1}{5} = 1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x+4}{5} - y = -1 \\ \frac{x-6}{5} + y = -1 \end{cases} \qquad \text{d) } \begin{cases} x = \frac{y-4}{3} + 1 \\ y + \frac{1}{3} = \frac{x+4}{3} \end{cases}$$

a) Primero simplificamos el sistema quitando paréntesis.

$$\begin{cases} 4x - 12 + y = 0 \\ 3x + 9 - y = 18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + y = 12 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$$

Aplicamos reducción. Podemos quitar la y sumando las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x + y = 12 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \rightarrow 7x = 21 \rightarrow x = 3$$

Sustituyendo en cualquiera de las dos ecuaciones, obtenemos $y = 0$.

Solución: $x = 3, y = 0$

b) Multiplicamos la primera ecuación por 20 para eliminar los denominadores.

$$\begin{cases} 5x + 4(y+1) = 20 \\ x + 3y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

Aplicamos el método de sustitución. Despejamos x en la segunda ecuación y sustituimos esa expresión en la primera:

$$x = 1 - 3y \rightarrow 5(1 - 3y) + 4y = 16$$

Simplificamos y resolvemos la ecuación:

$$5(1 - 3y) + 4y = 16 \rightarrow -11y = 11 \rightarrow y = -1$$

Sustituimos y calculamos el valor de x :

$$x = 1 - 3(-1) = 4$$

Solución: $x = 4, y = -1$

c) Multiplicamos por 5 todo el sistema:

$$\begin{cases} x + 4 - 5y = -5 \\ x - 6 + 5y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 5y = -9 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$$

Despejamos en las dos ecuaciones para poder aplicar el método de igualación:

$$\begin{cases} x = -9 + 5y \\ x = 1 - 5y \end{cases} \rightarrow -9 + 5y = 1 - 5y \rightarrow 10y = 10 \rightarrow y = 1$$

Sustituimos el valor en la segunda ecuación y obtenemos la solución.

$$x = 1 - 5 = -4$$

Solución: $x = -4, y = 1$

d) Multiplicamos todo el sistema por 3:

$$\begin{cases} 3x = y - 4 + 3 \\ 3y + 1 = x + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - y = -1 \\ -x + 3y = 3 \end{cases}$$

Aplicamos una doble reducción. Primero, para eliminar la x , multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ -3x + 9y = 9 \end{cases} \rightarrow 8y = 8 \rightarrow y = 1$$

Para eliminar la y , multiplicamos por 3 la primera ecuación:

$$\begin{cases} 9x - 3y = -3 \\ -x + 3y = 3 \end{cases} \rightarrow 8x = 0 \rightarrow x = 0$$

Solución: $x = 0$, $y = 1$

14 Simplifica y resuelve por el método que consideres más adecuado en cada caso:

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3(x + 1) + 2(y - 3) = 8 \\ 4(7 - 2x) - (2y - 5) = -3 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$ Por sustitución: $y = -2x \rightarrow 5x - 3 = 9(-2x) - 3 \rightarrow$

$$\rightarrow 5x - 3 = -18x - 3 \rightarrow 23x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 = 0$$

Solución: $x = 0$, $y = 0$

b) $\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 4 = y - 1 \\ 3x + 3y + 2x - 2y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$

Por reducción: $11x = 11 \rightarrow x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - y = 3 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 1$, $y = 3$

c) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$ Por reducción: $\begin{cases} 2x - 3y = 24 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 24 \\ -2x - y = -8 \end{cases} \rightarrow$

$$\rightarrow -4y = 16 \rightarrow y = -4 \rightarrow 2x - 3(-4) = 24 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$$

Solución: $x = 6$, $y = -4$

d) $\begin{cases} 3(x + 1) + 2(y - 3) = 8 \\ 4(7 - 2x) - (2y - 5) = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ -8x - 2y = -36 \end{cases}$

$$\underline{-5x = -25} \rightarrow x = 5$$

$$3 \cdot (5) + 2y = 11 \rightarrow 2y = -4 \rightarrow y = -2$$

Solución: $x = 5$, $y = -2$

15 Simplifica y elige el método más adecuado para su resolución.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{7} = \frac{y}{5} \\ 3x - y = 24 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} \\ x + 2y = 50 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$

a) Por sustitución: $x = \frac{7y}{5}$

$$3\left(\frac{7y}{5}\right) - y = 24 \rightarrow 16y = 120 \rightarrow y = 7,5 \rightarrow x = \frac{7 \cdot 7,5}{5} = 10,5$$

Solución: $x = 10,5$; $y = 7,5$

b) Por sustitución: $x = \frac{9y}{8}$

$$\left(\frac{9y}{8}\right) + 2y = 50 \rightarrow 25y = 400 \rightarrow y = 16 \rightarrow x = \frac{9 \cdot 16}{8} = 18$$

Solución: $x = 18$, $y = 16$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left. \begin{aligned} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} &= 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} &= 2 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \begin{cases} 2(2-x) + 3 + y = 12 \\ 3(8-3x) - 2(2+y) = 36 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} 4 - 2x + 3 + y = 12 \\ 24 - 9x - 4 - 2y = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + y = 5 \\ -9x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} -4x + 2y = 10 \\ -9x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow -13x = 26 \rightarrow x = -2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{2 - (-2)}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \rightarrow \frac{3+y}{6} = 2 - \frac{4}{3} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{3+y}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

Solución: $x = -2$, $y = 1$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \left. \begin{aligned} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} &= 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} &= 1 \end{aligned} \right\} &\rightarrow \begin{cases} 2(x-1) + y+1 = 4 \\ 3(2x-1) - (2y+1) = 6 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} 2x-2 + y+1 = 4 \\ 6x-3-2y-1 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 6x-2y = 10 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 6x-2y = 10 \end{cases} \rightarrow 10x = 20 \rightarrow x = 2 \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{2-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \rightarrow \frac{y+1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow y = 1
 \end{aligned}$$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

16 Resuelve.

$$a) \begin{cases} \frac{7}{3}x + \frac{3}{4}y = 41 \\ -\frac{3}{5}x + \frac{5}{2}y = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{5}x - 0,3y = \frac{6}{5} \\ 0,4x + \frac{7}{5}y = -1,6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x+15}{8} + \frac{3(y+1)}{16} = 3 \\ \frac{7-x}{2} - \frac{1+y}{12} = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{3x+11}{4} - \frac{y+1}{3} = \frac{23}{6} \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{y+3}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

a) Por igualación:

$$1.^a \text{ ecuación [mín.c.m. (3, 4) = 12]} \rightarrow 28x + 9y = 492 \rightarrow x = \frac{492 - 9y}{28}$$

$$2.^a \text{ ecuación [mín.c.m. (5, 2) = 10]} \rightarrow -6x + 25y = 110 \rightarrow x = \frac{110 - 25y}{-6}$$

$$\frac{492 - 9y}{28} = \frac{110 - 25y}{-6} \rightarrow -2952 + 54y = 3080 - 700y \rightarrow 754y = 6032 \rightarrow y = 8 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{492 - 9 \cdot 8}{28} = 15$$

Solución: $x = 15$, $y = 8$

b) Por reducción: multiplicamos por 5 ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 1,5y = 6 \\ 2x + 7y = -8 \end{cases} \text{ Multiplicamos por } -2 \text{ la } 1.^a \text{ ecuación y sumamos ambas}$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = -12 \\ 2x + 7y = -8 \end{cases} \rightarrow 10y = -20 \rightarrow y = \frac{-20}{10} = -2 \rightarrow x = \frac{-8 - 7 \cdot (-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Solución: $x = 3$, $y = -2$

c) Por reducción: en la 1.^a ecuación, mín.c.m. (8, 16) = 16; y en la 2.^a, mín.c.m. (2, 12) = 12.

$$\begin{cases} 2(x+15) + 3(y+1) = 48 \\ 6(7-x) - (1+y) = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ -6x - y = -5 \end{cases}$$

Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ -18x - 3y = -15 \end{cases} \rightarrow -16x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -6 \cdot 0 + 5 = 5$$

Solución: $x = 0$, $y = 5$

d) Por reducción: mín.c.m. (4, 3, 6) = 12, mín.c.m. (2, 4) = 4

$$\begin{cases} 3(3x+11) - 4(y+1) = 46 \\ 2(2x-1) - (y+3) = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x - 4y = 17 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$$

Multiplicamos por -4 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\begin{cases} 9x - 4y = 17 \\ -16x + 4y = -24 \end{cases} \rightarrow -7x = -7 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 4 - 6 = -2$$

Solución: $x = 1$, $y = -2$

17 Resuelve por reducción los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{(2x-2)}{3} - \frac{(y+2)}{6} = -1 \\ x - (y+2) = 1 \end{cases}$$

a) Multiplicamos la primera ecuación por 6. A continuación, reducimos sumando las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 36 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \rightarrow 4x = 32 \rightarrow x = 8$$

Multiplicando por -3 la segunda ecuación y sumando las dos ecuaciones, obtenemos y :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 36 \\ -3x + 6y = 12 \end{cases} \rightarrow 8y = 48 \rightarrow y = 6$$

Solución: $x = 8$, $y = 6$

b) Multiplicamos por 6 la primera ecuación y simplificamos:

$$\begin{cases} 4x - 4 - y - 2 = -6 \\ x - y - 2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Una vez simplificado, restamos la 1.ª ecuación menos la 2.ª ecuación:

$$\begin{cases} 4x - y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow 3x = -3 \rightarrow x = -1$$

Multiplicando la segunda ecuación por -4 y sumando las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x - y = 0 \\ -4x + 4y = -12 \end{cases} \rightarrow 3y = -12 \rightarrow y = -4$$

Solución: $x = -1$, $y = -4$

Resuelve problemas sencillos

18 Una cooperativa ha envasado 2000 L de aceite en botellas de 1,5 L y de 2 L. Sabemos que han utilizado 1100 botellas en total. ¿Cuántas se han necesitado de cada clase?

$x \rightarrow$ n.º de botellas de 1,5 L

$y \rightarrow$ n.º de botellas de 2 L

$$\begin{cases} 1,5x + 2y = 2000 \\ x + y = 1100 \end{cases}$$

Resolvemos por reducción. Multiplicamos la segunda ecuación por -2 y sumamos las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} 1,5x + 2y = 2000 \\ -2x - 2y = -2200 \end{cases} \rightarrow -0,5x = -200 \rightarrow x = 400$$

$$y = 1100 - 400 = 700$$

Se han necesitado 400 botellas de 1,5 L y 700 botellas de 2 L.