

El teorema de Cardano Vieta

Una ecuación de segundo grado es una ecuación de la forma $ax^2+bx+c=0$ con $a \neq 0$. Las dos soluciones x_1 y x_2 de la ecuación verifican que:

$$x_1 + x_2 = -b/a \quad \text{y} \quad x_1 \cdot x_2 = c/a$$

Si $a=1$, la ecuación queda de la forma $x^2+bx+c=0$ y las dos soluciones x_1 y x_2 de la ecuación verifican que:

$$x_1 + x_2 = -b \quad \text{y} \quad x_1 \cdot x_2 = c$$

Estas relaciones permiten resolver una ecuación con soluciones enteras, mentalmente.

Ejemplo. Calcula mentalmente las soluciones de la ecuación $x^2-11x+28=0$. Las soluciones x_1 y x_2 de la ecuación verifican:

$$x_1 + x_2 = -b \rightarrow x_1 + x_2 = -(-11) = 11 \quad \text{y} \quad x_1 \cdot x_2 = c \rightarrow x_1 \cdot x_2 = 28$$

Las soluciones son **4** y **7**.

Actividad. Calcula mentalmente las soluciones de las ecuaciones:

a) $x^2-2x-8=0$

Soluciones:

d) $x^2+10x+25=0$

Soluciones:

b) $x^2+x-12=0$

Soluciones:

e) $2x^2-16x+30=0$

Soluciones:

c) $2x^2-16x+24=0$

Soluciones:

f) $2x^2+8x+6=0$

Soluciones:

El teorema de Cardano Vieta aplicado a ecuaciones bicuadradas

El teorema de Cardano Vieta relaciona los coeficientes de una ecuación bicuadrada $ax^4+bx^2+c=0$ con sus cuatro raíces (x_1, x_2, x_3, x_4) mediante sumas y productos. Al transformar la ecuación en cuadrática con $z=x^2$, se aplican las relaciones:

$$z_1 + z_2 = -b \quad \text{y} \quad z_1 \cdot z_2 = c$$

, permitiendo hallar soluciones sin resolver la ecuación completa.

Una vez obtenidas z_1 y z_2 , las cuatro raíces son $x_1 = \pm\sqrt{z_1}$ y $x_2 = \pm\sqrt{z_2}$

Ejemplo. Calcula mentalmente las soluciones de la ecuación $x^4-5x^2+4=0$
Tras un cambio de variable, las soluciones z_1 y z_2 de la ecuación verifican:

$$z_1 + z_2 = -b \rightarrow z_1 + z_2 = -(-5) = 5 \quad \text{y} \quad z_1 \cdot z_2 = c \rightarrow z_1 \cdot z_2 = 4$$

Obtenemos que $z_1 = 1$ y $z_2 = 4$

Tras realizar las raíces cuadradas de los valores de z_1 y z_2 obtenemos que las soluciones son **1, -1, 2 y -2**.

Actividad. Calcula mentalmente las soluciones de las ecuaciones:

a) $x^4-26x^2+25=0$

Soluciones:

b) $x^4-10x^2+9=0$

Soluciones:

c) $x^4-34x^2+225=0$

Soluciones:

d) $2x^4-20x^2+18=0$

Soluciones:

e) $2x^4-26x^2+72=0$

Soluciones:

f) $3x^4-39x^2+108=0$

Soluciones: