

ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es una ecuación de primer grado de la forma $ax + by = c$.

Los números a y b son los **coeficientes de la ecuación**, x y y son las **incógnitas** y c el **término independiente**. Tiene infinitas soluciones.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** es un par de ecuaciones de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

Un par de números son **solución** de un sistema cuando verifican las dos ecuaciones a la vez.

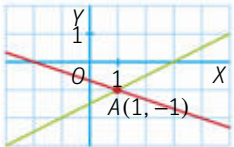
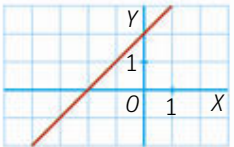
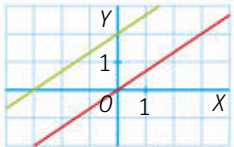
$(x = 45, y = 12)$ es solución de $\begin{cases} x + y = 57 \\ x - y = 33 \end{cases}$, ya que $\begin{cases} 45 + 12 = 57 \\ 45 - 12 = 33 \end{cases}$.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EQUIVALENTES

Dos **sistemas de ecuaciones** son **equivalentes** cuando tienen las mismas soluciones. Se pueden obtener sistemas de ecuaciones equivalentes:

- Cambiando el orden de las dos ecuaciones.
- Sumando o restando un número a una de las dos ecuaciones.
- Multiplicando o dividiendo una de las dos ecuaciones por un número no nulo.
- Cambiando una ecuación por la suma de las dos ecuaciones.

SOLUCIÓN GRÁFICA DE UN SISTEMA

Se cortan en un punto	Las rectas coinciden	Las rectas son paralelas
		
El sistema tiene una única solución .	El sistema tiene infinitas soluciones .	El sistema no tiene solución .

Método de sustitución

- 1.º Se despeja una incógnita en una ecuación.
- 2.º Se sustituye la incógnita despejada en la otra ecuación.
- 3.º Se resuelve la ecuación obtenida.
- 4.º Sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones, se calcula el valor de la otra incógnita.

Método de igualación

- 1.º Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones.
- 2.º Se igualan los segundos miembros de las ecuaciones obtenidas.
- 3.º Se resuelve la ecuación obtenida.
- 4.º Sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones, se calcula el valor de la otra incógnita.

Método de reducción

- 1.º Se multiplican las ecuaciones por los números adecuados para igualar el coeficiente de una de las dos incógnitas.
- 2.º Sumando o restando las ecuaciones obtenidas, desaparece una de las incógnitas.
- 3.º Se resuelve la ecuación.
- 4.º Sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones, se calcula el valor de la otra incógnita.

Solución de las actividades

- 1** Expresa en la forma general las siguientes ecuaciones:

a) $5 - 2y + 4x = 0 \quad 4x - 2y = -5$

b) $3y + 6 = 2x \quad 2x - 3y = 6$

- 2** Encuentra tres soluciones para cada una de estas ecuaciones:

a) $x - 3y = 6$ RESPUESTA ABIERTA

b) $2y - 3x = -4$ RESPUESTA ABIERTA

- 3** Expresa mediante una ecuación con dos incógnitas las siguientes afirmaciones:

- a) La suma de dos números menos su diferencia es igual a 10.

$$(x + y) - (x - y) = 10$$

- b) La mitad del producto de dos números es 120.

$$\frac{x \cdot y}{2} = 120$$

- 4** Comprueba cuál de estas parejas de valores son solución de las ecuaciones propuestas:

1) $x = -1, y = -2$

2) $x = -3, y = 1$

3) $x = 1, y = 0$

a) $2x + 5y = -1$ La solución 2

b) $-7y + x = 13$ La solución 1

c) $6y - 4x + 4 = 0$ La solución 3

- 5** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 5x + 3y = 13 \end{array} \right\} &\Rightarrow y = 3x - 5 \\ &\Rightarrow 5x + 3(3x - 5) = 13 \\ &\Rightarrow 5x + 9x - 15 = 13 \Rightarrow x = 2 \\ &\Rightarrow y = 3 \cdot 2 - 5 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - 2y = 6 \\ 4x + y = 9 \end{array} \right\} &\Rightarrow y = 9 - 4x \\ &\Rightarrow 4x - 2(9 - 4x) = 6 \\ &\Rightarrow 4x - 18 + 8x = 6 \Rightarrow x = 2 \\ &\Rightarrow y = 9 - 4 \cdot 2 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

- 6** Encuentra las soluciones de estos sistemas de ecuaciones, empleando el método de reducción:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 10 \\ 4x + 2y = 15 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 10 \\ \underline{8x + 4y = 30} \\ 10x = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 21 \\ 2x + 4y = 16 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 10y = 42 \\ \underline{-6x - 12y = -48} \\ -2y = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

- 7** En un garaje hay motos de dos cilindros y coches de seis cilindros. En total, hay 80 cilindros y 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Llamamos x al número de motos e y al número de coches.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 2x + 6y = 80 \\ 2x + 4y = 58 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 6y = 80 \\ \underline{-2x - 4y = -58} \\ 2y = 22 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &2y = 22 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

$2y = 22 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow x = 7$

Por tanto, hay 7 motos y 11 coches.

- 8** Si por 3 kg de arroz más 6 kg de lentejas un agricultor ha cobrado 9,75 €, y por 1 kg de arroz más 3 kg de lentejas le han pagado 4 €, ¿cuánto vale el kilogramo de cada uno de los productos que vende el agricultor?

Llamamos x al precio del arroz e y al de lentejas.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 3x + 6y = 9,75 \\ x + 3y = 4 \end{array} \right\} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 4 - 3y \\ &\Rightarrow 3(4 - 3y) + 6y = 9,75 \\ &\Rightarrow y = 0,75 \Rightarrow x = 1,75 \end{aligned}$$

Luego el kilogramo de arroz cuesta 1,75 €, y el de lentejas, 0,75 €.

SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio nº 1.- Sistemas de ecuaciones. Resuelve cada uno de estos sistemas de ecuaciones por al menos dos de los cuatro métodos: igualación, sustitución, reducción y método gráfico. Vete cambiando de métodos en cada apartado.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -3x - 2y = -9 \\ 5x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = -3 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 7x + 2y = 12 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Observa el siguiente enunciado e indica con qué sistema del apartado anterior está relacionado:
El otro día en el kiosco compramos dos revistas y un tebeo por lo que pagamos 11 euros. Si la semana siguiente volvimos y compramos tres revistas y cuatro tebeos pagando 24 euros. ¿Qué precio tiene cada revista y cada tebeo?

Ejercicio nº 3 - Por tres bolígrafos y dos rotuladores hemos pagado 3,6 euros y por dos bolígrafos y cuatro rotuladores hemos pagado 4,8 euros. ¿Cuánto cuesta un bolígrafo? ¿Y un rotulador?

Ejercicio nº 4.- Un trabajador gana 40 euros en un turno de día y 75 euros en un turno de noche. En un mes ha hecho 22 turnos en total y ha ganado 1 300 euros. ¿Cuántos turnos de día ha hecho? ¿Y de noche?

Ejercicio nº 5. - Calcula las dimensiones de una parcela rectangular sabiendo que el lado mayor es 100 metros más largo que el lado menor y que el perímetro es de 1 800 metros.